

ویرایش هشتم

راهنمای مسائل

انتقال گرما

هولمن

به کوشش

محمد سمیع پور

Prepared Pdf By Rester

مقدمه

۱- اگر از مقطع جسمی عایق با سطح مقطع 1 m^2 ، ضخامت $2/5 \text{ cm}$ و ضریب هدایت گرمایی $0/2 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ مقدار 3 kW گرما هدایت شود، اختلاف دما را در دو طرف جسم حساب کنید.

حل: چون در این حالت انتقال گرمای هدایتی داریم، پس:

$$q = kA \frac{\Delta T}{L} \Rightarrow \Delta T = \frac{qL}{kA} = \frac{3000 \times 0/025}{0/2 \times 1} = 375^\circ\text{C} \Rightarrow \boxed{\Delta T = 375^\circ\text{C}}$$

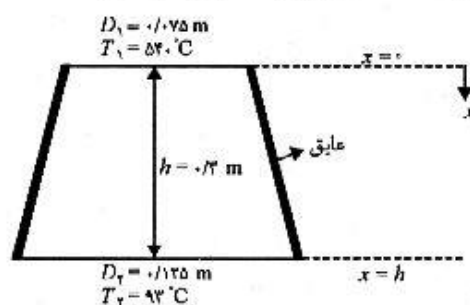
۲- در عرض شیشه لیفی (fiber glass) به ضخامت 130 mm اختلاف دمای 85°C اعمال می‌شود. ضریب هدایت گرمایی شیشه لیفی $0/35 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ است. مقدار گرمایی را حساب کنید که از جسم مزبور به ازای واحد سطح در 1 ساعت انتقال می‌یابد.

حل: چون در این حالت انتقال گرمای هدایتی داریم، پس:

$$q = kA \frac{\Delta T}{L} \Rightarrow \frac{q}{A} = k \frac{\Delta T}{L} = \frac{0/35 \times 85}{0/13} = 22886 \text{ W/m}^2 \Rightarrow \boxed{\frac{q}{A} = 22886 \text{ W/m}^2 = 82386 \text{ J/m}^2 \cdot \text{h}}$$

در این مسئله واحد W/m^2 را به واحد $\text{J/m}^2 \cdot \text{h}$ تبدیل کرده‌ایم تا همان نرخ انتقال به دست آید.

۳- مخروط ناقصی به ارتفاع $0/3 \text{ m}$ از آلومینیم ساخته شده است. قطر آن در بالا $7/5 \text{ cm}$ و در کف $12/5 \text{ cm}$ می‌باشد. دمای سطح زیرین 93°C و دمای سطح زیرین 540°C است. سطح جانبی نیز عایق شده است. به فرض جریان گرمای یک‌بعدی، آهنگ انتقال گرما بر حسب وات چه قدر است؟



در این مسأله با وجود هدایت گرمایی، داریم:

$$q = kA \frac{dT}{dx} \quad (۱)$$

با توجه به شکل، مساحت (A) متغیر و تابعی از x است، پس باید ابتدا A و x را برحسب هم مرتب کرده تا همگی برحسب یک متغیر وارد فرمول هدایت شود. آنگاه مسأله راحت‌تر حل می‌شود.

$$\begin{aligned} A &= f(x) \\ \begin{cases} A = \pi r^2 \\ x = 0 \quad r = r_1 \\ x = h \quad r = r_2 \end{cases} &\Rightarrow \frac{r-r_1}{r_2-r_1} = \frac{x-0}{h} \Rightarrow r = \frac{x}{h}(r_2-r_1) + r_1 \Rightarrow A = \pi \left[\frac{x}{h}(r_2-r_1) + r_1 \right]^2 \end{aligned} \quad (۲)$$

با جای‌گذاری مقدار مساحت از رابطه (۲) در رابطه (۱) داریم:

$$q = k \cdot \pi \left[\frac{x}{h}(r_2-r_1) + r_1 \right]^2 \cdot \frac{dT}{dx}$$

با مرتب کردن رابطه بالا و انتگرال‌گیری داریم:

$$\begin{aligned} \frac{q}{k \cdot \pi} \int_0^h \frac{dx}{\left[\frac{x}{h}(r_2-r_1) + r_1 \right]^2} &= \int_{T_1}^{T_2} dT \quad \left(\text{با تعریف } y \text{ به صورت } \frac{r_2-r_1}{h}x + r_1 = y \text{ تغییر متغیر می‌دهیم.} \right) \\ \Rightarrow \frac{r_2-r_1}{h} dx = dy &\Rightarrow \frac{q}{k \cdot \pi} \left[-\frac{h}{r_2-r_1} \left(\frac{1}{y} \right) \right]_0^h = \Delta T \Rightarrow \frac{q}{k \cdot \pi} \left[-\frac{h}{r_2-r_1} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \right] = \Delta T \\ \Rightarrow \frac{q}{k \cdot \pi} \frac{h}{r_1 r_2} = \Delta T &\Rightarrow q = \frac{k \cdot \pi r_1 r_2}{h} \Delta T \end{aligned} \quad (۳)$$

با قراردادن مقادیر عددی در رابطه (۳) مقدار گرمای انتقال‌یافته را به دست می‌آوریم. ولی قبل از آن باید مقدار k را برای این حالت از جدول ۲-۴ به دست آوریم: میانگین دما $= ۳۱۶^\circ\text{C}$
با میان‌یابی مقدار k در ۳۱۶°C به دست می‌آید:

$$\left. \begin{array}{cc} T & ۳۰۰ & ۴۰۰ \\ k & ۲۲۸ & ۲۴۹ \end{array} \right\} \Rightarrow k = ۲۳۱/۳۶ \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$\left. \begin{array}{l} h = ۰/۸ \text{ m} \\ r_1 = ۰/۰۲۷۵ \text{ m} \\ r_2 = ۰/۰۶۲۵ \text{ m} \\ \Delta T = ۵۴۰ - ۹۳ = ۴۴۷^\circ\text{C} \\ k = ۲۳۱/۳۶ \text{ W/m}^\circ\text{C} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} q &= \frac{k \pi r_1 r_2}{h} \Delta T = ۲۵۳۶/۹۷۱ \text{ W} \\ q &= ۲۵۳۶/۹۷۱ \text{ W} \end{aligned}$$

۴- دماهای سطوح دیوار تختی به ضخامت $۰/۱۵ \text{ m}$ برابر ۳۷۰°C و ۹۳°C است. جنس دیوار از شیشه مخصوصی با این خواص است: $e = ۲۷۰۰ \text{ kg/m}^3$, $C_p = ۰/۸۲ \text{ kJ/kg}^\circ\text{C}$, $k = ۰/۷۸ \text{ W/m}^\circ\text{C}$
جریان گرما از این دیوار در شرایط حالت پایا چه قدر است؟



حل:

در این حالت گرما از طریق هدایت انتقال می‌یابد:

$$\left. \begin{array}{l} L = 0.15 \text{ m} \\ T_1 = 370^\circ\text{C} \\ T_2 = 92^\circ\text{C} \\ k = 0.178 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C} \end{array} \right\} \Rightarrow q = kA \frac{\Delta T}{L} \Rightarrow \frac{q}{A} = k \frac{\Delta T}{L} = \frac{0.178 \times 277}{0.15} = 1440 \text{ W/m}^2 \Rightarrow \boxed{\frac{q}{A} = 1440 \text{ W/m}^2}$$

توضیح: کلاً سه نوع انتقال گرما داریم:

q : W انتقال گرما در لوله‌ها q' : W/m شار گرمایی q'' : W/m²

۵- ماده ابرعایقی با ضریب هدایت گرمایی $2 \times 10^{-4} \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$ برای عایق‌کاری مخزنی از نیتروژن مایع که دمای آن 190°C است به کار می‌رود. برای تبخیر هر کیلوگرم جرم ازت در این دما، مقدار 200 kJ گرما لازم است. به فرض مخزن مزبور کروی و قطر داخلی آن 0.6 m باشد، مقدار نیتروژن تبخیرشده در روز را برای عایقی به ضخامت 2.5 cm و دمای محیطی 20°C به دست آورید. دمای بیرون عایق را 20°C فرض کنید.

حل:

$$\left. \begin{array}{l} k = 2 \times 10^{-4} \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C} \\ T_2 = -190^\circ\text{C} \\ L = 0.025 \text{ m} \\ T_1 = 20^\circ\text{C} \\ q/m = 200 \text{ kJ/kg N}_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} q = kA \frac{dT}{dr} \\ A = 4\pi r^2 \end{array}$$

$$\frac{q}{4k\pi} \frac{dr}{r^2} = dT \Rightarrow \frac{q}{4k\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \int_{-190}^{20} dT \Rightarrow -\frac{q}{4k\pi} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \Delta T$$

$$-\frac{q}{4k\pi} \left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \right) = \Delta T \Rightarrow q = -4k\pi \Delta T \left(\frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} \right)$$

$$q = -4\pi \times 2 \times 10^{-4} \times 210 \times 0.7 \times \frac{0.325}{0.025} = 21.57 \text{ W (J/s)}$$

$$\dot{m} = \frac{1}{200} \text{ kg N}_2/\text{J} (21.57 \text{ J/s}) = 0.010785 \text{ kg N}_2/\text{s} \Rightarrow \boxed{\dot{m} = 888/624 \text{ kg/day}}$$

۶- مواد زیر را برحسب (الف) پاسخ گذرا و (ب) هدایت پایداره درجه‌بندی کنید. بالاترین ماده ردیف را انتخاب کرده و مواد دیگر را به صورت درصدی از ماکزیمم بدهید: آلومینیم، مس، نقره، آهن، سرب، آلیاژ فولاد و کروم - (۱۸٪ کروم و ۸٪ نیکل)، منیزیم. از این درجه‌بندی چه نتیجه‌ای می‌گیرید.

حل:

به این سؤال پس از تعریف ضریب پخش گرمایی α (m^2/s) می‌توان پاسخ داد. هر جسمی که α بیش‌تری دارد، تمایلش به ذخیره کردن انرژی کم‌تر است.

۷- لوله‌ای به قطر 50 m روغن گرم به دمای 30°C را در منطقه شمال جابه‌جا می‌کند و در معرض دمای محیطی

20°C است. اطراف لوله را عایقی پودری مخصوص به ضخامت 5 cm و ضریب هدایت حرارتی $7\text{ mW/m}^{\circ}\text{C}$ پوشانده است. ضریب انتقال گرمایی جابه‌جایی در بیرون لوله $12\text{ W/m}^2\text{C}$ است. اتلاف انرژی را به‌ازای متر طول لوله حساب کنید.

حل:

$$d = 5.0\text{ cm}$$

$$T_i = 3^{\circ}\text{C}$$

$$T_o = -2^{\circ}\text{C}$$

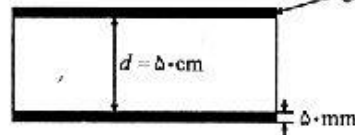
$$K = 7\text{ mW/m}^{\circ}\text{C}$$

$$h_o = 12\text{ W/m}^2\text{C}$$

$$L = 5\text{ cm}$$

$$q = k A \frac{dT}{dr}$$

$$A = 2\pi r L$$



هدایت گرمایی:
عایق

$$q = k (2\pi r L) \frac{dT}{dr} \Rightarrow \frac{q}{2\pi k L} \times \frac{dr}{r} = dT$$

$$\Rightarrow \frac{q}{2\pi k L} \int_{r_i}^{r_o} \frac{dr}{r} = \int_{T_i}^{T_o} dT \Rightarrow \frac{q}{2\pi k L} \ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right) = \Delta T$$

$$-\frac{q}{L} = 2 \times 3.14 \times 7 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^{-2} \times 50 = 121.05\text{ W/m} \Rightarrow \frac{q}{L} = 121.05\text{ W/m}$$

۸- لایهٔ آزیست شل بسته‌ای به ضخامت 5 cm بین دو صفحه به دماهای 100°C و 200°C قرار دارد. انتقال گرما در عرض لایه مزبور را حساب کنید.

حل:

هدایت گرمایی:

$$L = 5\text{ cm}$$

$$T_i = 100^{\circ}\text{C}$$

$$T_o = 200^{\circ}\text{C}$$

$$k = 0.16\text{ W/m}^{\circ}\text{C}$$

$$\frac{q}{A} = ?$$

$$\Rightarrow q = k A \frac{\Delta T}{L} \Rightarrow \frac{q}{A} = \frac{0.16 \times 100}{0.05} = 322\text{ W/m}^2 \Rightarrow \frac{q}{A} = 322\text{ W/m}^2$$

۹- ضریب هدایت گرمایی عایقی $10\text{ mW/m}^{\circ}\text{C}$ است. برای آنکه افت دما 500°C باشد، ضخامت عایق چه‌قدر باید باشد؟ (مقدار انتقال گرما را 400 W/m^2 در نظر بگیرید).

حل:

هدایت گرمایی:

$$k = 10\text{ mW/m}^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta T = 500^{\circ}\text{C}$$

$$\frac{q}{A} = 400\text{ W/m}^2$$

$$L = ?$$

$$\Rightarrow q = k A \frac{\Delta T}{L} \Rightarrow L = \frac{k A \Delta T}{q}$$

در این مسئله L به‌راحتی به‌دست می‌آید:

$$L = \frac{0.01 \times 500}{400} = 0.0125\text{ m} \Rightarrow L = 0.0125\text{ m}$$

۱۰- به فرض در مسأله ۵ انتقال گرما به کره از طریق جابه‌جایی آزاد با ضریب انتقال گرمای $2/7 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ باشد. تفاوت دما بین سطح بیرونی کره و محیط را حساب کنید.

حل:

انتقال گرمای جابه‌جایی:

$$\left. \begin{aligned} q &= h_c A \Delta T \\ A &= 4\pi r^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta T = \frac{q}{h_c A} = \frac{7/0.57}{4\pi \times (0.1225)^2 \times 2/7} \Rightarrow \Delta T = 0.5743^\circ\text{C}$$

۱۱- دو سطح کاملاً سیاه را طوری ساخته‌اند که تمام انرژی تابشی خروجی از سطحی با دمای 800°C به سطح دیگری به دمای 250°C می‌رسد. انتقال گرمای بین سطوح را در ساعت، به ازای واحد سطح با دمای 800°C حساب کنید.

حل:

انتقال گرمای تشعشعی: $q_{1-2} = \varepsilon_1 \varepsilon_2 F_{12} A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)$ ، $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = F_{12} = 1$

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= 800^\circ\text{C} \\ T_2 &= 250^\circ\text{C} \\ \sigma &= 5/67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{q}{A_1} = 5/67 \times 10^{-8} \times (132556 \times 10^6 - 7/482 \times 10^6) = 70904/56 \text{ W/m}^2$$

$$\Rightarrow \frac{q}{A_1} = 70904/56 \text{ W/m}^2$$

۱۲- دو صفحه موازی خیلی بزرگ که شرایط سطح آن‌ها بسیار نزدیک به شرایط جسم سیاه است به ترتیب دارای درجه حرارت 1100°C و 425°C می‌باشند. انتقال گرمای تابشی را بین صفحات مزبور در واحد زمان به ازای واحد سطح حساب کنید.

حل:

انتقال گرمای تشعشعی: $q = \varepsilon_1 \varepsilon_2 F_{12} A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)$ و $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = F_{12} = 1$

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= 1100^\circ\text{C} \\ T_2 &= 425^\circ\text{C} \\ \sigma &= 5/67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{q}{A} = 5/67 \times 10^{-8} \times (3/554 \times 10^6 - 2/374 \times 10^6) = 188019/88 \text{ W/m}^2$$

$$\Rightarrow \frac{q}{A} = 188019/88 \text{ W/m}^2 \left(\frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \right)$$

۱۳- مقدار گرمای تابشی انتقال یافته در یک روز بین دو صفحه سیاه که مساحت آن‌ها برابر سطح کره‌ای به قطر 2 ft است را در صورتی که دمای دو صفحه 320°F و 70°F باشد، حساب کنید. این محاسبه با توجه به مسأله ۱۹ چه چیزی را نشان می‌دهد.

حل:

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= 70^\circ\text{F} = 21^\circ\text{C} = 293^\circ\text{K} \\ T_2 &= 320^\circ\text{F} = 155^\circ\text{C} = 428^\circ\text{K} \\ A &= 4\pi r^2 = \pi d^2 = 17/56 \text{ ft}^2 = 1/167 \text{ m}^2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \varepsilon_2 = F_{12} = 1 \\ q &= \varepsilon_1 \varepsilon_2 F_{12} A \sigma (T_1^4 - T_2^4) = 485/39 \text{ W} = 285/39 \text{ J/s} \\ q &= 39748 \text{ Btu/day} \end{aligned}$$

۱۴- دو صفحه سیاه نامتناهی به دمای 500°C و 100°C به طریق تابشی تبادل گرما می‌کنند. آنگاه انتقال گرمای از واحد سطح را حساب کنید. اگر بین صفحات مزبور صفحه کاملاً سیاه دیگری قرار داده شود، انتقال گرما چه قدر

کاهش می‌یابد؟ دمای صفحه میانی چه قدر است؟

حل:

انتقال گرمای تشعشعی:

$$\frac{q}{A} = q^* = \sigma (T_1^* - T_r^*) = 5/67 \times 10^{-8} (3/57 \times 10^3 - 1/9357 \times 10^3)$$

$$\Rightarrow q^* = 19140/989 \text{ W/m}^2 \quad \text{شار گرمایی}$$

T_1
 T_r
 T_r

در این حالت برای این که دمای جسم میانی ثابت بماند، باید به میزانی که انرژی دریافت می‌کند، انرژی از دست بدهد. به بیان دیگر گرمای مبادله شده بین صفحات ۱ و ۳ برابر مقدار گرمای مبادله شده بین صفحات ۲ و ۳ می‌باشد.

$$\left(\frac{q}{A}\right)_1 = \left(\frac{q}{A}\right)_3 \Rightarrow \sigma(T_1^* - T_r^*) = \sigma(T_r^* - T_3^*) \Rightarrow T_r^* = \frac{T_1^* + T_3^*}{2}$$

$$T_1 = 333 \text{ K} \quad T_r = 659 \text{ K} \Rightarrow \frac{q}{A} = \sigma(T_1^* - T_r^*) = 9549 \text{ W/m}^2$$

این مقدار گرما در مقایسه با حالت اول که برابر $19140 = q/A$ بود به میزان $\left(\frac{19140 - 9549}{19140}\right)$ کاهش یافته است. پس:

$$\% \Delta q = \frac{19140 - 9549}{19140} \times 100 = \% 50$$

توضیح: این روش برای کاهش گرمای انتقالی بین صفحات با دمای بالا به کار می‌رود و به آن صفحه میانی سپر تشعشعی می‌گویند که در فصل ۸ به طور مفصل بررسی می‌شود.

۱۵- آب با آهنگ $0/5 \text{ kg/s}$ در لوله‌ای به قطر $2/5 \text{ cm}$ و طول 3 m جریان دارد. بر دیواره لوله شار گرمایی ثابتی اعمال شود به طوری که دمای دیواره لوله از دمای آب 40°C بیش تر می‌شود. انتقال گرما را حساب کرده، افزایش دمای آب را تعیین کنید. آب تحت فشار است به طوری که نمی‌تواند بجوشد.

حل:

انتقال گرمای جابه‌جایی:

$$\left. \begin{array}{l} d = 2/5 \text{ cm} \\ L = 3 \text{ cm} \\ \Delta T = 40^\circ\text{C} \\ \dot{m} = 0/5 \text{ kg/s} \end{array} \right\} \begin{array}{l} q = h.A.\Delta T \\ A = \pi d L \end{array}$$

در این حالت با استفاده از جدول (۱-۲) کتاب، مقداری برای h در نظر می‌گیریم:

$$h = 3500 \text{ W/m}^2\text{C} \quad (f \text{ جدول } 1-2) \Rightarrow q = 3500 \times \pi \times 0/0125 \times 3 \times 40 = 32970 \text{ W}$$

برای آب:

$$\left. \begin{array}{l} q = m.C.\Delta T \\ C = 4/174 \text{ kJ/kgC} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta T = \frac{32970}{0/5 \times 4/174 \times 10^3} = 15/9978^\circ\text{C}$$

۱۶- صفحه مربع قائمی به ابعاد $0.3\text{ m} \times 0.3\text{ m}$ را در معرض بخار به فشار 1 atm ($T_{\text{sat}} = 100^\circ\text{C}$) قرار می‌دهند، تا بخار خنک‌شده و $3/78\text{ kg/h}$ آب چگالیده به وجود آید. دمای صفحه را حساب کنید. برای یافتن خواص لازم به جداول بخار مراجعه کنید.

حل:

$$\begin{aligned} A &= 0.3\text{ m} \times 0.3\text{ m} \\ T_{\text{sat}} &= 100^\circ\text{C} \quad q = m(h_f - h_g) = m(h_g - h_f) = m h_{fg} = 3/78 \times 2257 = 8531/46\text{ kJ/h} = 2369/85\text{ J/s} \\ P_{\text{sat}} &= 1\text{ atm} \quad q = h A (T_{\text{sat}} - T_w) = 7500 \times 0.9 \times \Delta T = 2369/85 \\ m &= 3/78\text{ kg/h} \quad h = 7500 \quad \text{از جدول (۱-۲)} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} A &= 0.3\text{ m} \times 0.3\text{ m} \\ T_{\text{sat}} &= 100^\circ\text{C} \\ P_{\text{sat}} &= 1\text{ atm} \end{aligned}} \right\} \Rightarrow \Delta T = 3/5^\circ\text{C} \Rightarrow \boxed{T_w = 96/5^\circ\text{C}}$$

۱۷- برای آنکه آب در 1 atm به جوش آید، باید دمای سطح آن 232°F و شار حرارتی $3 \times 10^4\text{ BTU/h.ft}^2$ باشد. ضریب انتقال گرما چهقدر است؟

حل:

$$\begin{aligned} q &= h A \Delta T \Rightarrow h = \frac{q/A}{\Delta T} \\ \text{نقطه جوش در فشار } 1\text{ atm} &\text{ برابر همان } 100^\circ\text{C} \text{ یا } 212^\circ\text{F} \text{ می‌باشد. پس:} \\ \Delta T &= 232 - 212 = 20^\circ\text{F} \Rightarrow h = \frac{3 \times 10^4\text{ BTU/h.ft}^2}{20^\circ\text{F}} \Rightarrow \boxed{h = 1500\text{ BTU/h.ft}^2\text{.}^\circ\text{F}} \end{aligned}$$

۱۸- گرم‌کن تابنده کوچکی دارای رشته‌های فلزی به ضخامت 6 mm و طول 3 m است. ضریب گسیل سطحی رشته‌ها 0.85 است. اگر گرم‌کن به اتاقی با دمای 25°C ، 1600 W گرما انتشار دهد، دمای رشته‌ها چهقدر است؟

حل:

$$\begin{aligned} d &= 6\text{ mm} \\ L &= 3\text{ m} \\ \varepsilon &= 0.85 \\ \sigma &= 5/67 \times 10^{-8}\text{ W/m}^2\text{.K}^4 \\ T_f &= 25^\circ\text{C} \end{aligned} \quad q = \varepsilon \sigma A (T_1^4 - T_f^4) \Rightarrow 1600\text{ W} = 0.85 \times 5/67 \times 10^{-8} \times 0.06 \times 3 (T_1^4 - 298^4) \\ \boxed{T_1 = 1166/658\text{ K} = 893/658^\circ\text{C}}$$

۱۹- انرژی گسیل‌شده از یک جسم سیاه در 1000°C را پیدا کنید.

حل:

$$q = \varepsilon \sigma A T^4 \Rightarrow q/A = 5/67 \times 10^{-8} \times 2/526 \times 10^3 \Rightarrow \boxed{q/A = 148874/42\text{ W/m}^2}$$

۲۰- اگر شار تابشی خورشید 1350 W/m^2 باشد، دمای جسم سیاه معادل آن چهقدر است؟

حل:

$$q = \varepsilon A e T_1^4 \Rightarrow T_1^4 = \frac{q/A}{\varepsilon e} \Rightarrow T_1^4 = \frac{1350}{5/67 \times 10^{-8}} = 2/38137 \times 10^{10} \Rightarrow \boxed{T_1 = 392/83\text{ K}}$$

توضیح: شار گرمایی به صورت کره پخش می‌شود. این شار گرمایی روی سطح زمین است و هرچه از خورشید دور شویم، شار گرمایی کم می‌شود. شار گرمایی خورشید برابر این شار در سطح کره‌ای به مرکز خورشید و شعاع

فاصله مرکز خورشید تا سطح زمین می باشد.

$$q = q^* \times 4\pi R^2 \quad (R: \text{فاصله زمین از مرکز خورشید}) \Rightarrow q^* = \frac{q}{4\pi R^2} = \sigma T_s^4 \Rightarrow T_s = 6000 \text{ K} \quad \boxed{\text{دمای سطح خورشید}}$$

q^* : شار گرمایی سطح خورشید R_s : شعاع خورشید

۲۱- کوره‌ای به قطر ۴ cm را تا دمای 150°C گرم کرده، در اتاق بزرگی به دمای 20°C قرار می دهند. اگر ضریب گسیل سطحی، ۰/۶۵ باشد، اتلاف گرمایی تابشی را حساب کنید.

حل:

$$d = 4 \text{ cm} \quad q = \varepsilon_s \varepsilon_r I_s^* \sigma A (T_s^4 - T_r^4)$$

$$T_s = 150^\circ\text{C}$$

$$\varepsilon_r = \varepsilon_s = 1$$

چون اتاق بزرگ است، همه انرژی تابشی را جذب می کند

$$T_r = 20^\circ\text{C}$$

$$\varepsilon_s = 0.65$$

$$q = 0.65 \times 5/67 \times 10^{-8} \times 4\pi \times (0.02)^2 (3/2 \times 10^8 - 7/87 \times 10^7) \quad \boxed{q = 4/559675 \text{ W}}$$

۲۲- دیوار تختی را در محیطی با دمای 38°C قرار داده ایم. دیوار مزبور از لایه عایقی به ضخامت ۲/۵ cm و ضریب هدایت گرمایی $1/4 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ پوشانده شده و دمای دیوار در قسمت عایق 315°C است. این دیواره به طریق جابه جایی به محیط اطراف گرما می دهد. مقدار ضریب انتقال گرمای جابه جایی سطح بیرونی عایق چه قدر باید باشد تا دمای سطح بیرونی از 41°C تجاوز نکند.

حل:

$$q = K \cdot A \frac{\Delta T}{L} \Rightarrow \frac{q}{A} = \frac{1/4 \times 227}{0.025} = 15244 \text{ W/m}^2$$

هدایت گرمایی:

همرفت = هدایت

هر دو به صورت شار می باشند.

$$15244 = h \cdot \Delta T = h \times 3 \Rightarrow \boxed{h = 5114/667 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$$

۲۳- دیواری را در نظر بگیرید که یک طرفش به طریق جابه جایی گرم و طرف دیگرش به طریق جابه جایی خنک می شود. نشان دهید که آهنگ انتقال گرما از دیوار مزبور برابر است با:

$$q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{h_1 A} + \frac{\Delta x}{kA} + \frac{1}{h_2 A}}$$

که T_1 و T_2 دمای سیال در دو طرف دیوار و h_1 و h_2 ضرایب انتقال گرمای مربوطه اند.

حل:

در این مسئله کلاً سه نوع گرمای انتقال یافته داریم:

$$q_1 = h_1 A (T_1 - T_L) \Rightarrow T_1 - T_L = \frac{q_1}{h_1 A} \quad (1)$$

(۱) جابه جایی بین محیط ۱ و سطح جامد: q_1

$$q_1 = kA \frac{(T_L - T_R)}{\Delta x} \Rightarrow T_L - T_R = \frac{q_1 \Delta x}{kA} \quad (2)$$

(۲) هدایت در سطح جامد، q_1

$$q_2 = h_2 A (T_R - T_2) \Rightarrow T_R - T_2 = \frac{q_2}{h_2 A} \quad (3)$$

(۳) جابه جایی بین سطح جامد و محیط ۲: q_2

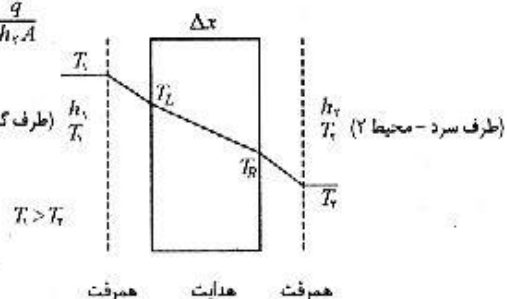
$$q_i = q_r = q_e = q$$

مقدار گرمایی انتقال یافته در سه مرحله برابر است، پس:
طرفین روابط (۱)، (۲) و (۳) را با هم جمع می‌کنیم:

$$(T_i - T_f) + (T_f - T_R) + (T_R - T_e) = \frac{q}{h_i A} + \frac{q \Delta x}{k A} + \frac{q}{h_e A}$$

$$T_i - T_e = q \left(\frac{1}{h_i A} + \frac{\Delta x}{k A} + \frac{1}{h_e A} \right)$$

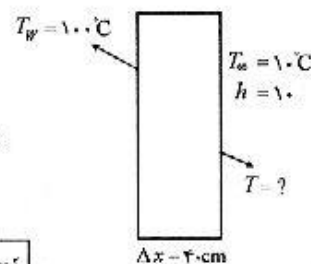
$$q = \frac{T_i - T_e}{\frac{1}{h_i A} + \frac{\Delta x}{k A} + \frac{1}{h_e A}}$$



۲۴- دمای یک طرف دیوار تختی 100°C است و طرف دیگر آن در محیطی جابه‌جایی با $T = 10^\circ\text{C}$ و $h = 10 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$ قرار دارد. دیوار مزبور دارای $k = 1/6 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$ و ضخامت 40 cm می‌باشد. آهنگ انتقال گرما از این دیوار را حساب کنید.

حل:

$$\begin{aligned} T_f &= 100^\circ\text{C} & q_i &= h A \Delta T = 10 A (T - 10) & \text{جابه‌جایی} \\ T_e &= 10^\circ\text{C} & q_r &= k A \frac{\Delta T}{L} = 1/6 A \frac{(100 - T)}{.4} & \text{هدایت} \\ h &= 10 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C} \\ k &= 1/6 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C} \\ \Delta x &= 40 \text{ cm} & q_i &= q_r \Rightarrow 10 A (T - 10) = 1/6 A \frac{(100 - T)}{.4} \\ & & T &= 35.714^\circ\text{C} \\ & & q &= 10 A (35.714 - 10) \Rightarrow \boxed{\frac{q}{A} = 257.14 \text{ W/m}^2} \end{aligned}$$



۲۵- انتقال گرما به طریق جابه‌جایی آزاد از صفحه قائمی را با هدایت خالص از یک لایه قائم هوا به ضخامت $2/5 \text{ cm}$ و با همان اختلاف دمایی $T_{ff} - T_\infty$ مقایسه کنید. از اطلاعات جدول (۱-۲) استفاده کنید.

حل:

$$\begin{aligned} h &= 4/5 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C} & k_{\text{hوا}} &= 0.024 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C} \\ \text{از جدول (۱-۲) و (۱-۱) داریم:} & & q_i^* &= h \Delta T = 4/5 \Delta T \text{ W/m}^2 \\ \text{انتقال گرمای جابه‌جایی آزاد} & & q_r^* &= k \frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{0.024}{0.0025} \Delta T = 9.6 \Delta T \text{ W/m}^2 \\ & & \Rightarrow \frac{q_i^*}{q_r^*} &= 4/6875 \end{aligned}$$

۲۶- صفحه‌ای فولادی به ضخامت $1/4 \text{ in}$ و ضریب هدایت گرمایی $25 \text{ BTU/h}\cdot\text{ft}\cdot^\circ\text{F}$ را در محیط خلئی که در آن انتقال گرما به طریق جابه‌جایی قابل صرف نظر است، در معرض یک شار گرمایی تابشی به میزان $1500 \text{ BTU/h}\cdot\text{ft}^2$ قرار می‌دهیم. به فرض دمای سطحی که در معرض انرژی تابشی است 100°F باشد دمای سطح دیگر، اگر تمام انرژی تابشی برخوردنده به صفحه به طریق هدایت در آن انتقال یابد، چقدر است؟



حل:

$$\left. \begin{aligned} L &= \frac{1}{4} \text{ in} \\ k &= 25 \text{ BTU/hr.ft}^2\text{F} \\ \frac{q}{A} &= 1500 \text{ BTU/hr.ft}^2 \\ T_1 &= 100^\circ\text{F} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{q}{A} = K \frac{\Delta T}{L} \Rightarrow \Delta T = \frac{(q/A)L}{K} = \frac{1500 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{12}}{25} \Rightarrow \Delta T = 100 - T_2 = 175$$

$$\Rightarrow \boxed{T_2 = 9875^\circ\text{F}}$$

۲۷- صفحه‌ای فلزی که پشت آن کاملاً عایق شده، مقدار 700 W/m^2 شار گرمایی تابشی خورشیدی را جذب می‌کند. ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی روی صفحه $11 \text{ W/m}^2\text{C}$ بوده و درجه حرارت هوای محیط 30°C است. دمای صفحه مزبور را در شرایط تعادل حساب کنید.

حل: چون یک طرف صفحه کاملاً عایق است باید کل انرژی دریافت‌شده، خارج شود تا دما ثابت بماند. پس در حالت تعادل داریم:

$$\left. \begin{aligned} q &= 700 \text{ W/m}^2 \\ h &= 11 \text{ W/m}^2\text{C} \\ T_f &= 30^\circ\text{C} \end{aligned} \right\} \Rightarrow q_{\text{تابشی}} = q_{\text{جابه‌جایی}} \Rightarrow 700 = 11 \Delta T \Rightarrow \Delta T = 63/64 = T_1 - T_f \Rightarrow \boxed{T_1 = 63/64^\circ\text{F}}$$

۲۸- استوانه‌ای به قطر 5 cm را تا دمای 200°C گرم می‌کنند و در عرض آن هوای 30°C را با سرعت 50 m/s می‌وزانند. در صورتی که گسیل سطحی $0/7$ و دمای دیواره‌های اتاق حاوی استوانه 10°C باشد، کل اتلاف گرما در واحد طول را حساب کنید. محاسبه را توضیح دهید.

حل: از جدول (۱-۲): $h = 180 \text{ W/m}^2\text{C}$ $L = 1 \text{ m}$

$$q_{\text{جابه‌جایی}} = 180 \times \pi \times 0/05 (200 - 30) = 4804 \text{ W}$$

$$q_{\text{تابشی}} = \varepsilon_r F_r A_r \sigma (\Delta T)$$

$$\varepsilon_r = F_r = 1$$

با فرض دیواره‌های سیاه داریم:

$$q_{\text{تابشی}} = 0/7 \times \pi \times 0/05 (5/005 \times 10^8 - 6/4 \times 10^8) = 371/978 \text{ W}$$

$$q_{\text{کل}} = q_{\text{جابه‌جایی}} + q_{\text{تابشی}} = 5076/1786 \text{ W}$$

درصد بیش‌تری از انتقال گرما مربوط به جابه‌جایی است.

۲۹- دمای صفحه قائمی به ضلع 30 cm برابر 50°C بوده و در معرض هوای اتاق با دمای 20°C قرار دارد. ضریب گسیل سطحی $0/8$ است. کل گرمای تلف‌شده از دو طرف صفحه را بیابید.

حل:

$$q_{\text{کل}} = q_{\text{جابه‌جایی}} + q_{\text{تابشی}} \quad q_{\text{جابه‌جایی}} = h \cdot A \cdot \Delta T$$

$$h = 12 \text{ W/m}^2\text{C}$$

از جدول (۱-۲):

$$q_{\text{جابه‌جایی}} = 4/5 \times 0/09 \times 30 = 12/15 \text{ W}$$

$$q_{\text{جابه‌جایی}} = 2 \times 12/15 = 24/2 \text{ W}$$

چون از دو طرف صفحه جابه‌جایی با محیط صورت می‌گیرد:

$$q_{\text{تابشی}} = \varepsilon \sigma A (T_1^4 - T_2^4) = 0/8 \times 5/67 \times 10^{-8} \times 0/9 (1/08 \times 10^8 - 7/37 \times 10^8) \quad q_{\text{تابشی}} = 14/74 \text{ W}$$

$$q_{\text{تابشی}} = 2 \times 14/74 = 28/48 \text{ W}$$

از دو جهت

$$\boxed{q_{\text{کل}} = 52/99 \text{ W}}$$

۳۰- بر روی صفحه سیاهی به ابعاد 20×20 cm هوا با دمای 0°C با سرعت 2 m/s می‌وزد. این صفحه در اتاق بزرگی قرار دارد که دمای دیواره‌هایش 30°C است. پشت صفحه کاملاً عایق است. دمای صفحه را که ناشی از توازن جابه‌جایی - تابشی است، حساب کنید. از اطلاعات داده شده در جدول (۱-۲) استفاده کنید. آیا از نتیجه به دست آمده تعجب می‌کنید؟

$$h = 12 \text{ W/m}^2\text{C}$$

حل: از جدول (۱-۲)

$$q_{\text{تابشی}} = q_{\text{جابه‌جایی}} \Rightarrow 12 \times (T - 0) = 5/67 \times 10^{-8} (A/4 \times 10^{-2} - T^4) \Rightarrow \boxed{T = 285 \text{ K}}$$

۳۱- دو صفحه سیاه بزرگ به وسیله خلأ از هم جدا شده‌اند. در طرف خارجی یکی از صفحات یک محیط جابه‌جایی به دمای $T = 80^\circ\text{C}$ و $h = 100 \text{ W/m}^2\text{C}$ وجود دارد، در حالی که طرف خارجی صفحه دیگر در محیطی به دمای 20°C و $h = 15 \text{ W/m}^2\text{C}$ قرار دارد. معادله انرژی در سیستم مزبور را نوشته و دماهای دو صفحه را تعیین کنید. در این مسأله $F_G = F_e = 1$.

حل:

	۱	۲
q_1 (۱) جابه‌جایی بین محیط با دمای 80°C و صفحه ۱	$h_L = 100$	$h_L = 15$
q_c (۲) تشعشع بین دو صفحه	$T_L = 80^\circ\text{C}$	$T = 20^\circ\text{C}$
q_r (۳) جابه‌جایی بین صفحه ۲ و محیط 20°C		

اگر صفحات ضخامت داشتند باید هدایت داخل این صفحات را نیز در نظر گرفت.

جابه‌جایی تشعشع جابه‌جایی
در این حالت مشاهده می‌شود که این سه گرما باهم برابرند

$$\frac{q_1}{A} = h_L(T_L^* - T_1^*) = 100(353 - T_1^*) \Rightarrow T_1^* = -\frac{q_1}{100A} + 353 \quad (1)$$

$$\frac{q_r}{A} = h_R(T_r^* - T_R^*) = 15(T_r^* - 293) \Rightarrow T_r^* = -\frac{q_r}{15A} + 293 \quad (2)$$

$$\frac{q_r}{A} = 5/67 \times 10^{-8} (T_1^* - T_r^*) = 5/67 \times 10^{-8} \left[\left(-\frac{q_1}{100A} + 353 \right)^4 - \left(-\frac{q_r}{15A} + 293 \right)^4 \right] \quad (3)$$

$$q_1 = q_c = q_r \Rightarrow \frac{q_r}{A} = \frac{353 - T_1^*}{100} \quad \text{از رابطه (۱)}$$

$$T_r^* = \frac{353 - T_1^*}{1500} + 293 \quad \text{از رابطه (۲)}$$

$$\frac{353 - T_1^*}{100} = 5/67 \times 10^{-8} \left[T_1^* - \left(\frac{353 - T_1^*}{1500} + 293 \right)^4 \right] \quad \text{با جای گذاری مقادیر } T_r^* \text{ و } \frac{q_r}{A} \text{ در رابطه (۳) داریم:}$$

$$\boxed{T_1^* = 293/14 \text{ K}, \quad T_r^* = 293/0.3 \text{ K}}$$

۳۵- با استفاده از مقادیر تقریبی ضرایب انتقال گرمای جابه‌جایی داده شده در جدول (۱-۲)، دمای سطح را در



حالتی به دست آورید که افت گرمای جابه‌جایی آزاد با افت گرمای تشعشعی از یک صفحه مربعی عمودی به ضلع 0.3 m یا یک استوانه به قطر 5 cm که با هوای اطاق 20°C در تماس است، دقیقاً برابر باشد. فرض کنید سطوح سیاه شده‌اند، به‌طوری که $\varepsilon = 1$ و دمای محیط تشعشع همان دمای اتاق است.

حل: (الف) برای صفحه مربع شکل

$$q_{\text{تشفع}} = q_{\text{جابه‌جایی}} \Rightarrow h \Delta T = E \sigma (T_1^4 - T^4)$$

$$h = 4/5 \text{ W/m}^2\text{C}$$

از جدول (۱-۲):

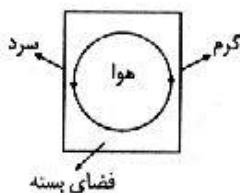
$$4/5 (T_1 - 293) = 1 \times 5.67 \times 10^{-8} (T_1^4 - 293^4) \Rightarrow T_1 = 333 \text{ K}$$

(ب) برای استوانه همان حالت بالا است، ولی با استفاده از جدول (۱-۲)، $h = 6/5$ است.

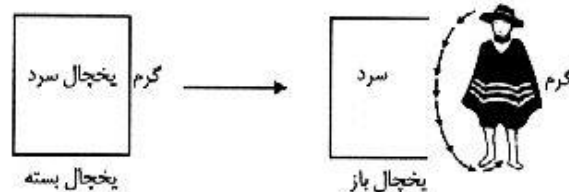
$$6/5 (T_1 - 293) = 5.67 \times 10^{-8} (T_1^4 - 293^4) \Rightarrow T_1 = 393/13 \text{ K}$$

لازم به ذکر است که حتی در حالت جابه‌جایی، دماها برحسب K به کار می‌رود.

۳۶- شخصی به مهندس اطلاع می‌دهد که وقتی در تابستان جلوی درب یخچال باز می‌ایستد، احساس می‌کند خنک‌تر می‌شود. مهندس می‌گوید که او خیال می‌کند؛ زیرا هیچ‌گونه بادبزن یا دماهی وجود ندارد که هوای خنک را بدمد. بحث جالبی در می‌گیرد، شما جانب چه کسی را می‌گیرید؟ چرا؟



حل: در این حالت انتقال گرما از طریق جابه‌جایی آزاد یا طبیعی مطرح است که بر اثر اختلاف دانسیته ایجاد می‌شود. با توجه به شکل مقابل می‌توانیم این مسئله را به راحتی توجیه کنیم؛ هوای داخل محفظه در دیواره سمت راست گرم شده و به طرف بالا می‌رود و بر اثر برخورد با جداره طرف در سمت چپ سرد می‌شود. هوای سرد دانسیته پایش‌تری دارد و به سمت پایین می‌آید. این عمل به‌طور مرتب تکرار شده و یک چرخش طبیعی مشاهده می‌شود. با توجه به شکل پایین یک چرخش هوا در جلوی درب یخچال مشاهده می‌شود.



هوا وقتی با یخچال برخورد می‌کند سرد شده و به سمت پایین حرکت می‌کند؛ در نتیجه این چرخش سبب جابه‌جایی آزاد می‌شود و فرد احساس خنکی می‌کند.

۳۷- شخصی به مهندس اطلاع می‌دهد که «آب گرم زودتر از آب سرد یخ می‌زند». مهندس این امر را بی‌معنی می‌داند. شخص مزبور می‌گوید که این مسأله را به‌وسیله سینی‌های یخ یخچال آزمایش کرده و دریافته است که

آب گرم واقعاً سریع تر خنک می‌شود. آیا به نظر شما توضیح منطقی برای مشاهدات این شخص وجود دارد؟
حل: اگر ظرف درب بسته باشد، آب گرم دیرتر یخ می‌زند. اما اگر آب در ظروف سرباز باشد، تبخیر صوت می‌گیرد و از جرم آن کم می‌شود، بنابراین برای انجماد به انتقال گرمای کم‌تری نیاز دارد. توجیه دیگری ندارد، زیرا به‌مرحال آب گرم مدتی زمان نیاز دارد تا به حالت اولیه آب سرد برسد. دلیل دیگر این است که چون گرادیان اولیه برای آب گرم بیش‌تر است، بنابراین نرخ انتقال گرما با شیب بیش‌تری ادامه دارد.

۳۸- دمای کلاس درسی در نگراس در تابستان با تهویه مطبوع در 22°C نگه داشته می‌شود. دانش‌آموزان در این کلاس با شلوارک و صندل و پیراهن نازک شرکت می‌کنند و کاملاً راحت‌اند. در همین کلاس در زمستان، همان دانش‌آموزان پیراهن‌های آستین‌بلند، شلوار و ژاکت گرم‌کن می‌پوشند و وقتی دما 24°C است، راحت‌اند. به فرض رطوبت را در نظر نگیریم، این پدیده خلاف قاعدهٔ «راحتی دما» (*temperature comfort*) را توضیح دهید.

حل: در زمستان دیوارهای کلاس در اثر انتقال گرما با هوای بیرون سردترند، بنابراین انتقال گرما از شاگردان به دیوار انجام می‌شود و برای راحت‌بودن آن‌ها باید انتقال گرمای بیش‌تری از هوای کلاس به آن‌ها صورت گیرد، بنابراین باید دمای اتاق در زمستان از دمای اتاق در تابستان بیش‌تر باشد.

۳۹- از نظر مسألهٔ انتقال گرما می‌توان یک انسان را با استوانهٔ قائمی با ارتفاع ۶ ft و قطر ۱ ft تقریب زد. فرض کنید که دمای سطحی استوانه 78°F و $h = 2 \text{ BTU/h.ft}^2\text{.}^{\circ}\text{F}$ و ضریب گسیل سطحی 0.9 است. این استوانه در اتاق بزرگی قرار دارد که دمای هوا در آن 68°F و دمای دیوار 45°F است. گرمای تلف‌شده از استوانه را حساب کنید. مسأله را برای دمای دیوار 80°C تکرار کنید. از این محاسبات چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

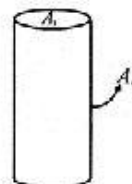
حل:

$$q = h.A.\Delta T$$

$$q = E_r E_v R_v \sigma A (T_v^4 - T_e^4)$$

جابه‌جایی:

تشعشع:



کلاً گرما به دو صورت جابه‌جایی و تشعشع از استوانه منتقل می‌شود. نکته مهم این است که؟ برای استوانه مساحت A ، مجموع مساحت جانبی و سطح بالایی است، یعنی مجموع $A_1 + A_2$

$$A_1 = \pi d^2/4 \text{ و } A_2 = \pi dL$$

با توجه به مجموع مساحت‌ها، چون سطح پایین در تماس با زمین است، هیچ‌گونه نقشی در انتقال گرما، چه جابه‌جایی و چه تشعشع ندارد، بنابراین در A کلی وارد نشده است. البته سطح تماس با زمین انتقال گرمای هدایتی دارد، ولی با فرض این که کفش عایق است، از این گرما صرف‌نظر می‌شود.

$$A = \frac{2/12 \times 1^2}{4} + 3/12 \times 1 \times 6 = 19/625 \text{ ft}^2 = 1/823 \text{ m}^2$$

$$q_{\text{جابه‌جایی}} = h.A.\Delta T = 2 \times 19/625 (78 - 68) = 392/5 \text{ BTU/hr}$$

$$q_{\text{تشنه}} = E_1 E_2 F_1 \sigma A (T_1^4 - T_2^4) = 0.9 \times 5/67 \times 10^{-8} \times 1/823 (7/88 \times 10^{-2} - 6/12 \times 10^{-2})$$

$$q_{\text{تشنه}} = 160 \text{ W} = 545 \text{ BTU/hr}$$

$$q_{\text{کل}} = 392/5 + 545 = 937/5 \text{ BTU/hr}$$

(ب) در این حالت مقدار جابه‌جایی q ثابت می‌ماند، چون دمای هوا و دمای سطح استوانه ثابت مانده است.

$$q_{\text{جابه‌جایی}} = 392/5 \text{ BTU/hr}$$

$$q_{\text{تشنه}} = 0.9 \times 5/67 \times 10^{-8} \times 1/823 (5/55 \times 10^{-2} - 7/88 \times 10^{-2}) = -210 \text{ W}$$

$$q_{\text{تشنه}} = -210 \text{ W}$$

با توجه به علامت، انتقال گرما از دیوار به بدن است.

$$q_{\text{تشنه}} = -210 \text{ W}$$

$$q_{\text{کل}} = q_{\text{جابه‌جایی}} + q_{\text{تشنه}} = -210 + 392/5 = -324 \text{ BTU/hr}$$

۴۰- یک پیست اسکی یخی مجاور یک بازار خرید، با دمای هوای 22°C و دمای دیواره‌های محیط تشعشعی 25°C واقع شده است. ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی بین یخ و هوا، به‌خاطر حرکت هوا و حرکت اسکیت باز، $10 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$ می‌باشد. ضریب گسیل یخ 0.95 است. اگر ابعاد زمین اسکیت $12 \text{ m} \times 40 \text{ m}$ باشد، مقدار سرمای لازم برای این‌که یخ در دمای 0°C باقی بماند را حساب کنید. اگر هیچ سرمایی ذخیره نشود و پشت سطح کاملاً عایق شده باشد، مقدار گرمای ذوب یخ و مدت زمان لازم برای این‌که 3 mm از سطح یخ ذوب شود، را حساب کنید.

حل: انتقال گرما به یخ از دو طریق تشعشعی از دیواره‌ها و جابه‌جایی است:

$$q_{\text{کل}} = q_{\text{جابه‌جایی}} + q_{\text{تشنه}} \Rightarrow q_{\text{کل}} = hA(T_{\text{هوا}} - T_{\text{یخ}}) + \varepsilon A \sigma (T_{\text{دیوار}}^4 - T_{\text{یخ}}^4)$$

$$A = 12 \times 40 = 480 \text{ m}^2 \Rightarrow q_{\text{کل}} = 10 \times 480 (0 - 22) + 0.95 \times 480 \times 5/67 \times 10^{-8} (273^4 - 298^4)$$

$$\Rightarrow \boxed{q_{\text{کل}} = -165800 \text{ W}}$$

علامت منفی به‌خاطر این است که در این مسئله مقدار سرما لازم مورد نظر می‌باشد.

گرما با نرخ 165800 J/s به یخ انتقال می‌یابد. حال برای محاسبه مقدار گرمای لازم برای ذوب 3 mm از یخ داریم:



با استفاده از جدول A-3 در دمای صفر درجه سانتی‌گراد داریم:

$$V = 12 \times 40 \times 10^{-3} = 1/44 \text{ m}^3$$

$$\rho_{\text{gl}} = 910 \text{ kg/m}^3$$

$$m = \rho V = 910 \times 1/44 = 1310/4 \text{ kg} \quad h_f = 330 \text{ kJ/kg}$$

$$q = m h_f = 1310/4 \times 330 = 432432 \text{ kJ}$$

در معادله بالا h_f همان h یا گرمای نهان ذوب است. برای محاسبه مدت زمان لازم برای ذوب این مقدار یخ داریم:

$$t \times \text{نرخ انتقال حرارت} = \text{گرمای ذوب}$$

$$t = \frac{\text{گرمای ذوب}}{\text{نرخ انتقال حرارت}} = \frac{432432 \text{ kJ}}{165800 \text{ J/s}} = 260.8 \text{ s} = 4.35 \text{ min} \Rightarrow \boxed{t = 4.35 \text{ min}}$$

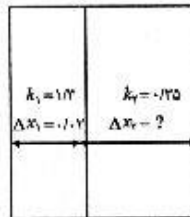
هدایت حالت پایدار - یک بعدی

۱- دیواری به ضخامت ۲ cm از ماده‌ای به ضریب هدایت گرمایی متوسط $1/3 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ ساخته شده و با ماده‌ای به ضریب هدایت گرمایی متوسط $0/35 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ عایق‌بندی شده است، به طوری که اتلاف گرمایی در هر متر مربع از 1830 W تجاوز نمی‌کند. با فرض آن که دمای سطح درونی و بیرونی دیوار عایق شده به ترتیب 1300 و 30°C باشد، ضخامت عایق مورد نظر را حساب کنید.

حل:

$$q' = \frac{\Delta T}{\frac{\Delta x_2}{k_2} + \frac{\Delta x_1}{k_1}} = \frac{1300 - 30}{\frac{\Delta x_2}{0/35} + \frac{0/02}{1/3}} = 1830$$

$$\Delta x_2 = 0/1375 \text{ m}$$



۲- ماده مشخصی به ضخامت $2/5 \text{ cm}$ و سطح مقطع 1 m^2 موجود است که دمای یک طرف آن 35°C و دمای طرف دیگرش 95°C می‌باشد. دما در صفحه مرکزی جسم 62°C بوده، جریان گرمایی در آن 1 kW است. عبارتی برای تعیین ضریب هدایت گرمایی به صورت تابعی از دما به دست آورید.

حل: فرض می‌کنیم که ضریب هدایت گرمایی به صورت خطی با دما تغییر کند یعنی $k = k_0(1 + \beta T)$ و T_2 دمای صفحه میانی باشد:

$$-q = kA \frac{dT}{dx} \Rightarrow k \frac{dT}{dx} = \frac{-q}{A} \Rightarrow \frac{-q}{A} = k_0(1 + \beta T) \frac{dT}{dx} \Rightarrow q = \frac{-k_0 A}{L} [(T_2 - T_1) + \frac{\beta}{2}(T_2^2 - T_1^2)]$$

به همین ترتیب رابطه مشابهی برای T_2 و T_1 می‌نویسیم. با این فرض که حد انتگرال برای dx از صفر تا $L/2$ می‌شود و چون مقدار گرمای هدایت یافته با هم برابر است، داریم:

$$\int_0^{L/2} \frac{-q}{A} dx = \int_{T_1}^{T_2} k_0(1 + \beta T) dT \Rightarrow q = \frac{-k_0 A}{L/2} [(T_2 - T_1) + \frac{\beta}{2}(T_2^2 - T_1^2)]$$

$$T_2 = 95^\circ\text{C}, T_1 = 62^\circ\text{C}, T_0 = 35^\circ\text{C}, L = 0/025 \text{ m}$$

از تساوی دو مقدار q داریم:

$$2[(62-25) + \frac{\beta}{\gamma}(62-25)] = [(95-25) + \frac{\beta}{\gamma}(95-25)] \Rightarrow \boxed{\beta = -4/68 \times 10^{-3}}$$

با قرار دادن مقدار β در معادله مربوط به q داریم:

$$1000 = q = \frac{k \cdot \pi \cdot 1}{0.025} [(95-25) + \frac{-4/68 \times 10^{-3}}{\gamma}(95-25)] \Rightarrow k = 5/988 \Rightarrow \boxed{k = 5/988(1 - 4/68 \times 10^{-3} T)}$$

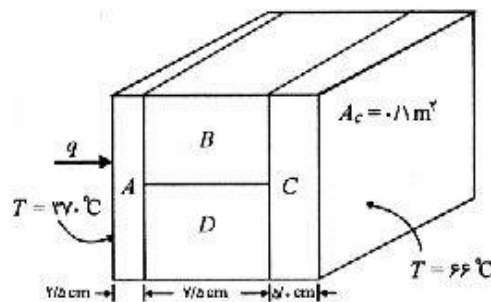
۳- دیوار مرکبی از یک صفحه مسی به ضخامت $2/5$ cm، یک لایه پنبه نسوز به ضخامت $3/2$ mm و یک لایه شیشه لیفی به ضخامت 5 cm تشکیل شده است. اگر اختلاف دمای دو طرف دیوار 560°C باشد، جریان گرما به ازای واحد سطح را در این سازه مرکب حساب کنید.

حل:

$$\frac{q}{A} = \frac{\Delta T}{\frac{\Delta x_1}{k_1} + \frac{\Delta x_2}{k_2} + \frac{\Delta x_3}{k_3}} = \frac{560}{\frac{0.003}{150} + \frac{0.002}{30} + \frac{0.05}{5}} = 319 \text{ W/m}^2$$

۴- انتقال گرما به ازای واحد سطح را برای دیوار مرکب شکل زیر پیدا کنید. جریان گرما را یک بعدی فرض کنید.

$$\begin{aligned} k_A &= 150 \text{ W/m}^\circ\text{C} \\ k_B &= 30 \text{ W/m}^\circ\text{C} \\ k_C &= 50 \text{ W/m}^\circ\text{C} \\ k_D &= 70 \text{ W/m}^\circ\text{C} \\ A_B &= A_D \end{aligned}$$



حل:

$$R_A = \frac{\Delta x_A}{k_A A}, \quad R_B = \frac{\Delta x_B}{k_B A/2}, \quad R_D = \frac{\Delta x_D}{k_D A/2}, \quad R_C = \frac{\Delta x_C}{k_C A} \quad T_1 = 370^\circ\text{C} \quad T_2 = 66^\circ\text{C}$$

$$R_A = \frac{\Delta x_A}{k_A A} = \frac{0.005}{150 \cdot A} = \frac{1/66 \times 10^{-3}}{A}, \quad R_B = \frac{0.005}{30 \times \frac{0.1}{2}} = 0.0033, \quad R_D = \frac{0.005}{70 \times \frac{0.1}{2}} = 0.0014$$

$$R_{BD} = \frac{R_B R_D}{R_B + R_D} = 0.0014, \quad R_C = \frac{0.0033}{50 \times 0.1} = 0.0066, \quad R_t = R_A + R_{BD} + R_C = 0.0077$$

$$q = \frac{\Delta T}{R_t} = \frac{370 - 66}{0.0077} = 12109/375 \text{ W} \quad \boxed{\frac{q}{A} = 12109/375 \text{ W/m}^2}$$

۵- دمای یک طرف بلوکی مسی به ضخامت 5 cm، 260°C است. طرف دیگر با لایه شیشه لیفی به ضخامت $2/5$ cm پوشیده شده و دمای قسمت بیرونی شیشه لیفی 38°C است. جریان گرمای کلی از میان ترکیب مس و شیشه لیفی 44 kW می باشد. مساحت این بلوک را حساب کنید.

حل:

$$\frac{q}{A} = \frac{\Delta T}{\frac{\Delta x_1}{k_1} + \frac{\Delta x_2}{k_2}} = \frac{260 - 28}{\frac{0.05}{286} + \frac{0.025}{1.028}} = \frac{232}{A} \Rightarrow \boxed{A = 130.8 \text{ m}^2}$$

۶- دیوار بیرونی ساختمانی از یک لایه آجر معمولی به ضخامت ۱۰ cm و یک لایه شیشه ایفی $(k = 0.5 \text{ W/m}^\circ\text{C})$ به ضخامت ۲/۵ cm تشکیل شده است. جریان گرما در دیوار مزبور را وقتی اختلاف دمای دو طرف آن 45°C است، حساب کنید.

حل:

$$q = \frac{q}{A} = \frac{\Delta T}{\frac{\Delta x_1}{k_1} + \frac{\Delta x_2}{k_2}} = \frac{45}{\frac{0.1}{1.76} + \frac{0.025}{0.5}} = 691.7 \text{ W/m}^2$$

۷- دمای یک طرف بلوک مسی به ضخامت ۴ cm برابر 175°C می باشد. طرف دیگر آن با یک لایه شیشه ایفی به ضخامت ۱/۵ cm پوشیده شده است. دمای بیرون شیشه ایفی 80°C و جریان گرمای کل از این بلوک ۳۰۰ W می باشد. مساحت بلوک چه قدر است؟

حل:

$$q = \frac{q}{A} = \frac{\Delta T}{\frac{\Delta x_1}{k_1} + \frac{\Delta x_2}{k_2}} \Rightarrow \frac{300}{A} = \frac{95}{\frac{0.04}{385} + \frac{0.015}{0.948}} \Rightarrow \boxed{A = 1246 \text{ m}^2}$$

۸- دیوار تختی از ماده ای ساخته شده است که ضریب هدایتی آن با توان دوم دما طبق رابطه $k = k_0(1 + \beta T^2)$ تغییر می کند. رابطه ای برای تعیین میزان انتقال گرما در این دیوار به دست آورید.

حل:

$$q = -kA \frac{dT}{dx} = -k_0 A (1 + \beta T^2) \frac{dT}{dx} \Rightarrow \frac{-q}{k_0 A} \int_0^L dx = \int_{T_1}^{T_2} (1 + \beta T^2) dT \Rightarrow \frac{qL}{k_0 A} = - \left[(T + \frac{\beta}{3} T^3) \right]_{T_1}^{T_2} \Rightarrow$$

$$\frac{qL}{k_0 A} = \left[(T_1 - T_2) + \frac{\beta}{3} (T_1^3 - T_2^3) \right] \Rightarrow \boxed{q = -\frac{k_0 A}{L} \left[(T_1 - T_2) + \frac{\beta}{3} (T_1^3 - T_2^3) \right]}$$

۹- در جسمی به ضخامت ۳۰ cm و ضریب هدایت گرمایی $0.4 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ، تغییرات دما نسبت به x فاصله از سطح سمت چپ جسم به صورت $T = 15x^2 - 3x$ می باشد، که در این رابطه x بر حسب متر است. آهنگ جریان گرما را در $x = 0$ و $x = 3$ متر حساب کنید. مشخص کنید جسم گرم می شود یا سرد؟

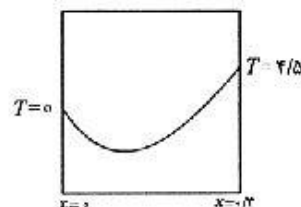
$$q = -kA \frac{dT}{dx} = -kA (30x - 3)$$

کل جسم در دمای پایین بوده و با گرم کردن دو طرف دمای آن افزایش یافته است.

$$q_x = \frac{q}{A} = 0.4 (30x - 3)$$

$$q_{x=0} = -1.2 \text{ W/m}^2 \quad \text{در } x=0 \text{ مقدار دما صفر است و داریم:}$$

$$q_{x=0.3} = 2.4 \text{ W/m}^2 \quad \text{در } x=0.3 \text{ m دما } 4/5^\circ\text{C} \text{ است و داریم:}$$



در $x = 0$ گرما خارج شده و در $x = 0.3$ گرما وارد می شود.

گرمای خروجی $>$ گرمای ورودی

یعنی جسم گرم می شود

راه حل دوم برای قسمت (ب):

$$\frac{dT}{dx} = 300 > 0 \Rightarrow \text{جسم گرم می شود}$$

$$\frac{dT}{dx} = 0 \Rightarrow 300x - 30 = 0 \Rightarrow x = 0.1 \text{ m} \Rightarrow T_{\min} = -1/5$$

۱۰- دیواری از ۲ cm مس، ۳ mm پنبه نسوز ($k = 0.166 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$) و ۶ cm شیشه لیفی ساخته شده است. جریان گرما به ازای واحد سطح را برای اختلاف دمای کل 500°C به دست آورید.

حل:

$$q = \frac{q}{A} = \frac{\Delta T}{\frac{\Delta x_1}{k_1} + \frac{\Delta x_2}{k_2} + \frac{\Delta x_3}{k_3}} = \frac{500}{\frac{0.02}{0.05} + \frac{0.003}{0.166} + \frac{0.06}{0.038}} = 213/0.7 \text{ W/m}^2$$

مقادیر k برای مس و شیشه لیفی را از جدول گرفته ایم.

۱۱- دیوار ساختمانی از ۶ in بتن ($k = 1/2 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$)، ۲ in عایق شیشه لیفی، و $2 \frac{3}{8}$ in گچ ($k = 0.5 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$) تشکیل شده است. ضرایب جابه جایی داخلی و خارجی به ترتیب عبارتند از، ۲ و $7 \text{ BTU/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}$ دمای هوای بیرون 20°F و دمای داخل 72°F است. ضریب انتقال گرمای کلی دیوار و اتلاف گرما به ازای واحد سطح را حساب کنید.

حل:

مقاومت گچ: R_g ، مقاومت شیشه لیفی: R_f و مقاومت بتن: R_c

$$R_c = \frac{\frac{6}{12}}{7 \times 0.5778} = 0.721, \quad R_f = \frac{\frac{2}{12}}{0.38 \times 0.5778} = 7/59, \quad R_g = \frac{\frac{2 \frac{3}{8}}{12}}{0.5 \times 0.5778} = 0.82$$

$$R_t = \frac{1}{7} = 0.143, \quad R_o = \frac{1}{7} = 0.143, \quad \Sigma R = R_c + R_f + R_g + R_t + R_o, \quad U = \frac{1}{\Sigma R} = 0.0996 \quad \text{ضریب انتقال گرمای کلی}$$

$$q/A = \frac{\Delta T}{\Sigma R} = 5/18 \text{ BTU/h} \cdot \text{ft}^2$$

۱۲- دیواری از یک لایه فولاد ضد زنگ ($k = 16 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$) به ضخامت ۲ mm از دو طرف با ماده پلاستیکی خاصی پوشیده شده است. ضریب انتقال گرمای کل با فرض جابه جایی در دو طرف پلاستیک $120 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ است. اگر اختلاف دمای کل در عرض این دیوار 60°C باشد، اختلاف دما در عرض فولاد را حساب کنید.

حل:

اختلاف دمای فولاد: ΔT_{ss} ، مقاومت فولاد ضد زنگ: R_{ss}

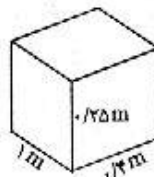
$$R_{ss} = \frac{\Delta x}{k} = \frac{0.002}{16} = 0.000125, \quad R_{\text{overall}} = \frac{1}{U} = \frac{1}{120} = 0.00833$$

با توجه به این که شدت جریان گرمایی در کل دیوار و لایه فولاد ثابت است، پس:

$$q = \frac{\Delta T_{\text{overall}}}{R_{\text{overall}}} = \frac{\Delta T_{ss}}{R_{ss}} \Rightarrow \frac{\Delta T_{ss}}{\Delta T_{\text{overall}}} = \frac{R_{ss}}{R_{\text{overall}}} = \frac{0.000125}{0.00833} = 0.015 \Rightarrow \Delta T_{ss} = 0.015 \times 60 = 0.9^\circ\text{C}$$

۱۳- یخدانی از جنس اسفنج استیرو ($k = 0.033 \text{ W/m}^\circ\text{C}$) به ابعاد $25 \times 40 \times 100 \text{ cm}$ ساخته شده است و ضخامت دیواره آن 5 cm می باشد. سطح خارجی یخدان در هوای 25°C با $h = 10 \text{ W/m}^2\text{C}$ قرار دارد. اگر یخدان کاملاً پر از یخ باشد، زمان لازم برای ذوب شدن تمام یخ را حساب کنید. مفروضات خود را بیان کنید. گرمای ذوب یخ 330 kJ/kg است.

حل: با توجه به ضخامت 5 cm یخدان، بدیهی است که مساحت داخل و خارج ظرف با هم فرق می کند، پس میزان انتقال گرما در داخل و خارج یخدان نیز با هم فرق می کند.



$$\begin{aligned}\rho &= 999.8 \text{ kg/m}^3 \\ V &= 0.25 \times 0.4 \times 1 = 0.1 \text{ m}^3 \\ m &= \rho \cdot V = 100 \text{ kg} \\ q &= 100 \times 330 \times 10^3 = 3.3 \times 10^7 \text{ J}\end{aligned}$$

$$A_i = (2 \times 0.25 \times 0.4) + (2 \times 0.4 \times 1) + (2 \times 0.25 \times 1) = 1.5 \text{ m}^2$$

$$25 + 2 \times 5 = 35 \text{ cm} \quad , \quad 40 + 2 \times 5 = 50 \text{ cm} \quad , \quad 100 + 2 \times 5 = 110 \text{ cm}$$

توضیح: ابعاد خارجی یخدان:

$$A_o = (2 \times 0.25 \times 0.5) + (2 \times 0.5 \times 1/1) + (2 \times 0.45 \times 1/1) = 2.12 \text{ m}^2$$

$$A_m = \frac{A_i + A_o}{2} = 1.81 \text{ m}^2 \Rightarrow R_s = \frac{\Delta x}{k A_m} = \frac{0.05}{0.033 \times 1.81} = 0.8146 \cdot R_o = \frac{1}{h A_o} = 0.045 \Rightarrow R_{sc} = R_s + R_o = 0.8596$$

$$\frac{Q}{\Delta T} = \frac{3.3 \times 10^7}{\Delta T} = \frac{\Delta T}{R} = \frac{25 - 0}{0.8596} \Rightarrow \Delta T = 1/125 \times 10^6 \text{ sec} = 315 \text{ h} = 13 \text{ days}$$

۱۴- دمای مخزن کروی به قطر 1 m برابر 12°C بوده و در محیط جابه جایی با $h = 25 \text{ W/m}^2\text{C}$ و $T_\infty = 15^\circ\text{C}$ قرار دارد. چه ضخامتی از اسفنج اورتان باید اضافه کنیم تا دمای بیرونی عایق از 40°C بیش تر نشود؟ با نصب این عایق اتلاف گرما چه قدر کاهش می یابد؟

حل:

$$\begin{aligned}d &= 1 \text{ m} \\ T_i &= 12^\circ\text{C} \\ h &= 25 \text{ W/m}^2\text{C} \\ T_\infty &= 15^\circ\text{C}\end{aligned}$$

$$q_1 = \frac{\Delta T}{\frac{1}{hA}} = \frac{12 - 15}{\frac{1}{25(4\pi r^2)}} = 8222.5 \text{ W}$$

$$q_r = \frac{\Delta T}{\frac{1}{hA} + \frac{r_i - r_o}{4\pi k}} = \frac{10.5}{\frac{1}{25(4\pi r^2)} + \frac{r_i - r_o}{4\pi \times 18 \times 10^{-2} \times 0.033}}$$

$$q_r = \frac{10.5}{\frac{r_i - r_o}{4\pi \times 18 \times 10^{-2} \times 0.033}} = \frac{0.652}{\frac{1}{0.5} - \frac{1}{r_o}}$$

$$q_i = q_r \Rightarrow \frac{10.5}{\frac{1}{25 r_o^2} + \frac{r_o - 0.5}{0.11304 r_o}} = \frac{0.652}{\frac{1}{0.5} - \frac{1}{r_o}} \Rightarrow 210 - \frac{10.5}{r_o} = \frac{0.118}{r_o^2} + 50 - \frac{25}{r_o}$$

$$\Rightarrow 210 r_o^2 - 10.5 r_o = 0.118 + 50 r_o^2 - 25 r_o \Rightarrow 160 r_o^2 - 80 r_o - 0.118 = 0 \Rightarrow r_o = 0.5 \times 225 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \Delta r = 0.10225 \text{ m} = 102.25 \text{ mm} \quad \text{ضخامت عایق}$$

$$q_r = \frac{0.652}{\frac{1}{0.5} - \frac{1}{0.5 \times 225}} = 6282.82 \text{ W} \Rightarrow \Delta q = 1959.674 \text{ W} \Rightarrow \frac{\Delta q}{q} \times 100 = 23.77\%$$

۱۵- کوره‌ای توخالی از جنس آلومینیم با قطر داخلی ۴ cm و قطر خارجی ۸۰ cm ساخته شده است. دمای داخلی آن ۱۰۰°C و دمای خارجی اش ۵۰°C می‌باشد. انتقال گرما را حساب کنید.

حل:

$$\begin{aligned} d_i &= 4 \text{ cm} \\ d_o &= 80 \text{ cm} \\ T_i &= 100^\circ\text{C} \\ T_o &= 50^\circ\text{C} \end{aligned} \quad q_r = \frac{\Delta T}{\frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi Lk}} = \frac{100 - 50}{\frac{\ln(40/2)}{2\pi \times 2.0 \times 75 \times 1}} = 5231.24 \text{ W}$$

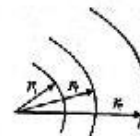
توضیح: برای محاسبه k ، با استفاده از روش میان‌یابی داریم:

$$\begin{aligned} T: & 100 \quad 200 \\ k: & 20.6 \quad 215 \end{aligned} \quad \Rightarrow T_{av} = \frac{150 + 100}{2} = 125 \quad \Rightarrow k = 20.8/25$$

۱۶- فرض کنید که کره مسأله ۱۵ با یک لایه عایق به ضخامت ۱ cm و $k = 50 \text{ mW/m}^\circ\text{C}$ پوشیده شده است و سطح خارجی آن (عایق) در محیطی با $h = 20 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$ و $T_\infty = 10^\circ\text{C}$ قرار دارد. دمای داخل کره در ۱۰۰°C نگه‌داری می‌شود. انتقال گرما را در این شرایط حساب کنید.

حل:

$$\begin{aligned} q &= \frac{\Delta T}{\frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi Lk_s} + \frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi Lk} + \frac{1}{h \cdot 4\pi r_o^2}} \\ q &= \frac{100 - 50}{\frac{\ln(40/20)}{2\pi \times 2.0 \times 75 \times 1} + \frac{\ln(40/20)}{2\pi \times 1.0 \times 25 \times 1} + \frac{1}{20 \times 4\pi \times 40^2 \times 1}} = 9.41 \text{ W} \end{aligned}$$



۱۷- ابعاد لوله فولادی استاندارد در پیوست A داده شده است. به فرض یک لوله نمره ۸۰ با قطر ۳ in را با ۱ in عایق با $k = 60 \text{ mW/m}^\circ\text{C}$ پوشانده و سطح بیرونی عایق در محیطی با $T_\infty = 20^\circ\text{C}$ و $h = 10 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$ قرار دارد. دمای سطح بیرونی لوله ۲۵۰°C است. مقادیر زیر را به‌ازای واحد طول حساب کنید: الف - مقاومت گرمای کل؛ ب - اتلاف گرما.

حل: از جدول پیوست A:

$$\begin{aligned} d_i &= 2.90 \text{ in}, \quad d_o = 3.50 \text{ in}, \quad k = 43 \text{ W/m}^\circ\text{C} \\ R_{\text{insulation}} &= \frac{\ln(d_o/d_i)}{2\pi \times 43 \times 1} = 6/96 \times 10^{-3}, \quad R_{\text{steel}} = \frac{\ln(d_o/d_i)}{2\pi \times 0.106 \times 1} = 1/1999 \\ R_{\text{conv}} &= \frac{1}{h \cdot A_o} = \frac{1}{10 \times \pi \times 3.50 \times 0.106 \times 1} = 0.2278 \\ R_{\text{total}} &= 6/96 \times 10^{-3} + 1/1999 + 0.2278 = 1/227 \end{aligned} \quad (\text{ب})$$

۱۸- یک لوله فولادی به قطر خارجی ۵ cm با عایق پنبه‌نسوز ($k = 0.096 \text{ BTU/h.ft}^\circ\text{F}$) به ضخامت ۶/۴ mm و سپس با لایه عایق شیشه‌لیفی ($k = 0.28 \text{ BTU/h.ft}^\circ\text{F}$) به ضخامت ۲۵ mm پوشیده شده است. دمای

دیواره لوله 315°C و دمای سطح عایق 38°C می باشد. دمای سطح مشترک پنبه نسوز و شیشه لیفی را حساب کنید.

حل:

$$\begin{aligned} k_A &= 0.96 \text{ BTU/h.ft.}^{\circ}\text{F} = 0.166 \text{ W/m.}^{\circ}\text{C} \quad \text{آزبست (پنبه نسوز)} \\ k_f &= 0.28 \text{ BTU/h.ft.}^{\circ}\text{F} = 0.485 \text{ W/m.}^{\circ}\text{C} \quad \text{شیشه لیفی} \\ q &= \frac{\Delta T}{R} = \frac{315 - T_i}{\frac{\ln(\frac{r_1}{r_0})}{2\pi k_A}} = \frac{T_i - 38}{\frac{\ln(\frac{r_2}{r_1})}{2\pi k_f}} \Rightarrow 0.7282(315 - T_i) = 0.1828(T_i - 38) \Rightarrow \boxed{T_i = 286.7^{\circ}\text{C}} \end{aligned}$$

۱۹- عبارتی برای محاسبه مقاومت گرمایی یک پوسته کره توخالی به شعاع درونی r_i و شعاع خارجی r_o و به ضریب هدایت گرمایی k به دست آورید.

حل:

$$\begin{aligned} q_r &= -kA \frac{dT}{dr} = -k4\pi r^2 \frac{dT}{dr} \Rightarrow q_r \int_r^{r_o} \frac{dr}{r^2} = -k4\pi \int_{T_i}^{T_o} dT \Rightarrow q_r \left(\frac{1}{r_o} - \frac{1}{r_i} \right) = -4\pi k (T_o - T_i) \Rightarrow \\ q_r &= \frac{-4\pi k (T_o - T_i)}{\left(\frac{1}{r_o} - \frac{1}{r_i} \right)} = \frac{\Delta T}{R} \Rightarrow q_r = \frac{(T_o - T_i)}{\frac{1}{4\pi k} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_o} \right)} \Rightarrow \boxed{R = \frac{\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_o} \right)}{4\pi k}} \end{aligned}$$

۲۰- دمای سیمی به قطر 1 mm برابر 40°C بوده، در محیط جابه جایی با دمای 20°C و $h = 120 \text{ W/m}^2.\text{C}$ قرار دارد. ضریب هدایت گرمایی عایقی به ضخامت 0.2 mm را برای رسیدن به شعاع بحرانی حساب کنید. چه ضخامتی از این عایق باید به سیم افزود تا انتقال گرما را در مقایسه با سیم نخت ۷۵٪ کاهش دهد؟

حل:

$$\begin{aligned} d_i &= 1 \text{ mm} & r_i &= 0.5 \text{ mm} = 5 \times 10^{-4} \text{ m} & \text{(الف)} \\ T_i &= 40^{\circ}\text{C} \\ T_o &= 20^{\circ}\text{C} \\ h &= 120 \text{ W/m}^2.\text{C} & r_o &= \frac{k}{h} = 5 \times 10^{-4} + 2 \times 10^{-4} = 7 \times 10^{-4} \Rightarrow k = 7 \times 10^{-4} \times 120 = 0.84 \text{ W/m.}^{\circ}\text{C} \\ q_{\text{سیم}} &= \pi \times 0.001 \times 120 \times (40 - 20) = 135.7 \text{ W/m} & \text{(ب)} \\ q_{\text{عایق}} &= 0.75 \times 135.7 = 101.77 \text{ W/m} & \text{اگر سیم با عایق انتقال گرما را ۷۵٪ کاهش دهد، داریم:} \\ q &= \frac{40 - 20}{\frac{\ln(\frac{r_o}{5 \times 10^{-4}})}{2\pi(0.84)} + \frac{1}{2\pi(120)r_o}} = 101.77 & \text{باسمی و خطا داریم:} \\ r_o &= 135 \text{ mm} & \text{ضخامت} &= 135 - 0.5 = 134.5 \text{ mm} \end{aligned}$$

۲۱- لوله ای فولادی نمره ۴۰ به قطر 2 in (پوست A را بینید) دارای ضریب هدایت گرمایی $k = 27 \text{ BTU/h.ft.}^{\circ}\text{F}$

است. سیال داخل لوله دارای $h = 30 \text{ BTU/h.ft}^2\text{.}^\circ\text{F}$ بوده و سطح خارجی لوله با عایق شیشه ایفی به ضخامت 0.5 in و $k = 0.22 \text{ BTU/h.ft.}^\circ\text{F}$ پوشیده شده است. ضریب جابه جایی در سطح خارجی عایق $2 \text{ BTU/h.ft}^2\text{.}^\circ\text{F}$ دمای سیال درونی 320°F و دمای محیط 70°F است. میزان اتلاف گرمایی را به ازای واحد طول لوله (فوت) حساب کنید.

حل:

$$R_i = \frac{\left(\frac{1}{h_i}\right)}{2\pi \times 21.67} = 6.16 \times 10^{-2} \quad \text{مقاومت داخلی لوله} \quad R_p = \frac{\ln\left(\frac{2/375}{2/0.67}\right)}{2\pi \times 21.67} = 8.188 \times 10^{-4}$$

$$R_{ins} = \frac{\ln\left(\frac{2/375}{2/375}\right)}{2\pi \times 27} = 2/375 \quad \text{مقاومت عایق} \quad R_o = \frac{\left(\frac{1}{h_o}\right)}{2\pi \times 21.67} = 5.659 \times 10^{-1}$$

$$\frac{q}{L} = \frac{\Delta T}{\sum R} = \frac{320 - 70}{\sum R} = 8117 \text{ BTU/h.ft}$$

۲۲- رابطه ای برای تعیین شعاع بحرانی عایق در یک کره بیابید.

حل: با توجه به شکل هدف محاسبه می باشد.

$$q = \frac{\Delta T}{\frac{1/r_i - 1/r_o}{4\pi k_s} + \frac{1/r_o - 1/r_i}{4\pi k_{ins}} + \frac{1}{h 4\pi r_o^2}}$$

$$\frac{dq}{dr} = 0 \Rightarrow \Delta T = \text{ثابت}$$



$$\frac{(\text{مخرج})}{(\text{مخرج})} - \left[-\frac{1}{4\pi k_{ins}} \left(-\frac{1}{r_i^2}\right) + \frac{1}{h 4\pi} \left(-\frac{1}{r_o^2}\right) \right] \Delta T = 0$$

$$-\frac{1}{4\pi k_{ins}} \left(\frac{1}{r_i^2}\right) + \frac{1}{h 4\pi} \left(\frac{1}{r_o^2}\right) = 0 \Rightarrow -\frac{r_o}{k_{ins}} + \frac{r_i}{h} = 0 \Rightarrow \boxed{r_i = \frac{r_o k_{ins}}{h}}$$

۲۳- مخزنی استوانه ای به قطر 80 cm و ارتفاع 2 m دارای آب 80°C است. نود درصد مخزن پر شده است، دور آن را باید طوری عایق کرد که افت دمای آب بیش از 3°C بر ساعت نباشد. با استفاده از اطلاعات ارائه شده در این فصل، ماده عایقی را مشخص کنید و برای این آهنگ خنک شدن محاسبات لازم را انجام دهید.

حل:

$$\text{جرم آب وقتی } 90\% \text{ مخزن پر باشد} = 0.9 \times \pi \times 0.8^2 \times 2 \times \frac{1}{4} \times 970 = 877 \text{ kg}$$

$$q = m.C.\Delta T = 877 \times 4191 \times \frac{3}{3600} = 2043 \text{ W(J/s)}$$

$$A = 2\pi r^2 + 2\pi r h = 2\pi \times 0.8^2 + 2\pi \times 0.8 \times 2 = 6/0.288 \text{ m}^2$$

با انتخاب عایق شیشه ایفی داریم:

$$k = 40 \text{ mW/m.}^\circ\text{C}$$

$$q = k.A.\frac{dT}{dx} \Rightarrow \Delta x = \frac{40 \times 10^{-3} \times 6/0.288 \times (80 - 70)}{2043} \Rightarrow \boxed{\Delta x = 4/7 \times 10^{-3} \text{ m} = 3/7 \text{ mm}}$$

۲۴- دمای سطح داخلی لوله بخار داغ 250°C ، قطر داخلی آن 8 cm و ضخامت دیواره آن $5/5\text{ mm}$ است. این لوله را با عایقی به ضخامت 9 cm و $k = 0/5\text{ W/m}^{\circ}\text{C}$ و سپس با لایه عایق دیگری به ضخامت 4 cm و $k = 0/25\text{ W/m}^{\circ}\text{C}$ پوشانده ایم. دمای خارجی عایق 20°C است. اتلاف گرما را به ازای واحد طول لوله حساب کنید. برای این لوله $k = 47\text{ W/m}^{\circ}\text{C}$ است.

حل:

$$L = 1\text{ m} \quad R_p = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi k L} = \frac{\ln\left(\frac{0/0455}{0/04}\right)}{2 \times \pi \times 47} = 4/36 \times 10^{-3} \quad \text{مقاومت گرمایی لوله}$$

$$R_{\text{ins}} = \frac{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}{2 \times \pi \times 0/5} = 0/3375 \quad \text{مقاومت گرمایی عایق ۱}$$

$$R_{\text{ins}} = \frac{\ln\left(\frac{r_4}{r_3}\right)}{2 \times \pi \times 0/25} = 0/8336 \quad \text{مقاومت گرمایی عایق ۲}$$

$$R_{\text{tot}} = \Sigma R = 1/177, \quad q = \frac{\Delta T}{\Sigma R} = \frac{250 - 20}{1/177} = 196/4\text{ W/m}$$

توضیح: در این مسأله برای R_p از شعاع در عبارت لگاریتم و در عبارت های R_{ins} از قطر استفاده شده است.

۲۵- دیوار خانهای از دو لایه $1/2\text{ cm}$ عایق لیفی و یک لایه 8 cm پنبه نسوز و یک لایه 10 cm آجر معمولی ساخته شده است. به فرض ضرایب انتقال گرمای جابه جایی دو طرف دیوار $15\text{ W/m}^{\circ}\text{C}$ باشد، ضریب انتقال گرمای کل را به دست آورید.

حل:

$$(1) \quad k = 0/38\text{ W/m}^{\circ}\text{C} \text{ و } \Delta x = 2 \times 1/2 = 1/4\text{ cm}$$

$$(2) \quad k = 0/154\text{ W/m}^{\circ}\text{C} \text{ و } \Delta x = 8\text{ cm}$$

$$(3) \quad k = 0/69\text{ W/m}^{\circ}\text{C} \text{ و } \Delta x = 10\text{ cm}$$

$$(4) \quad h = 15\text{ W/m}^{\circ}\text{C}$$

$$R_1 = \frac{\Delta x}{kA} = \frac{0/12}{0/38 \times A} = \frac{0/63}{A}, \quad R_2 = \frac{0/8}{0/154 \times A} = \frac{0/5195}{A}, \quad R_3 = \frac{0/1}{0/69 \times A} = \frac{1/449}{A}$$

$$R_4 = \frac{1}{hA} \times 2 = \frac{2}{15 \times A} = \frac{0/133}{A} \quad \text{دو محیط جابه جایی داریم پس مقاومت آن در ۲ ضرب می شود.}$$

$$U = \frac{1}{R_1 A} = \frac{1}{A \Sigma R} = 0/4\text{ W/m}^{\circ}\text{C}$$

۲۶- مقدار R را برای عایق های زیر به دست آورید.

(الف) اسفنج یورتان؛ (ب) شیشه لیفی؛ (ج) بلوک های پشم معدنی؛ (د) بلوک های سلیکات کلسیم.

حل:

$$k_1 = 0/018\text{ W/m}^{\circ}\text{C} \rightarrow R_1 = 55/6 \text{ اسفنج یورتان}$$

$$R = L/kA \quad k_2 = 0/46\text{ W/m}^{\circ}\text{C} \rightarrow R_2 = 2/17 \text{ شیشه لیفی}$$

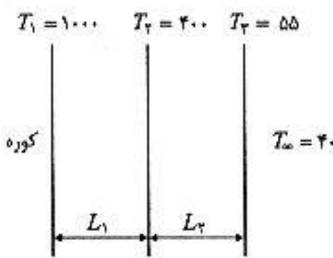
$$A = L = 1 \quad k_3 = 0/091\text{ W/m}^{\circ}\text{C} \rightarrow R_3 = 11 \text{ بلوک های پشم معدنی}$$

$$k_4 = 0/585\text{ W/m}^{\circ}\text{C} \rightarrow R_4 = 1/71 \text{ بلوک های سلیکات کلسیم}$$

۲۷- می خواهیم برای دیواره کوره ای به دمای 1000°C سیستم عایقی انتخاب کنیم. نخست یک لایه پشم معدنی و

سپس از تخته‌های شیشه‌ای لیفی استفاده می‌کنیم. سطح بیرونی عایق در محیطی با $h = 15 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$ و $T_\infty = 40^\circ\text{C}$ قرار دارد. با استفاده از داده‌های جدول ۱-۲ ضخامت هر عایق را طوری حساب کنید که دمای سطح بین آن‌ها کم‌تر از 40°C و دمای بیرون آن‌ها کم‌تر از 55°C باشد. از مقدار متوسط ضریب هدایت گرمایی استفاده کنید. میزان اتلاف گرما را برحسب وات بر متر مربع حساب کنید.

حل:

$$\begin{aligned}
 k_1 &= 0.91, \quad k_2 = 0.425 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C} \\
 R_1 &= \frac{L_1}{k_1 A} = \frac{0.989 L_1}{A} \\
 R_2 &= \frac{L_2}{k_2 A} = \frac{23/52 L_2}{A} \\
 R_3 &= \frac{1}{h A} = \frac{0.667}{A}
 \end{aligned}$$


$$\frac{q}{A} = \dot{q} = \frac{\Delta T}{R_{\text{eq}}} = \frac{1000 - 55}{\frac{0.989 L_1}{A} + \frac{23/52 L_2}{A} + \frac{0.667}{A}} = \frac{55 - 40}{0.667} = 225 \text{ W/m}^2$$

$$L_1 = 0.2426 \text{ m}, \quad L_2 = 0.652 \text{ m}$$

۲۸- برای توزیع دما در یک دیوار تخت با چشمه‌های گرمایی یکنواخت، که دمای یک طرف آن T_1 و طرف دیگرش T_2 است، عبارتی بیابید. ضخامت دیوار $2L$ است.

حل:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dx} = -\frac{\dot{q}}{k} x + c_1 \Rightarrow T = -\frac{\dot{q}}{2k} x^2 + c_1 x + c_2 \quad (1)$$

شرط مرزی ۱: $x = 0, T = T_1 \Rightarrow c_2 = T_1$

شرط مرزی ۲: $x = 2L, T = T_2 \Rightarrow T_2 = -\frac{\dot{q}}{2k} (2L)^2 + c_1 (2L) + T_1 \Rightarrow c_1 = \frac{T_2 - T_1}{2L} + \frac{\dot{q} L}{k}$

با جای‌گذاری مقادیر c_1 و c_2 در معادله (۱) داریم:

$$T = -\frac{\dot{q}}{2k} x^2 + \left(\frac{T_2 - T_1}{2L} + \frac{\dot{q} L}{k} \right) x + T_1$$

۲۹- برای توزیع دما در یک دیوار تخت با چشمه‌های گرمایی که طبق رابطه زیر تغییر می‌کند عبارتی بیابید.

$$\dot{q} = \dot{q}_w [1 + \beta(T - T_w)]$$

که در آن $\dot{q}_w$ مقداری ثابت و برابر گرمای ایجادشده به‌ازای واحد حجم است، وقتی که دمای دیوار T_w باشد. دمای دو طرف دیوار T_1 و ضخامت آن $2L$ است.

حل:

$$\frac{dT}{dx} + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dx} = -\frac{\dot{q}}{k} = -\frac{\dot{q}_w}{k} [1 + \beta (T - T_w)]$$

$$\frac{dT}{1 + \beta (T - T_w)} = -\frac{\dot{q}_w}{k} dx \Rightarrow \boxed{\frac{dT}{1 + \beta} \ln[1 + \beta (T - T_w)] = \left(-\frac{\dot{q}_w}{k} x + c_1\right) dx}$$

 برای معادله دیفرانسیل بالا دو شرط مرزی به صورت $T_{(x=L)} = T_{(x=0)} = T_w$ داریم.

۳۰- در داخل دیوار تختی به ضخامت ۶ cm گرمایی با آهنگ 0.3 MW/m^2 تولید می‌شود. یک طرف دیوار عایق شده و طرف دیگر در محیطی به دمای 93°C قرار دارد. ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی بین دیوار و محیط $570 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$ و ضریب هدایت گرمایی دیوار $21 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$ می‌باشد. دمای ماکزیمم دیوار را به دست آورید.

حل:

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{\dot{q}}{k} = -\frac{300}{21} \Rightarrow \frac{dT}{dx} = -14.286 x + c_1 \Rightarrow T = -7.143 x^2 + c_1 x + c_2 \quad (1)$$

$$x = 0.06, \dot{q} = 0 \Rightarrow \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0.06} = 0 \Rightarrow -14.286 \times 0.06 + c_1 = 0 \Rightarrow c_1 = 0.857 \quad \text{شرط مرزی:}$$

$$k \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = h(T_{x=0} - T_w) \Rightarrow 0 = 570(c_2 - T_w) \Rightarrow c_2 = 90 \quad \text{شرط مرزی:}$$

$$T = -7.143 x^2 + 0.857 x + 90 \quad \text{با جای گذاری مقادیر ثابت در رابطه (۱) داریم:}$$

$$\frac{dT}{dx} = 0 \Rightarrow -14.286 x + 0.857 = 0 \Rightarrow x = 0.06 \Rightarrow \boxed{T_{\max} = 90.77} \quad \text{در دمای ماکزیمم داریم:}$$

۳۱- دیوار حفاظ یک راکتور هسته‌ای را در نظر بگیرید. دیوار مزبور شار اشعه گاما را طوری دریافت می‌کند که طبق رابطه زیر گرما تولید می‌شود:

$$\dot{q} = \dot{q}_0 e^{-ax}$$

که $\dot{q}_0$ گرمای تولیدی در سطح درونی دیوار در معرض شار اشعه گاما، و a مقدار ثابت است. با استفاده از این رابطه برای توزیع دما در دیواری به ضخامت L رابطه‌ای به دست آورید. دمای درونی و بیرونی دیوار به ترتیب T_i و T_o است. هم‌چنین عبارتی برای دمای ماکزیمم دیوار به دست آورید.

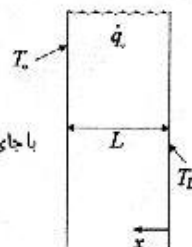
حل:

$$\dot{q}_x = \dot{q}_0 e^{-ax}, \quad \frac{dT}{dx} = -\frac{\dot{q}_0}{k} e^{-ax}$$

$$(1) T = T_i, \quad x = 0 \quad (2) T = T_o, \quad x = L \quad \text{مقادیر مرزی:}$$

$$c_1 = T_i + \frac{\dot{q}_0}{a^2 k}, \quad c_2 = \frac{T_o - T_i - \frac{\dot{q}_0}{a^2 k} (1 - e^{-aL})}{L} \quad \text{با جای گذاری مقادیر در دستور دما داریم:}$$

$$T = T_i + \frac{\dot{q}_0}{a^2 k} + \frac{T_o - T_i - \frac{\dot{q}_0}{a^2 k} (1 - e^{-aL})}{L} x + \frac{-\dot{q}_0}{a^2 k} e^{-ax}$$



برای محاسبه دمای ماکزیمم داریم:

$$\frac{dT}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dx} = \frac{-q_0}{a^2 k L} (1 - e^{-ax}) + \frac{q_0}{a^2 k} \times (-a) e^{-ax} = 0$$

از رابطه بالا x به دست می آید:

$$x = -\frac{1}{a} \ln \left(-\frac{1 - e^{-ax}}{aL} \right) \quad \text{یا} \quad x = -\frac{1}{a} \ln \left(\frac{e^{-ax} - 1}{aL} \right)$$

با قرار دادن مقدار x در رابطه اصلی دما، برای دمای ماکزیمم، رابطه‌ای به دست می آید.

۳۲- مسأله ۳۱ را به فرض سطح بیرونی بی دررو و دمای درونی T_i باشد، دوباره حل کنید.

حل:

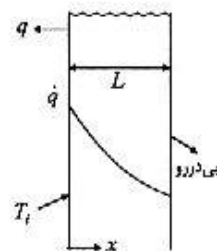
$$\dot{q} = \dot{q}_0 e^{-ax}, \quad \frac{d^2 T}{dx^2} = -\frac{\dot{q}_0}{k} e^{-ax}$$

$$T = c_1 + c_2 x - \frac{\dot{q}_0}{a^2 k} e^{-ax}$$

مقادیر مرزی: (عایق) $x = L, \frac{dT}{dx} = 0$ ، $x = 0, T = T_i$ (۱)

با جای گذاری مقادیر مرزی داریم:

$$c_1 = T_i + \frac{\dot{q}_0}{a^2 k}, \quad c_2 = -\frac{\dot{q}_0}{a^2 k} e^{-ax}$$



$$T = T_i + \frac{\dot{q}_0}{a^2 k} - \frac{\dot{q}_0 e^{-ax}}{a^2 k} x - \frac{\dot{q}_0}{a^2 k} e^{-ax}$$

۳۴- در یک میله چهارگوش مسی به ضلع $2/5$ cm گرما با آهنگ $35/3 \text{ MW/m}^2$ تولید می شود. میله در محیط جابه جایی با دمای 20°C و ضریب انتقال گرمای $4000 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$ می باشد. دمای سطح میله را بیابید.

حل:

$$\dot{q} \cdot V = h \cdot A \cdot (T_w - T_\infty) \Rightarrow \dot{q} \cdot A \cdot L = h \cdot p \cdot L \cdot (T_w - T_\infty)$$

$$(35/3 \times 10^6) (0.025) = (4000) (4) (0.025) (T_w - 20) \Rightarrow T_w = 75/16^\circ\text{C}$$

در این حالت انتقال گرما را در چهار وجه در نظر گرفتیم به همین علت در عدد ۴ ضرب کردیم.

۳۵- گرمای تولیدی داخل دیوار تختی به ضخامت L طبق رابطه $\dot{q} = \dot{q}_0 \cos ax$ تغییر می کند، که $\dot{q}_0$ گرمای تولیدی به ازای واحد حجم در مرکز دیوار ($x = 0$) و a مقدار ثابت است. اگر دو طرف دیوار در دمای ثابت T_w باشد. عبارتی برای افت گرمایی دیوار به ازای واحد سطح بیابید.

حل:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{\dot{q}_0}{k} \cos(ax) = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dx} = -\frac{\dot{q}_0}{a k} \sin(ax) + c_1 \Rightarrow T = \frac{\dot{q}_0}{a^2 k} \cos(ax) + c_1 x + c_2$$

شرط مرزی: $x = \pm L, T = T_w$

$$\cos(aL) = \cos(-aL) \Rightarrow c_1 = 0, \quad c_2 = T_w - \frac{\dot{q}_0}{a^2 k} \cos(aL)$$

$$T = \frac{\dot{q}_0}{a^2 k} \cos(ax) + T_w - \frac{\dot{q}_0}{a^2 k} \cos(aL) \quad q = -k A \frac{dT}{dx} \Rightarrow \boxed{q = \frac{\dot{q}_0}{a} \sin(ax)}$$

۳۶- از ماده‌ای نیمه هادی با ضریب هدایت $0.124 \text{ W/cm}\cdot^\circ\text{C}$ میله مستطیلی با سطح مقطع 1 cm^2 و طول 3 cm



ساخته‌اند. یک طرف میله در دمای 300°C و طرف دیگرش در دمای 100°C می‌باشد. از آن جریانی به شدت A عبور می‌کند. به فرض سطح جانبی میله عایق باشد، دمای مرکز آن را حساب کنید. ضریب مقاومت را 0.2 cm 10^{-2} در نظر بگیرید.

حل: $k = 0.124\text{ W/cm}^{\circ}\text{C} = 124\text{ W/m}^{\circ}\text{C}$, $\rho = 1/5 \times 10^{-2}\text{ }\Omega\cdot\text{cm}$

$$R = (1/5 \times 10^{-2}) \left(\frac{Y}{Y} \right) = 4/5 \times 10^{-2} \quad q = RI^Y = (4/5 \times 10^{-2}) (50)^Y = 11/25\text{ W}$$

$$\dot{q} = \frac{q}{V} = \frac{11/25}{4 \times 10^{-2}} = 11/20\text{ MW/m}^3$$

$$T = \frac{-\dot{q}}{2k} x^2 + c_1 x + c_2$$

شرایط مرزی: (۱) $x = 0.15$, $T = 100^{\circ}\text{C}$ (۲) $x = -0.15$, $T = 300^{\circ}\text{C}$

$$300 - 100 = c_1(-0.15 - 0.15) \Rightarrow c_1 = -6667$$

$$300 = \frac{(-11/20 \times 10^6)(-0.15)^2}{(2)(124)} - (6667)(-0.15) + c_2 \Rightarrow c_2 = 540/2$$

$$T = \frac{-11/20}{2 \times 124} x^2 - 6667 x + 540/2 \Rightarrow T = -1/512 x^2 - 6667 x + 540/2$$

$$x = 0 \Rightarrow T = c_2 = 540/2^{\circ}\text{C}$$

۳۷- توزیع دما در دیوار تختی به صورت زیر است:

$$\frac{T - T_1}{T_2 - T_1} = c_1 + c_2 x^2 + c_3 x^3$$

که T_1 و T_2 دمای دو طرف دیوار می‌باشند. اگر ضریب k ثابت و ضخامت دیوار L باشد، برای تولید گرما به ازای واحد حجم عبارتی را به صورت تابعی از x به دست آورید که فاصله از صفحه‌ای با دمای T_1 است. در $x = 0$ نرخ تولید گرما را $\dot{q}_0$ در نظر بگیرید.

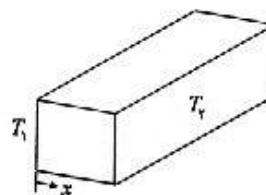
حل: به فرض k ثابت و گرما به صورت یک بعدی باشد و هیچ گونه ذخیره انرژی نداریم.

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \Rightarrow T - T_1 = (T_2 - T_1)(c_1 + c_2 x^2 + c_3 x^3)$$

$$T = T_1 + (T_2 - T_1)(c_1 + c_2 x^2 + c_3 x^3)$$

$$\frac{dT}{dx} = (T_2 - T_1)(2c_2 x + 3c_3 x^2)$$

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = (T_2 - T_1)(2c_2 + 6c_3 x)$$



$$(۱) x = 0 \quad , \quad T = T_1 \Rightarrow c_1 = 0 \quad (۲) x = L \quad , \quad T = T_2 \Rightarrow c_2 = \frac{1}{L^2} + \frac{\dot{q}_0}{2kL(T_2 - T_1)}$$

$$(۳) x = 0 \quad , \quad \dot{q} = \dot{q}_0 \Rightarrow c_3 = -\frac{\dot{q}_0}{2k(T_2 - T_1)}$$

$$\dot{q}_x = -\dot{q}_0 - \left[\frac{2k}{L^2} (T_2 - T_1) + \frac{3\dot{q}_0}{2L} \right] x$$

۲۸- سیم‌های گرم‌کنی برقی را در دیوار توپری به ضخامت ۸ cm و $k = 2/5 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ نصب کرده‌اند. سطح سمت راست دیوار در محیط جابه‌جایی با $h = 50 \text{ W/m}^2\text{C}$ و $T_\infty = 30^\circ\text{C}$ و سطح سمت چپ آن در محیط جابه‌جایی با $h = 75 \text{ W/m}^2\text{C}$ و $T_\infty = 75^\circ\text{C}$ قرار دارد. حداکثر آهنگ تولید گرما چه قدر باید باشد تا حداکثر دمای دیوار از 300°C تجاوز نکند؟

حل:

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{\dot{q}}{k} \Rightarrow T = -\frac{\dot{q}}{2k}x^2 + c_1x + c_2$$

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = 50(T_{x=0} - T_{\infty}) \Rightarrow 2/5 c_1 = 50(c_2 - 30) \Rightarrow 50c_2 - 2/5 c_1 = 1500 \quad (1)$$

$$\left. T \right|_{x=0.08} = 75(T_{x=0.08} - T_{\infty}) \Rightarrow 2/5 \left(-\frac{\dot{q} \times 0.08}{2/5} + c_1 \right) = 75(-0.00128\dot{q} + 0.08c_1 + c_2 - 50)$$

$$\Rightarrow -0.08\dot{q} + 2/5 c_1 - 0.096\dot{q} + 6c_1 + 75c_2 - 3750 \quad (2)$$

$$\begin{cases} 2/5 c_1 + 75c_2 = -0.016\dot{q} - 3750 \\ -2/5 c_1 + 50c_2 = 1500 \end{cases}$$

از حل دستگاه معادلات بالا داریم:

$$c_1 = 0.022\dot{q} - 560, \quad c_2 = -0.0011\dot{q} - 11/38 \Rightarrow T = -\frac{\dot{q}}{5}x^2 + (0.022\dot{q} - 560)x - 0.0011\dot{q} - 11/38$$

$$\frac{dT}{dx} = 0 \Rightarrow -\frac{2\dot{q}}{5}x + 0.022\dot{q} - 560 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1400}{\dot{q}} + 0.055 \quad \text{ماکزیمم دما:}$$

$$300^\circ\text{C} = T_{\max} = -\frac{\dot{q}}{5} \left(-\frac{1400}{\dot{q}} + 0.055 \right)^2 + (0.022\dot{q} - 560) \left(-\frac{1400}{\dot{q}} + 0.055 \right) - 0.0011\dot{q} - 11/38$$

$$\boxed{\dot{q} = 2.228999 \text{ W/m}^2 = 2/0.229 \text{ MW/m}^2}$$

۲۹- در صفحه‌ای به ضخامت ۳ cm، گرما با آهنگ یکنواخت $5 \times 10^5 \text{ W/m}^2$ تولید می‌شود. یک طرف صفحه در دمای 200°C و طرف دیگر در 50°C قرار دارد. با فرض $k = 20 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ دما در مرکز صفحه را به دست آورید.

حل:

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{\dot{q}}{k} = -\frac{5 \times 10^5}{20} \Rightarrow T = -12500x^2 + c_1x + c_2$$

$$x=0, T=200^\circ\text{C} \Rightarrow c_2=200, \quad x=0.03, T=50^\circ\text{C} \Rightarrow c_1=-2625 \quad \text{شرایط مرزی:}$$

$$T = -12500x^2 - 2625x + 200$$

$$x=0.015, \quad \boxed{T=127/8^\circ\text{C}}$$

دما در مرکز صفحه:

۴۰- در صفحه‌ای از جنس فولاد ضد زنگ با $k = 20 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ گرما به‌طور یکنواخت تولید می‌شود. ضخامت صفحه ۱ cm و آهنگ تولید گرما 500 MW/m^2 است. اگر دمای دو طرف صفحه به ترتیب 100°C و 200°C باشد، دمای مرکز صفحه را بیابید.

حل:

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{\dot{q}}{k} = -\frac{500}{20} \Rightarrow T = -125 \times 10^5 x^2 + c_1x + c_2$$

$$x=0, T=100^\circ\text{C} \Rightarrow c_2=100, \quad x=0.01, T=200^\circ\text{C} \Rightarrow c_1=135000 \quad \text{شرایط مرزی:}$$

$$T = -125 \times 10^5 x^2 + 135000x + 100$$

$$x=0.005, \quad \boxed{T=262/5^\circ\text{C}}$$



۴۱- صفحه‌ای به ضخامت ۴ mm دارای منبع داخلی تولید گرما به قدرت 200 MW/m^3 و $k = 25 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ است. یک طرف این صفحه عایق و دمای طرف دیگر آن در 100°C ثابت نگه داشته شده است. حداکثر دمای صفحه را به دست آورید.

حل:

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{\dot{q}}{k} = -\frac{200 \times 10^6}{25} \Rightarrow T = -4 \times 10^6 x^2 + c_1 x + c_2$$

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0.004} = -4 \times 10^6 \times 0.004 + c_1 = 0 \Rightarrow c_1 = 32000$$

$$x=0, T=100^\circ\text{C} \Rightarrow c_2 = 100$$

شرط مرزی:

$$T = -4 \times 10^6 x^2 + 32000 x + 100$$

$$\frac{dT}{dx} = 0 \Rightarrow x = 0.004, T_{\max} = 164^\circ\text{C}$$

۴۲- از سیمی به جنس فولاد ضد زنگ به قطر $3/2 \text{ mm}$ و طول 30 cm ، ولتاژی برابر 10 V ولت عبور می‌کند. دمای بیرون سیم 93°C می‌باشد. دمای ماکزیمم را حساب کنید؛ اگر مقاومت سیم $70 \mu\Omega/\text{cm}$ و هدایت گرمایی $22/5 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ باشد.

حل:

$$\dot{q} \cdot \pi r^2 L = \frac{I^2}{R} = \frac{10^2 \times \pi \times 0.0015^2}{7 \times 10^{-8} \times 30} \Rightarrow \dot{q} = 1587 \text{ MW/m}^3$$

$$T_s = \frac{\dot{q} \cdot r^2}{4k} + T_w = \frac{1587 \times 10^{-9} \times (1/6 \times 10^{-3})^2}{4 \times 22/5} + 93 \Rightarrow T_s = 138/1^\circ\text{C}$$

۴۳- سیم گرم‌کن مثال ۲-۴ را در سیالی به دمای 93°C فرو می‌بریم. ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی $5/7 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ است. دمای ماکزیمم را حساب کنید.

حل:

$$(200)^2 (0.0099) = (5700) (3 \times 10^{-3}) (1) (T_w - 93) \Rightarrow T_w = 166/7^\circ\text{C} \Rightarrow T_s = 166/7 + 16/6 = 182/7^\circ\text{C}$$

۴۴- برای گرم کردن لوله‌ای که در آن سیال سردی جاری است، از یک جریان الکتریکی استفاده می‌شود. برای به حداقل رساندن اتلاف گرما به محیط، سطح خارجی لوله را عایق کرده‌اند. برای اندازه‌گیری دما از ترموکوپل‌های متصل به سطح خارجی استفاده می‌شود. با فرض یکنواخت بودن تولید گرما در لوله، عبارتی برای تعیین ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی در داخل لوله برحسب متغیرهای اندازه‌گیری شده زیر به دست آورید: ولتاژ E ، شدت جریان I ، دمای بیرونی دیواره لوله T_s ، شعاع درونی و بیرونی r_i و r_o ، طول لوله L و دمای سیال T_f .

حل:

$$q = VI = \text{شدت جریان} \times \text{ولتاژ}$$

$$q = \dot{q} \cdot V = \text{حجم} \times \text{تولید گرما در واحد حجم}$$

$$q = EI = \dot{q} \cdot \pi (r_o^2 - r_i^2) L = h \cdot 2\pi r L (T_i - T_f)$$

$$\frac{dT}{dr} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \Rightarrow T = \frac{-\dot{q} \cdot r^2}{4k} + c_1 \ln r + c_2$$

$$\left. \begin{aligned}
 r = r_0, T = T_0 &\Rightarrow T_0 = \frac{\dot{q} \cdot r_0^2}{2k} + c_1 \ln r_0 + c_2 \\
 r = r_0, \frac{dT}{dr} = 0 &\Rightarrow \frac{\dot{q} \cdot r_0}{k} + \frac{c_1}{r_0} = 0 \\
 c_1 = \frac{\dot{q} \cdot r_0^2}{2k} &\Rightarrow T_i = \frac{\dot{q} \cdot r_i^2}{2k} + \frac{\dot{q} \cdot r_0^2}{2k} \ln r_i + c_2, T_0 = \frac{\dot{q} \cdot r_0^2}{2k} + \frac{\dot{q} \cdot r_0^2}{2k} \ln r_0 + c_2 \\
 \Rightarrow T_i = T_0 - \frac{\dot{q}}{2k} (r_i^2 - r_0^2) + \frac{\dot{q} \cdot r_0^2}{2k} \ln \frac{r_i}{r_0} \quad (1) \quad \dot{q} = \frac{E \cdot I}{\pi (r_i^2 - r_0^2) L} \quad (2)
 \end{aligned} \right\} \text{شرایط مرزی:}$$

رابطه (۱) و (۲) را در رابطه $E \cdot I = \pi r L h (T_i - T_f)$ وارد می‌کنیم و سپس برای h حل می‌کنیم.

۴۵- عبارتی برای توزیع دما در کره‌ای به شعاع r دارای منبع تولید گرمای یکنواخت $\dot{q}$ و دمای سطح T_w ثابت، به دست آورید.

حل: فرضیات: $\dot{q}$ یکنواخت می‌باشد، در $r = R$ داریم $T = T_w$ ، حالت پایدار، دما فقط با شعاع تغییر می‌کند.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r T) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

از ساده کردن معادله داریم:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial r} (r T) &= -\frac{\dot{q}}{k} r \xrightarrow{\text{پس از انتگرال گیری}} T = -\frac{\dot{q} \cdot r^2}{2k} + c_1 + \frac{c_2}{r} \\
 \dot{q} \cdot \frac{\pi}{4} \pi R^2 &= -k \cdot 4\pi r^2 \cdot \frac{dT}{dr} \Big|_{r=R} \Rightarrow \frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{q} \cdot r}{2k} \\
 r = R, T &= T_w \\
 \frac{dT}{dr} \Big|_{r=R} &= 0
 \end{aligned} \left\} \text{شرایط مرزی:}$$

از شرایط مرزی بالا داریم:

$$c_1 = T_w + \frac{\dot{q} \cdot R^2}{2k}, \quad c_2 = 0$$

$$T - T_w = \frac{\dot{q}}{2k} (R^2 - r^2)$$

۴۶- کره‌ای از جنس فولاد ضد زنگ ($k = 16 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$) به قطر ۴ cm را در محیط جابه‌جایی با دمای 20°C و $h = 15 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ قرار داده‌ایم. داخل کره گرمایی با آهنگ 1 MW/m^3 تولید می‌شود. دمای حالت پایدار در مرکز کره را بیابید.

حل: از مسئله (۲-۴۵) داریم:

$$\begin{aligned}
 T - T_w &= \frac{\dot{q}}{2k} (R^2 - r^2) \Rightarrow T_0 - T_w = \frac{1 \cdot 10^6 \times 0.02^2}{2 \times 16} = 4/17^\circ\text{C} \\
 q = \dot{q} \cdot V &= \dot{q} \cdot \frac{\pi}{4} \pi R^2 = h \cdot 4\pi R^2 (T_w - T_\infty) \Rightarrow T_w - T_\infty = \frac{1 \cdot 10^6 \times 0.02^2}{4 \times 15} = 444/4^\circ\text{C} \\
 T_0 &= 444/4 + 4/17 = 448/6^\circ\text{C}
 \end{aligned}$$



۴۷- از کابل برقی از جنس آلومینیم که دارای $k = 190 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ و قطر 30 mm است، جریانی به شدت 230 A عبور می‌کند. ضریب مقاومت کابل $2/9 \mu\Omega/\text{cm}$ و دمای سطح بیرونی آن 180°C است. وقتی دمای محیط 15°C باشد، حداکثر دمای کابل را بیابید.

حل:

$$\frac{R}{L} = \frac{\rho}{\pi r^2} = \frac{2/9 \times 10^{-8}}{\pi \times 1/5^2} = 4/1 \times 10^{-7} \Omega/\text{cm} = 4/1 \times 10^{-5} \Omega/\text{m}$$

$$\dot{q} = \frac{q}{V} = \frac{RI^2}{V} = \frac{23^2 \times 4/1 \times 10^{-5}}{\pi \times 1/5^2} = 2/07 \times 10^2 \text{ W/m}^2$$

$$T_o = \frac{2/07 \times 10^2 \times 1/5}{4 \times 190} + 180 = 180/009^\circ\text{C}$$

۴۸- برای توزیع دما در استوانه‌ای توخالی عبارتی بیابید که چشمه‌های گرمایی آن طبق رابطه خطی $\dot{q}_i = a + br$ تغییر می‌کند؛ که $\dot{q}_i$ آهنگ تولید گرما به ازای واحد حجم در $r = r_i$ است. دمای داخلی و خارجی $T = T_i$ در $r = r_i$ و $T = T_o$ و $r = r_o$ است.

حل:

$$\dot{q} = a + br$$

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = - \frac{\dot{q} \cdot r}{k} = - \frac{(ar + br^2)}{k} \Rightarrow r \frac{dT}{dr} = - \frac{1}{k} \left(\frac{ar^2}{2} + \frac{br^3}{3} \right) + c_1$$

$$\frac{dT}{dr} = - \frac{1}{k} \left(\frac{ar}{2} + \frac{br^2}{3} \right) + \frac{c_1}{r} \Rightarrow T = - \frac{1}{k} \left(\frac{ar^2}{4} + \frac{br^3}{9} \right) + c_1 \ln r + c_2 \quad (1)$$



$$\left. \begin{array}{l} (1) \quad r = r_i, T = T_i \\ (2) \quad r = r_o, T = T_o \end{array} \right\} \Rightarrow \text{شرایط مرزی:}$$

$$c_1 = \frac{T_i - T_o - \frac{1}{k} \left[\frac{a(r_o^2 - r_i^2)}{4} + \frac{b(r_o^3 - r_i^3)}{9} \right]}{\ln \frac{r_i}{r_o}}$$

با در نظر گرفتن شرایط مرزی:

$$c_2 = T_o + \left(\frac{ar_o^2}{4} + \frac{br_o^3}{9} \right) + \frac{T_i - T_o - \frac{1}{k} \left[\frac{a(r_o^2 - r_i^2)}{4} + \frac{b(r_o^3 - r_i^3)}{9} \right]}{\ln r_o}$$

$$r = r_i, \dot{q} = \dot{q}_i = a + br_i$$

هم‌چنین:

با قرار دادن ثابت‌ها در معادله (۱) رابطه توزیع دما به دست می‌آید.

۴۹- سطح بیرونی سیم مسی به قطر 2 mm در محیط جابه‌جایی با $h = 5000 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ و $T_\infty = 100^\circ\text{C}$ قرار

دارد. چه جریانی باید از سیم بگذرد تا دمای مرکز سیم 150°C باشد؟ این مسأله را برای سیم آلومینیومی با همان قطر تکرار کنید. مقاومت ویژه مس $1/67 \mu\Omega/\text{cm}$ است.

حل:

$$T(r) = -\frac{\dot{q} r^2}{4k} + c_1 \ln r + c_2$$

شرایط مرزی: (۱) $r = 0$, $\frac{dT}{dr} = 0 \Rightarrow c_1 = 0$ (۲) $r = R$, $T = T_w \Rightarrow c_2 = T_w + \frac{\dot{q} R^2}{4k}$

$$\dot{q} V = h A \Delta T \Rightarrow \dot{q} \pi r^2 L = h (2\pi R L) (T_w - T_\infty) \Rightarrow T_w = \frac{\dot{q} R}{2h} + T_\infty$$

$$c_2 = \frac{\dot{q} R^2}{4k} + \frac{\dot{q} R}{2h} + T_\infty \Rightarrow T = -\frac{\dot{q} r^2}{4k} + \frac{\dot{q} R^2}{4k} + \frac{\dot{q} R}{2h} + T_\infty$$

$$\dot{q} = \frac{T - T_\infty}{\frac{R}{2h} + \frac{R^2}{4k} - \frac{r^2}{4k}}$$

$$\dot{q} = \frac{150 - 100}{\frac{0.001}{2 \times 5000} + \frac{(0.001)^2}{4 \times 2380}} = 496774194 \text{ W}$$

شرایط مرکز لوله را داریم:

$$\frac{R}{L} = -\frac{\rho}{\pi R^2} = \frac{1/67 \times 10^{-8}}{\pi \times (0.001)^2} = 5.315 \times 10^{-3} \Omega/\text{cm} = 5.315 \times 10^{-1} \Omega/\text{m}$$

$$\dot{q} = \frac{R I^2}{V} = \frac{R I^2}{A L} = \frac{0.5315 \times I^2}{\pi (0.001)^2} = 496774194 \text{ W} \Rightarrow \boxed{I = 54/18 \text{ A}}$$

50°C - قطر داخلی لوله ای $2/5 \text{ cm}$ و ضخامت دیواره آن 4 mm است و در محیطی با $h = 100 \text{ W/m}^2\cdot^{\circ}\text{C}$ و $T_\infty = 40^{\circ}\text{C}$ قرار دارد. گرما با چه آهنگی در این لوله تولید شود تا حداکثر دمای لوله به ازای $k = 22 \text{ W/m}\cdot^{\circ}\text{C}$ برابر 250°C باشد؟

حل:

$$r_i = 0.0025 \text{ m}, r_o = 0.0029 \text{ m}$$

بفرض سطح داخلی عایق بندی شده باشد.

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{q} r}{k} + \frac{c_1}{r}$$

شرط مرزی: (a) $r = r_i$, $\frac{dT}{dr} = 0 \Rightarrow c_1 = \frac{\dot{q} r_i^2}{2k}$

$$T = -\frac{\dot{q} r^2}{4k} + c_1 \ln r + c_2 \Rightarrow T_i = -\frac{\dot{q} r_i^2}{4k} + c_1 \ln r_i + c_2, T_o = -\frac{\dot{q} r_o^2}{4k} + c_1 \ln r_o + c_2$$

$$T_i - T_o = \frac{\dot{q}}{2k} (r_o^2 - r_i^2) + c_1 \ln\left(\frac{r_i}{r_o}\right) \quad (b)$$

$$q = \dot{q} V = \dot{q} \pi (r_o^2 - r_i^2) = h \pi (2r_o) L (T_i - T_\infty) \quad (c)$$

$$T_i - T_o = \frac{\dot{q}}{2k} (r_o^2 - r_i^2) + \frac{\dot{q} r_i^2}{2k} \ln\left(\frac{r_i}{r_o}\right) \quad (d)$$

با جای گذاری (a) در (b) داریم:

$$T_i = 250^{\circ}\text{C}, h = 100 \text{ W/m}^2\cdot^{\circ}\text{C}, T_\infty = 40^{\circ}\text{C}, k = 22 \text{ W/m}\cdot^{\circ}\text{C}$$

$$\dot{q} = 53/26 \text{ MW/m}^2, T_o = 149/76^{\circ}\text{C}$$

با جای گذاری مقادیر عددی در معادلات (c) و (d) در حل آن داریم:

۵۱- داخل لوله‌ای فولادی به قطر ۲/۵ cm آب جریان دارد. ضخامت دیواره لوله ۲ mm، ضریب جابه‌جایی داخلی آن ۵۰۰ W/m^۲.°C و خارج آن ۱۲ W/m^۲.°C است. ضریب انتقال گرمای کلی را بیابید. عامل اصلی در تعیین U چیست؟

حل:

$$R_i = \frac{1}{h_i A_i} = \frac{1}{500 \times (\pi \times 0.0125 \times 2L)} = \frac{0.0255}{L}$$

$$R_c = \frac{1}{h_r A_r} = \frac{1}{12 \times (\pi \times 0.0125 \times 2L)} = \frac{0.915}{L} \quad R_e = \frac{\ln\left(\frac{0.0125}{0.0125}\right)}{2 \times 23 \times \pi \times L} = \frac{0.0055}{L}$$

$$U_i A_i \Delta T = \frac{\Delta T}{\Sigma R} \Rightarrow U_i = \frac{1}{A_i \times \Sigma R}$$

$$U_i = \frac{1}{(\pi \times 0.0125 \times L) \times \left(\frac{0.0255}{L} + \frac{0.915}{L} + \frac{0.0055}{L}\right)} = 12.54 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$U_o = \frac{1}{0.941 \times 2\pi (0.0125)} = 11.67 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

عامل اصلی در تعریف ضریب انتقال گرمای کلی انتخاب سطح داخلی و یا خارجی لوله می‌باشد.

۵۲- لوله مسأله (۲-۵۱) را با یک لایه پنبه نسوز ($k = 0.18 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$) پوشیده شده و در همان محیط جابه‌جایی با $h = 12 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ قرار دارد. شعاع عایق بحرانی را حساب کنید. انتقال گرما با افزودن ضخامت عایق به میزان (الف) ۵ mm و (ب) ۱۰ mm زیاد می‌شود یا کم؟

حل:

$$r_o = \frac{k}{h} = \frac{0.18}{12} = 0.015 \text{ m} = 1.5 \text{ cm}$$

a) $r_o = 1.5 \text{ cm} < 1.5 \text{ cm}$ انتقال گرما افزایش می‌یابد.

b) $r_o = 1.5 \text{ cm} > 1.5 \text{ cm}$ انتقال گرما کاهش می‌یابد.

۵۳- ضریب انتقال گرمای کل را برای مسأله (۲-۴) حساب کنید.

حل:

$$U = \frac{1}{R} = \frac{1}{\frac{1}{3/114 \times 1.7}} = 32/11 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$$

۵۴- ضریب انتقال گرمای کل را برای مسأله (۲-۵) حساب کنید.

حل:

$$A = 12.4 \text{ m}^2 \Rightarrow U = \frac{q}{A \Delta T} = \frac{44000}{(13.0/4)(260 - 28)} = 152 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$$

۵۵- در لوله‌ای به جنس فولاد ضد زنگ با جداره نازک، هوا با دمای ۱۲۰°C و $h = 65 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ جریان دارد. قطر داخلی لوله ۲/۵ cm و ضخامت دیواره ۰/۴ mm است. برای فولاد $k = 18 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ می‌باشد. این لوله در محیط جابه‌جایی با $h = 6/5 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ و $T_\infty = 15^\circ\text{C}$ قرار دارد. ضریب انتقال گرمای کل و اتلاف گرما را به‌ازای واحد طول لوله به‌دست آورید. سطح لوله با عایق با $k = 40 \text{ mW/m} \cdot ^\circ\text{C}$ پوشانده می‌شود. برای کاهش ۹۰٪ اتلاف گرما ضخامت عایق را تعیین کنید.

حل: (الف)

$$L = 1 \text{ m}$$

$$R_i = \frac{1}{h_i \cdot A_i} = \frac{1}{(6/5)(\pi)(0.025)(1)} = 0.1959 \quad \text{مقاومت هوای دخیل لوله}$$

$$R_r = \frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi kL} = \frac{\ln(6/5)}{2\pi(18)(1)} = 2.79 \times 10^{-4} \quad \text{مقاومت دیواره لوله}$$

$$R_o = \frac{1}{h_o \cdot A_o} = \frac{1}{(6/5)(\pi)(0.025)(1)} = 0.1959 \quad \text{مقاومت هوای بیرون}$$

$$U \cdot A = \frac{1}{\Sigma R} = 0.3775 \Rightarrow \frac{\dot{q}}{L} = U \cdot A \cdot \Delta T = (0.377)(120 - 15) = 50.13 \text{ W/m}$$

$$\dot{q} = 0.1 \times 50.13 = 5.013 \text{ W/m} \quad (\text{ب})$$

$$\dot{q} = \frac{\Delta T}{\Sigma R} \Rightarrow \Sigma R = \frac{100}{5.013} = 20.146$$

$$R_i = 0.1959, R_r = 2.79 \times 10^{-4}, R_o = \frac{\ln(0.029/r)}{2\pi \times 18 \times 0.18}, R_o = \frac{1}{6/5 \times (2\pi r)}$$

$$\Sigma R = 0.1959 + 2.79 \times 10^{-4} + \frac{\ln(0.029/r)}{2\pi \times 18 \times 0.18} + \frac{1}{6/5 \times (2\pi r)} = 20.146 \Rightarrow \boxed{r = 0.02027 \text{ m}}$$

۵۶- پنجره‌ای از دو صفحه شیشه‌ای به ضخامت ۵ mm تشکیل شده و با لایه‌ای هوا به ضخامت ۴ mm از هم جدا شده است. می‌توان هوا را ساکن در نظر گرفت به طوری که هدایت خالص وجود داشته باشد. ضرایب جابه‌جایی برای سطوح داخلی و خارجی ۱۲ و ۵۰ W/m².°C است. ضریب انتقال گرمای کل و مقدار R را حساب کنید. محاسبات را برای یک صفحه شیشه‌ای به ضخامت ۵ میلی‌متر تکرار کنید.

حل: (الف)

$$A = 1 \text{ m}^2, k_g = 0.078 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}, k_a = 0.026 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$R_g = \frac{\Delta x}{k} = \frac{0.005}{0.078} = 6.41 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot ^\circ\text{C/W} \quad \text{مقاومت شیشه}$$

$$R_a = \frac{\Delta x}{k} = \frac{0.004}{0.026} = 0.1538 \text{ m}^2 \cdot ^\circ\text{C/W} \quad \text{مقاومت هوا}$$

$$R_{conv,i} = \frac{1}{h_i} = \frac{1}{12} = 0.0833 \text{ m}^2 \cdot ^\circ\text{C/W} \quad \text{مقاومت جابه‌جایی داخلی}$$

$$R_{conv,e} = \frac{1}{h_e} = \frac{1}{50} = 0.02 \text{ m}^2 \cdot ^\circ\text{C/W} \quad \text{مقاومت جابه‌جایی خارجی}$$

$$U = \frac{1}{\Sigma R} = \frac{1}{2 \times 6.41 \times 10^{-3} + 0.1538 + 0.0833 + 0.02} = 270.5 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$R = \frac{1}{U} = 0.00369 \text{ m}^2 \cdot ^\circ\text{C/W}$$

$$R = 6.41 \times 10^{-3} + 0.1538 + 0.0833 + 0.02 = 0.2104 \text{ m}^2 \cdot ^\circ\text{C/W} \quad (\text{ب})$$

$$U = \frac{1}{R} = 4.75 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

۵۷- دیوار مرکبی از یک لایه مس به ضخامت ۱ mm، یک لایه فولاد کربن ۱ درصد به ضخامت ۴ mm، یک لایه آلیست و یک لایه شیشه لیفی به ضخامت ۱۰۰ mm تشکیل شده است. ضریب انتقال گرمای کلی را حساب کنید. چنانچه دمای دو سطح بیرونی ۱۰°C و ۱۵۰°C باشد، دمای سطح مشترک را مشخص کنید.

$$\begin{array}{c} R_{cu} \quad R_{st} \quad R_{Al} \quad R_f \\ \text{~~~~~} \text{~~~~~} \text{~~~~~} \text{~~~~~} \\ T_1 = 150^\circ\text{C} \quad T_e \quad T_r \quad T_s \quad T_0 = 10^\circ\text{C} \end{array}$$

حل:

$$R_{cu} = \frac{\Delta x_{cu}}{k_{cu}} = \frac{0.001}{238} = 4.2 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{C/W}$$

مقاومت مس

$$R_{st} = \frac{\Delta x_{st}}{k_{st}} = \frac{0.004}{45} = 8.9 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{C/W}$$

مقاومت فولاد

$$R_{Al} = \frac{\Delta x_{Al}}{k_{Al}} = \frac{0.1}{0.166} = 0.602 \text{ m}^2 \cdot \text{C/W}$$

مقاومت آلیست

$$R_f = \frac{\Delta x_f}{k_f} = \frac{0.1}{0.171} = 0.585 \text{ m}^2 \cdot \text{C/W}$$

مقاومت شیشه لیفی

$$\Sigma R = 1.197 \text{ m}^2 \cdot \text{C/W} \Rightarrow U = \frac{1}{\Sigma R} = 0.836 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}$$

$$q = U \cdot \Delta T = (0.836)(150 - 10) = 116.5 \text{ W/m}^2$$

$$\Delta T_{cu} = R_{cu} \cdot q = (4.2 \times 10^{-6})(116.5) = 4.9 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow \Delta T_{st} = 1.25 \times 10^{-3} = T_e - T_r \Rightarrow T_e = 149.999865^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{Al} = R_{Al} \cdot q = (0.602)(116.5) = 70.1^\circ\text{C} \Rightarrow \Delta T_{st} = 2.84 \times 10^{-2} = T_r - T_s$$

$$\Rightarrow T_r = 149.999865^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{Al} = R_{Al} \cdot q = (0.602)(116.5) = 70.1^\circ\text{C} \Rightarrow \Delta T_{st} = T_r - T_s = 2.84^\circ\text{C} \Rightarrow T_s = 146.159865^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_f = R_f \cdot q = (0.585)(116.5) = 68.1^\circ\text{C} \Rightarrow \Delta T_f = T_s - T_0 = 68.1^\circ\text{C} \Rightarrow T_0 = 10^\circ\text{C}$$

چون T_0 با دمای سطح خارجی لوله، داده شده در صورت مسئله یکی است، پس محاسبات ما درست می باشد.

۵۸- میله باریکی به طول L از دو طرف به دو دیوار با دماهای T_1 و T_2 متصل است. میله گرمای خود را از طریق جابه جایی در دمای T_∞ به محیط می دهد. عبارتی (الف) برای توزیع دما در میله و (ب) برای کل دمای تلف شده در میله به دست آورید.

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{hp}{kA} (T - T_\infty) = 0$$

حل: (الف)

$$\theta = T - T_\infty \Rightarrow \frac{d^2 \theta}{dx^2} - \frac{hp}{kA} \theta = 0$$

$$m^2 = \frac{hp}{kA} \Rightarrow \theta = c_1 \cdot e^{-mx} + c_2 \cdot e^{mx}$$

$$\left. \begin{array}{l} (1) \quad x = 0, \quad \theta = \theta_1 = T_1 - T_\infty \\ (2) \quad x = L, \quad \theta = \theta_2 = T_2 - T_\infty \end{array} \right\} \text{شرایط مرزی}$$

$$(1) \Rightarrow \theta_1 = c_1 + c_2 \Rightarrow c_1 = \theta_1 - c_2$$

$$(۷) \Rightarrow \theta_r = c_1 e^{-mL} + c_2 e^{+mL} = (\theta_1 - c_2) e^{-mL} + c_2 e^{+mL} = \theta_1 e^{-mL} - c_2 (e^{-mL} - e^{+mL})$$

$$c_2 = \left[\frac{\theta_r - \theta_1 e^{-mL}}{e^{-mL} - e^{+mL}} \right] \quad c_1 = \theta_1 - c_2 = \theta_1 - \frac{\theta_r - \theta_1 e^{-mL}}{e^{-mL} - e^{+mL}} = \frac{\theta_r - \theta_1 e^{+mL}}{e^{-mL} - e^{+mL}}$$

$$\theta = \left(\frac{\theta_r - \theta_1 e^{-mL}}{e^{-mL} - e^{+mL}} \right) e^{-mx} + \left(\frac{\theta_r - \theta_1 e^{+mL}}{e^{-mL} - e^{+mL}} \right) e^{mx} \Rightarrow \theta = \frac{e^{-mx} (\theta_r - \theta_1 e^{-mL}) + e^{mx} (\theta_1 e^{-mL} - \theta_r)}{e^{-mL} - e^{+mL}}$$

$$q = -kA \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=0} = +kA \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=L} \quad (ب)$$

$$\frac{d\theta}{dx} = m \left[\frac{-e^{-mx} (\theta_r - \theta_1 e^{-mL}) + e^{mx} (\theta_1 e^{-mL} - \theta_r)}{e^{-mL} - e^{+mL}} \right]$$

$$q = \frac{kA \cdot m \left[(\theta_r - \theta_1 e^{-mL})(1 - e^{-mL}) + (\theta_1 e^{-mL} - \theta_r)(1 - e^{+mL}) \right]}{e^{-mL} - e^{+mL}}$$

۵۹- دمای یک طرف میله ای به طول L برابر T_0 بوده و در محیط جابه جایی با دمای T_∞ قرار دارد. در داخل میله انما ن گرمایی الکتریکی قرار دارد که در طول میله گرمایی با آهنگ $\dot{q}$ تولید می کند. برای توزیع دما در میله و گرمای منتقل شده به محیط عبارتی بیابید. برای مقدار $\dot{q}$ عبارتی بیابید که باعث می شود انتقال گرما در طرفی که دمایش T_0 است، برابر صفر شود.

حل: (الف)

$$\dot{q} \cdot A = -kA \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} + hp(T - T_\infty)$$

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} - \frac{hp}{kA}(T - T_\infty) + \frac{\dot{q}}{k} = 0$$

$$\theta = T - T_\infty \Rightarrow \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=0} - \frac{hp}{kA}\theta = -\frac{\dot{q}}{k} \Rightarrow \theta = c_1 e^{\sqrt{hp/kA}x} + c_2 e^{-\sqrt{hp/kA}x} + \frac{\dot{q} \cdot A}{h \cdot p} \quad \sqrt{\frac{hp}{kA}} = m$$

$$x=0, \theta = \theta_0 \Rightarrow c_1 = \theta_0 - \frac{\dot{q} \cdot A}{h \cdot p} - c_2 \quad \text{شرایط مرزی:}$$

$$-kA \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=L} = hA(T - T_\infty) \Big|_{x=L} = h \cdot A \cdot \theta_L$$

$$\theta = \frac{\left[e^{mL} \left(\theta_0 - \frac{\dot{q} \cdot A}{h \cdot p} \right) + \frac{h \theta_L}{k \cdot m} \right] e^{-mx}}{e^{mL} - e^{-mL}} + \frac{\left[e^{mL} \left(\theta_0 - \frac{\dot{q} \cdot A}{h \cdot p} \right) + \frac{h \theta_L}{k \cdot m} \right] e^{-mx}}{e^{mL} - e^{-mL}}$$

$$q = \int_0^L [hp(T - T_\infty)] dx + hA \theta_L \quad (ب)$$

$$q = \frac{hp}{m} \left[\frac{h \theta_L}{k L} + \frac{\left(\theta_0 - \frac{\dot{q} \cdot A}{h \cdot p} \right) (e^{mL} - e^{-mL})}{e^{mL} - e^{-mL}} + \frac{h \theta_L}{k \cdot m} \right] + \dot{q} \cdot A \cdot L + hA \theta_L$$

$$-kA \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = 0 = q_0 \Rightarrow 0 = (c_1 m e^{mx} - c_2 m e^{-mx}) \Big|_{x=0} \Rightarrow c_1 = c_2 \quad (ج)$$

$$\therefore c_1 = \theta_0 - \frac{\dot{q} \cdot A}{h \cdot p} \Rightarrow \boxed{q = \frac{hp}{A} \left[\theta_0 + \frac{2h \theta_L}{km(e^{mL} - e^{-mL})} \right]}$$

۶۵- یک سر میله مسی به طول ۳۰ cm به دیواری به دمای 200°C محکم چسبیده و سر دیگر محکم به دیواری به دمای 93°C متصل است. روی میله هوا می‌دمیم که ضریب انتقال گرما $17 \text{ W/m}^2\cdot^{\circ}\text{C}$ دارد. اگر قطر میله $12/5 \text{ cm}$ و دمای هوا 38°C باشد، مقدار گرمای انتقالی به هوا را بر حسب وات بیابید.

حل:

$$\left. \begin{aligned} T_x &= 200 \\ d &= 12/5 \text{ mm} \\ L &= 30 \text{ cm} \\ h &= 17 \text{ W/m}^2\cdot^{\circ}\text{C} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{d^2\theta}{dx^2} - \frac{hp}{kA}\theta &= 0, \quad m = \sqrt{\frac{hp}{kA}} \\ \theta &= c_1 e^{mx} + c_2 e^{-mx} \\ x=0, \quad \theta &= 200 - 200 = 162 \\ x=0.12, \quad \theta &= 93 - 200 = -107 \end{aligned} \right\}$$

$$k = 204, \quad p = \pi d = \pi (0.0125) = 0.0393 \text{ m}, \quad A = \frac{\pi d^2}{4} = 0.0001227 \text{ m}^2$$

$$m = \left[\frac{hp}{kA} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{17 \times 0.0393}{204 \times 0.0001227} \right]^{\frac{1}{2}} = 11.754$$

$$x=0 \Rightarrow c_1 + c_2 = 162$$

$$x=0.12 \Rightarrow 11.754 c_1 + 0.00142 c_2 = -107$$

$$c_1 = 0.91, \quad c_2 = 161.09 \Rightarrow \theta = 0.91 e^{mx} + 161.09 e^{-mx}$$

$$q = \int_0^L hp \theta dx = h \cdot p \cdot \frac{1}{m} \left[0.91 e^{mx} - 161.09 e^{-mx} \right]_0^{0.12} = \sqrt{hpkA} \left[0.91 e^{mx} + 161.09 e^{-mx} \right]_0^{0.12}$$

$$= [(17)(\pi)(0.0125)(204)(0.0393)^{\frac{1}{2}}] \left[0.91 e^{1.41} + 161.09 e^{-1.41} \right] = 122.7 \text{ W}$$

۶۶- نشان دهید که توزیع دما برای پره در حالت (۲) در بخش (۲-۹) چنین است:

$$\frac{T - T_{\infty}}{T_b - T_{\infty}} = \frac{\cosh m(L-x) + (h/mk) \sinh m(L-x)}{\cosh mL + (h/mk) \sinh mL}$$

سپس نشان دهید که نرخ انتقال گرما از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$q = (hpkA)^{\frac{1}{2}} (T_b - T_{\infty}) \frac{\sinh mL + (h/mk) \cosh mL}{\cosh mL + (h/mk) \sinh mL}$$

حل: در حالت (۲) بخش (۲-۹) پره طول محدود داشته و در دم پره گرما از طریق جابه‌جایی انتقال می‌یابد:

$$\theta = c_1 e^{-mx} + c_2 e^{mx}$$

$$(۱) \text{ شرط مرزی: } x=0, \quad \theta = \theta_b \Rightarrow c_1 + c_2 = \theta_b$$

$$(۲) \text{ شرط مرزی: } -k \frac{d\theta}{dx} \Big|_{x=L} = h\theta \Big|_L \Rightarrow m c_1 e^{-mL} - m c_2 e^{mL} = \frac{h}{k} (c_1 e^{-mL} - c_2 e^{mL})$$

$$m c_1 e^{-mL} - m (\theta_b - c_1) e^{mL} = \frac{h}{k} [c_1 e^{-mL} + (\theta_b - c_1) e^{mL}]$$

$$c_1 = \frac{e^{mL} \cdot \theta_b \left(\frac{h}{k} + m \right)}{e^{mL} \left(\frac{h}{k} + m \right) + e^{-mL} \left(m - \frac{h}{k} \right)}, \quad c_2 = \theta_b - c_1 = \frac{\theta_b \cdot e^{-mL} \left(m - \frac{h}{k} \right)}{e^{mL} \left(\frac{h}{k} + m \right) + e^{-mL} \left(m - \frac{h}{k} \right)}$$

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{1}{e^{mL} \left(\frac{h}{k} + m \right) + e^{-mL} \left(m - \frac{h}{k} \right)} \left[e^{mL} \left(h + \frac{m}{k} \right) e^{-mx} + e^{-mL} \left(m - \frac{h}{k} \right) e^{mx} \right]$$

با توجه به روابط $\sinh x$ و $\cosh x$ در پایین و جایگزینی آن در رابطه بالا به عبارت مورد نظر در صورت مساله می‌رسیم:

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} - \frac{h p}{k A} \theta = 0 \quad \Rightarrow \quad \theta = A \cosh mx + B \sinh mx, \quad m = \sqrt{\frac{hp}{kA}} \quad \text{راه حل دوم:}$$

$$(I) \text{ شرط مرزی: } x = 0, \quad \theta = \theta_b \quad \theta_b = A$$

$$(II) \text{ شرط مرزی: } x = L, \quad -k \frac{d\theta}{dx} \Big|_{x=L} = h \theta_L \quad \Rightarrow$$

$$- [A \cdot m \cdot \sinh mL + B \cdot m \cdot \cosh mL] = \frac{h}{k} \cdot (A \cosh mL + B \sinh mL) \quad \Rightarrow$$

$$B = \frac{-\theta_b \cdot m \cdot \sinh mL - \frac{h}{k} \theta_b \cdot \cosh mL}{\frac{h}{k} \cdot \sinh mL - m \cdot \cosh mL}$$

با جای‌گذاری مقادیر ثابت A و B در رابطه اصلی θ داریم:

$$\frac{T - T_\infty}{T_b - T_\infty} = \frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\cosh m(L-x) + \frac{h}{mk} \cdot \sinh m(L-x)}{\cosh mL + \frac{h}{mk} \cdot \sinh mL}$$

$$q = \int_0^L hp \theta dx = \int_0^L \frac{h \cdot p \cdot \theta_b \cosh m(L-x) + \frac{h}{mk} \cdot \sinh m(L-x)}{\cosh mL + \frac{h}{mk} \cdot \sinh mL} dx \quad \text{برای محاسبه } q \text{ داریم:}$$

$$q = \frac{h \cdot p \cdot \theta_b}{\cosh mL + \frac{h}{mk} \sinh mL} \left[-\frac{1}{m} \cdot \sinh m(L-x) - \frac{h}{m^2 k} \cdot \cosh m(L-x) \right]_0^L$$

$$q = \sqrt{hpkA} \cdot (T_b - T_\infty) \cdot \frac{\sinh mL + \frac{h}{mk} \cdot \cosh mL}{\cosh mL + \frac{h}{mk} \cdot \sinh mL}$$

۶۲- میله آلومینیومی به قطر ۲/۵ cm و طول ۱۵ cm از دیواری به دمای 260°C بیرون آمده است. میله مزبور در محیطی به دمای 60°C قرار دارد. ضریب انتقال گرما $h = 15 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$ است. گرمای از دست رفته را به دست آورید.

حل:

$$k_{Al} = 204 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$$

$$L_c = L + \frac{d}{4} = 15 + \frac{2/5}{4} = 15.125 \text{ cm}$$

$$T_b = 260^\circ\text{C}, \quad T_\infty = 60^\circ\text{C}$$

$$h = 15, \quad p = \pi d = \pi (0.025) = 0.0785 \text{ m}, \quad A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (0.025)^2}{4} = 0.00049 \text{ m}^2$$

$$m = \sqrt{\frac{hp}{kA}} = 2/33 \Rightarrow m L_c = (2/33) (0.1625) = 0.05573$$

$$q = \sqrt{h p k A} \theta_b \tanh h (m L_c) = \left[(15) (\pi) (0.025) (2.04) (\pi) (0.00049) \right]^{1/2} (260 - 16) \tanh (0.05573) \\ = 22/41 \text{ W}$$

$$q = \sqrt{h p k A} (T_s - T_\infty) \frac{\sinh mL + \left(\frac{h}{mk}\right) \cosh mL}{\cosh mL + \left(\frac{h}{mk}\right) \sinh mL} = 46/65 \text{ W} \quad \text{راه حل دوم:}$$

۶۳- رابطه (۲-۳۵) را با استفاده از انتگرال‌گیری از حالت (۱) بخش (۲-۹) به دست آورید.

حل:

$$q = \int_0^L h p (T - T_\infty) dx = \int_0^L h p \theta dx = h p \int_0^L \theta_c e^{-mx} dx = \frac{h p \theta_c}{-m} \left[e^{-mx} \right]_0^L = \sqrt{h p k A} \theta_c \\ = \frac{h p \theta_c}{\sqrt{\frac{hp}{kA}}} \left[e^{-\sqrt{h p k A} \frac{L}{kA}} - 1 \right] \Rightarrow q = \frac{h p \theta_c}{\sqrt{\frac{hp}{kA}}} = \sqrt{h p k A} \theta_c$$

۶۴- رابطه (۲-۳۶) را با استفاده از انتگرال‌گیری از رابطه حالت (۳) بخش (۲-۹) به دست آورید.

حل:

$$x = L, \quad \frac{dT}{dx} = \frac{d\theta}{dx} \quad \text{شرط مرزی (۱):}$$

$$x = 0, \quad T = T_b \Rightarrow \theta = \theta_b \quad \text{شرط مرزی (۲):}$$

$$\theta = c_1 e^{-mx} + c_2 e^{mx} \Rightarrow \theta = \theta_b \frac{\cosh [m(L-x)]}{\cosh (mL)}$$

عموماً برای دستیابی به رابطه بالا بهتر است که رابطه زیر را در نظر بگیریم که همان رابطه $\theta = c_1 e^{-mx} + c_2 e^{mx}$ است.

$$\theta = A \cosh(mx) + B \sinh(mx)$$

$$dq_{\text{conv}} = h \cdot p \cdot dx (T - T_\infty) \quad \text{یا} \quad h p dx \theta$$

$$q_{\text{conv}} = \int_0^L h p \theta dx = \int_0^L \frac{h p \theta_b \cosh [m(L-x)]}{\cosh (mL)} dx$$

$$q_{\text{conv}} = \frac{h \cdot p \cdot \theta_b}{\cosh (mL)} \cdot \frac{1}{m} \left[\sinh [m(L-x)] \right]_0^L = \sqrt{h p k A} \cdot \theta_b \cdot \tanh (mL)$$

۶۵- میله مسی بلند و باریکی به قطر ۶/۴ mm را در محیطی به دمای ۲۰°C قرار داده‌ایم. دمای پایه میله ۱۵۰°C و

ضریب انتقال گرما بین میله و محیط ۲۴ W/m²°C است. اتلاف گرمایی میله را حساب کنید.

حل:

$$q = \sqrt{hpkA} \cdot \theta_b$$

$$h = 22 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}, \quad p = \pi d = \pi (0.0064) = 0.0201 \text{ m}, \quad A = \frac{\pi (0.0064)^2}{4} = 3.21 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$q = \sqrt{22 \times 0.0201 \times 321 \times 10^{-5} \times (150 - 20)} = 10.037 \text{ W}$$

۶۶- دمای یک سر میله مسی خیلی بلند ($k = 372 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$) به قطر $2/5 \text{ cm}$ برابر 90°C است. میله را در سیالی به دمای 40°C قرار می دهیم. ضریب انتقال گرما $2/5 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ است. اتلاف گرمایی میله را حساب کنید.

حل:

$$q = \sqrt{hpkA} \cdot \theta_b \left[\frac{(2/5) (\pi) (0.0025) (372) (\pi) (0.0025)}{4} \right]^{1/4} \times (90 - 40) = 11/2 \text{ W}$$

۶۷- یک پره آلومینیمی به ضخامت $1/6 \text{ mm}$ و طول $6/4 \text{ mm}$ را روی لوله ای به قطر خارجی $2/5 \text{ cm}$ نصب کرده ایم. دمای دیواره لوله 150°C و ضریب انتقال گرمای جابه جایی $22 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ می باشد. اتلاف گرمای پره را حساب کنید.

حل:

$$T_o = 150^\circ\text{C}, \quad T_\infty = 15^\circ\text{C}, \quad r_1 = 1/25 \text{ cm}, \quad L = 6/4 \text{ mm}, \quad t = 1/6 \text{ mm}$$

$$h = 22 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}, \quad k = 210 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$L_c = L + \frac{t}{2} = 6/4 + 1/8 = 7/4 \text{ mm}$$

$$r_{ec} = r_1 + L_c = 1/25 + 0.77 = 1/97 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad \frac{r_{ec}}{r_1} = 1/576$$

$$A_m = t (r_{ec} - r_1) = (0.0016) (0.0077) = 1.252 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$L_c^{3/4} \left(\frac{h}{k A_m} \right)^{1/4} = (0.0077)^{3/4} \cdot \left[\frac{22}{(210) (1.252 \times 10^{-5})} \right]^{1/4} = 0.596$$

$$\eta = 97\%$$

از شکل (۱۱-۲) داریم:

$$q_{max} = 2 h \pi (r_{ec}^2 - r_1^2) (T_o - T_\infty) = 4/522 \text{ W}$$

ضریب (۲) در فرمول q_{max} مربوط به حالتی است که ما دو سطح را در نظر گرفته ایم.

$$q_{act} = (0.97) (4/522) = 4/387 \text{ W}$$

۶۸- بازدهی کلی یک سطح پره دار را می توان به صورت نسبت انتقال گرما کل مساحت مرکب از سطح پره ها به گرمای منتقل شده در حالتی که سطح کل در دمای پایه T_o باشد، تعریف کرد. نشان دهید که این بازدهی را می توان از رابطه زیر حساب کرد:

$$\eta_t = 1 - \frac{A_f}{A} (1 - \eta)$$



که η_f بازدهی کل، A_f مساحت کل پره‌ها، A مساحت انتقال گرمای کل شامل پره‌ها، لوله و بقیه سطوح و η_f بازدهی پره است.

حل:

$$q_{act} = h (A - A_f) (T_o - T_{\infty}) + \eta_f \cdot A_f \cdot h \cdot (T_o - T_{\infty})$$

$$q_{ideal} = h \cdot A (T_o - T_{\infty})$$

$$\eta_f = \frac{q_{act}}{q_{ideal}} = \frac{A - A_f + A_f \cdot \eta_f}{A} = 1 - \frac{A_f}{A} (1 - \eta_f)$$

۶۹- پره مثلثی شکلی از جنس فولاد ضد زنگ (۱۸٪ کرم و ۸٪ نیکل) به دیوار تختی به دمای 460°C وصل است. ضخامت پره $6/4 \text{ mm}$ و طول آن $2/5 \text{ cm}$ است. دمای محیط 93°C و ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی برابر $28 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$ می‌باشد. اتلاف گرمای پره را حساب کنید.

حل:

$$T_o = 460^\circ\text{C}, \quad t = 6/4 \text{ mm}, \quad L = 2/5 \text{ cm}, \quad T_{\infty} = 93^\circ\text{C}, \quad h = 28, \quad k = 16/3$$

$$A_m = \frac{t}{2} L = (0/0032)(0/025) = 8 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$L_c = L = 25 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$L_c \cdot \left(\frac{h}{k A_m} \right)^{1/4} = 0/579$$

$$\eta_f = 785$$

برای یک متر عمق از شکل (۱۱-۲) داریم:

$$q = \eta_f \cdot A \cdot h \cdot \theta_o = (0/85)(28)(1)(2)(0/025)(460 - 93) = 436/7 \text{ W}$$

۷۰- روی محیط لوله‌ای به قطر $2/5 \text{ cm}$ ، به فواصل $9/5 \text{ mm}$ از هم پره‌های دایره‌ای با مقطع مستطیلی نصب کرده‌اند. پره آلومینیومی و به ضخامت $0/8 \text{ mm}$ و طول $12/5 \text{ mm}$ است. دمای دیواره لوله 200°C و دمای محیط 93°C است. ضریب انتقال گرما $110 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$ می‌باشد. اتلاف گرمای لوله را به ازای واحد طول حساب کنید.

حل:

$$k = 204, \quad L_c = L + \frac{t}{2} = 12/9 \text{ mm}, \quad A_m = L_c \cdot t = 10^{-6} \Rightarrow L_c \cdot \left(\frac{h}{k A_m} \right)^{1/4} = 0/325$$

$$r_{fc} = 2/54 \text{ cm}, \quad \frac{r_{fc}}{r} = 2/03 \Rightarrow \eta_f = 0/87 \quad \text{با استفاده از شکل (۱۲-۲) داریم:}$$

$$\text{پره} = \frac{1}{0/0095} = 105/3$$

(ضخامت هر پره - ارتفاع کل) (محیط) (تعداد پره) = مساحت جانبی لوله

$$\text{متر طول} = 0/0719 \text{ m}^2 = (105/3)(\pi)(0/025)(9/5 - 0/8)(10^{-2}) = \text{مساحت جانبی لوله}$$

$$\text{انتقال گرمای لوله} = h.p.\Delta T$$

$$\text{انتقال گرمای لوله} = (110)(0.719)(200 - 93) = 864/6 \text{ W}$$

$$\text{پره} \text{ انتقال گرما به لوله} = (0.887)(2)(\pi)(110)(0.025^2 - 0.0125^2)(200 - 93) = 31/46 \text{ W}$$

$$\text{انتقال گرما برای کل پره ها} = (31/46)(105/3) = 3312 \text{ W}$$

$$\text{کل انتقال گرما} = 3312 + 864/6 = 41586 \text{ W/m}$$

۷۱- پره‌ای دایره‌ای با سطح مقطع مستطیل لوله‌ای به قطر ۲/۵ cm را احاطه کرده است. طول پره ۶/۴ mm و ضخامت آن ۳/۲ mm و جنس آن فولاد نرم است. اگر روی پره مزبور هوا طوری بوزد که ضریب انتقال $28 \text{ W/m}^2\text{.}^\circ\text{C}$ باشد، اتلاف گرما را به‌ازای ارتفاع به‌دست آورید. در این مسئله دمای پایه و محیط را به‌ترتیب 26°C و 93°C در نظر بگیرید.

حل:

$$r_1 = 1/25 \text{ cm}, \quad L = 6/4 \text{ mm}, \quad t = 3/2 \text{ mm}, \quad h = 28 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{.}^\circ\text{C}}, \quad T_s = 26^\circ\text{C}, \quad T_\infty = 93^\circ\text{C}$$

$$k = 43 \frac{\text{W}}{\text{m.}^\circ\text{C}}$$

$$L_c = 8 \text{ mm} = L + \frac{t}{2}$$

$$r_{1c} = r_1 + L_c = 2/05 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad \frac{r_{1c}}{r_1} = 1/64$$

$$A_m = t(r_{1c} - r_1) = (0.0032)(0.008) = 2/56 \times 10^{-8} \text{ m}^2$$

$$L_c^* = \left(\frac{h}{k A_m} \right)^{-1/2} = 0.112$$

$$\eta_f = 97\%$$

با استفاده از شکل (۲-۱۱) داریم:

$$q = (\eta_f)(h)(\pi)(r_{1c}^2 - r_1^2)(T_s - T_\infty) = 0.97 \times 28 \times \pi \times (0.0205^2 - 0.0125^2)(26 - 93) = 7/52 \text{ W}$$

۷۲- پره مستطیلی مستقیمی به ضخامت ۲ cm و طول ۱۴ cm از جنس فولاد را روی قسمت بیرونی دیواری به دمای 200°C قرار داده‌ایم. دمای محیط 15°C و ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی $20 \text{ W/m}^2\text{.}^\circ\text{C}$ است. اتلاف گرمای پره را به‌ازای واحد ارتفاع حساب کنید.

حل:

$$k = 43 \frac{\text{W}}{\text{m.}^\circ\text{C}}, \quad t = 2 \text{ cm}, \quad h = 20 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{.}^\circ\text{C}}, \quad L_c = L + \frac{t}{2} = 14 + \frac{2}{2} = 15 \text{ cm},$$

$$L_c^* = \left(\frac{h}{k A_m} \right)^{-1/2} = 0.177$$

$$\eta_f = 75\%$$

با استفاده از شکل (۲-۱۱) داریم:

$$q = (0.75)(20)(\pi)(0.15)(200 - 15) = 833 \frac{\text{W}}{\text{متر ارتفاع}}$$

۷۳- پره‌ای آلومینیومی به ضخامت ۱/۶ mm، یک لوله به قطر ۲/۵ cm را احاطه کرده است. طول پره ۱۲/۵ mm دمای دیواره لوله 200°C ، دمای محیط 20°C و ضریب انتقال گرما $60 \text{ W/m}^2\text{.}^\circ\text{C}$ می‌باشد. اتلاف گرمای پره را

حساب کنید.

حل:

$$k = ۲۰۴ \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$L_c = L + \frac{t}{2} = ۱۲/۵ + \frac{۱/۴}{2} = ۱۳/۴ \text{ mm}$$

$$r_{fc} = r_1 + L_c = ۱/۲۵ + ۱/۳۴ = ۲/۵۸ \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad \frac{r_{fc}}{r_1} = ۲/۰۶۴$$

$$A_m = t (r_{fc} - r_1) = (۰/۰۰۱۶) (۰/۰۲۵۸ - ۰/۰۱۲۵) = ۲/۱۲۸ \times ۱۰^{-۹} \text{ m}^2$$

$$L_c^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{h}{k A_m} \right)^{\frac{1}{3}} = ۰/۱۸$$

$$\eta_f = ۹۰\%$$

با استفاده از شکل (۲-۱۱) داریم:

$$q = \eta_f (h) (\pi) (r_{fc}^2 - r_1^2) (T_s - T_\infty) = (۰/۹۵) (۶۰) (\pi) (۰/۰۲۵۸^2 - ۰/۰۱۲۵^2) \times (۲۰۰ - ۲۰)$$

$$q = ۳۲/۸۴ \text{ W}$$

۷۴- عبارتی برای محاسبه ضخامت بهینه یک پره مستطیلی نسبت به مساحت پروفیل مشخص به دست آورید. از روش ساده نوک عایق استفاده کنید.

حل:

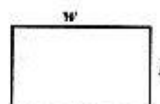
$$\theta = c_1 e^{mx} + c_2 e^{-mx}, \quad q = \sqrt{h p k A} \quad \theta_0 \tanh(mt)$$

$$A = w t = \text{ثابت}$$

$$p = 2(w + t)$$

$$m = \sqrt{\frac{hp}{kA}} = \sqrt{\frac{2h(w+t)}{kA}} = \sqrt{\frac{2h(\frac{A}{t} + t)}{kA}} \quad \text{تنها متغیر } t \text{ می باشد.}$$

$$m = \sqrt{\frac{2h(A+t')}{kA t}} \quad \frac{dm}{dt} = \frac{\left(\frac{2h}{kA}\right) [(2t)t - (A+t')]}{2 \sqrt{\frac{2h(A+t')}{kA t}}} = 0 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{A} \quad \text{ضخامت بهینه پره}$$



۷۵- معادله دیفرانسیل توزیع دما در یک پره مثلثی را به دست آورید (بدون حل). برای راحتی محاسبه، جهت محور را مطابق شکل زیر و جریان گرما را یک بعدی فرض کنید.

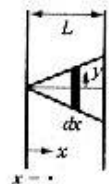
حل:

$$A = \frac{tx}{L}, \quad y = \frac{t}{L} x = \frac{tx}{L}$$

$$-k_A \frac{dT}{dx} = h p dx (T - T_\infty) - \left[k_A \frac{dT}{dx} + \frac{d}{dx} \left(k_A \frac{dT}{dx} \right) dx \right]$$

$$\frac{d}{dx} \left(k_A \frac{dT}{dx} \right) - h p (T - T_\infty) = 0 \quad \theta = T - T_\infty$$

$$\frac{ktx}{L} \frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{kt}{L} \frac{d\theta}{dx} - h p \theta = 0 \quad \boxed{\frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{d\theta}{dx} - \frac{h p L}{k t} \theta = 0}$$



۷۶- میله بلندی از جنس فولاد ضد زنگ ($k = 16 \text{ W/m}^\circ\text{C}$) با مقطع مربع به ابعاد $12/5 \times 12/5 \text{ mm}$ است و دمای یک سر آن 250°C میباشد. ضریب انتقال گرما $40 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$ و دمای محیط 90°C است. اتلاف گرمایی میله را حساب کنید.

حل:

$$k = 16 \text{ W/m}^\circ\text{C} \quad , \quad h = 40 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C} \quad , \quad T_s = 250^\circ\text{C} \quad , \quad T_\infty = 90^\circ\text{C}$$

$$p = (4)(0.0125) = 0.05 \text{ m} \quad , \quad A = (0.0125)^2 = 1/565 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$q = \sqrt{hp k A} \quad \theta_s = [(40)(0.05)(16)(1/565 \times 10^{-4})]^{1/2} (250 - 90) = 11/31 \text{ W}$$

۷۷- پره چهارگوش مستطبی (۹۶٪ آلومینیم و ۳٪ مس)، به ضخامت $2/4 \text{ mm}$ و طول 19 mm ساخته شده است و در محیط جابه جایی با $h = 85 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$ قرار دارد. اگر دمای پایه 90°C و دمای محیط 250°C باشد، انتقال گرما به ازای واحد طول پره را مشخص کنید.

حل:

$$L_c = L + \frac{t}{2} = 19 + \frac{1/2}{2} = 19.25 \text{ mm}$$

$$A_m = L_c \cdot t = (0.01925)(0.0025) = 4/825 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$L_c^{3/4} \times \left(\frac{h}{k A_m}\right)^{1/4} = 0.42$$

$$\eta_f = 87\%$$

با استفاده از شکل (۲-۱۱) داریم:

$$q = (0.87)(85)(2)(0.01925)(90 - 25) = 194/2 \text{ W/m}$$

۷۸- موتور احتراق داخلی که با هوا خنک می شود، سیلندری از جنس چدن ($k = 35 \text{ BTU/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}$) دارد. پره هایی روی سیلندر به طول $5/8 \text{ in}$ و ضخامت $1/8 \text{ in}$ قرار دارد. ضریب جابه جایی $12 \text{ BTU/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}$ و قطر سیلندر 4 in می باشد. اگر دمای پایه 250°F و دمای محیط 100°F باشد، اتلاف گرمای هر پره را حساب کنید.

حل:

$$L_c = 0.574 \text{ ft} \quad , \quad r_{tc} = 2/688 \text{ in} \quad , \quad A_m = (0.125)(0.688) = 0.081 \text{ in}^2 = 5/97 \times 10^{-4} \text{ ft}^2$$

$$\frac{r_{tc}}{L_c} = 1/24 \quad , \quad L_c^{3/4} \left(\frac{h}{k A_m}\right)^{1/4} = 0.429$$

$$\eta_f = 87\%$$

با استفاده از شکل (۲-۱۱) داریم:

$$q_{max} = 2h\pi (r_{tc}^2 - r_1^2) (T_\infty - T_s) = 2 \times 12 \times \pi (0.125^2 - 0.16^2) (250 - 100) = 591$$

$$q = (0.87)(591) = 514 \text{ BTU/hr}$$

۷۹- میله ای از جنس فولاد ضد زنگ به قطر $1/6 \text{ mm}$ ($k = 22 \text{ W/m}^\circ\text{C}$) از دیواری به دمای 49°C بیرون آمده است. طول میله $12/5 \text{ mm}$ ، ضریب جابه جایی $570 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$ و دمای محیط 25°C است. دمای سر میله را



حساب کنید. محاسبات را برای $W/m^2 \cdot ^\circ C$ ۱۲۰۰ و $h = 200$ تکرار کنید.

حل: سر میله را عایق شده فرض کنید.

$$\frac{\theta}{\theta_s} = \frac{e^{-mx}}{1 + e^{-2ml}} + \frac{e^{mx}}{1 + e^{-2ml}}$$

$$m^2 = \frac{hp}{kA} = \frac{(50)(\pi)(0.0016)(2)}{(22)(\pi)(0.0016)^2} = 6/48 \times 10^7 \Rightarrow m = 125/5$$

$$L = 12/5 \text{ mm} \Rightarrow m_L = 2/18 \Rightarrow 2mL = 6/45$$

$$\frac{\theta}{\theta_s} = 0.829 \Rightarrow \theta = (0.829)(29 - 25) = 1/99 \Rightarrow T = 1/99 + 25 = 26/99^\circ C$$

۸۰- میله شیشه‌ای به قطر ۲ cm و طول ۶ cm ($k = 0.8 \text{ W/m} \cdot ^\circ C$) با دمای پایه $100^\circ C$ در معرض هوای جابه‌جایی با دمای $20^\circ C$ قرار دارد. دمای سر میله $35^\circ C$ است. ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی چه قدر است؟
اتلاف گرمای میله چه قدر است.

حل:

$$\theta = \theta_s \frac{\cosh[m(L-x)]}{\cosh mL} \Rightarrow 15 = 80 \times \frac{1}{\cosh mL} \Rightarrow \cosh mL = 5/3 \Rightarrow mL = 2/25$$

$$\Rightarrow m = \frac{2/25}{0.06} = 39/29$$

$$m^2 = \frac{hp}{kA} = \frac{(h)(\pi)(0.02)(3)}{(0.8)(\pi)(0.02)^2} \Rightarrow \boxed{h = 6/174 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ C}$$

۸۱- طول پره مستطیلی مستقیم ۲ cm و ضخامت آن $1/5 \text{ mm}$ است. ضریب هدایت گرمایی پره $55 \text{ W/m} \cdot ^\circ C$ و در محیطی جابه‌جایی با دمای $20^\circ C$ و $h = 500 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ C$ قرار دارد. حداکثر اتلاف گرمای ممکن به‌ازای دمای پایه $200^\circ C$ را حساب کنید.

حل:

$$L_c = L + \frac{t}{2} = 2 + \frac{0.2}{2} = 2/075 \text{ cm}, \quad L_c^{\frac{3}{4}} \times \left(\frac{h}{kA_m}\right)^{\frac{1}{4}} = 1/615$$

$$\eta_f = 42\%$$

با استفاده از شکل (۲-۱۱) داریم:

$$q_{max} = (500)(2)(2/075)(200 - 20) = 3735 \text{ W}$$

$$q_{act} = (0/42)(3735) = 1569 \text{ W}$$

۸۲- طول پره مستطیلی مستقیم ۳/۵ cm و ضخامت آن $1/4 \text{ mm}$ است. ضریب هدایت گرمایی پره $55 \text{ W/m} \cdot ^\circ C$ و پره در محیط جابه‌جایی با دمای $20^\circ C$ قرار دارد. اگر ضریب جابه‌جایی $500 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ C$ و دمای پایه $150^\circ C$ باشد، حداکثر اتلاف گرما را حساب کنید. اتلاف گرمای واقعی چه قدر است؟

حل:

$$L_c = L + \frac{t}{\gamma} = ۳/۷۵ \text{ cm}$$

$$q_{max} = hA\theta_o = (۵۰۰)(۲)(۰/۰/۳۵۷)(۱۵۰ - ۲۰) = ۴۶۴۱ \text{ W/m}$$

$$mL_c = \left(\frac{\gamma h}{kA_m} \right)^{1/4} \times L_c = ۴/۰۶۸$$

$$\eta_f = \frac{\tanh(mL_c)}{mL_c} = ۰/۷۳۶$$

با فرض این که سر پره عایق باشد، داریم:

$$q_{act} = (۰/۷۳۶)(۴۶۴۱) = ۱۱۴۰ \text{ W}$$

۸۳- پره دایره‌ای با مقطع مستطیل از فولاد کربن ۱٪ به لوله‌ای با دمای ۱۵۰°C وصل است. قطر پره ۵ cm، طول آن ۵ cm و ضخامتش ۲ mm می‌باشد. دمای هوا محیط ۲۰°C و ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی $۱۰۰ \text{ W/m}^2\cdot^{\circ}\text{C}$ فرض شده است. اتلاف گرمای پره را حساب کنید.

حل:

$$r_1 = ۲/۵ \text{ cm}, \quad r_2 = r_1 + L = ۷/۵ \text{ cm} \quad r_{ac} = r_2 + \frac{t}{\gamma} = ۷/۵۱ \text{ cm}$$

$$L_c = L + \frac{t}{\gamma} = ۵/۱ \text{ cm}$$

$$L_c^* = \left(\frac{h}{kA_m} \right)^{1/4} = ۱/۷۴, \quad \frac{r_{ac}}{r_1} = ۲$$

$$\eta_f = ۰/۳۷$$

با استفاده از شکل (۱۱-۲) داریم:

$$q = \eta_f \cdot \gamma h \pi (r_2^* - r_1^*) \theta_o = (۰/۳۷)(۱۰۰)(۲)(\pi)(۰/۰/۷۵۱^2 - ۰/۰/۲۵^2)(۱۵۰ - ۲۰) \Rightarrow \boxed{q = ۱۱۰/۶ \text{ W}}$$

۸۴- پره دایره‌ای با سطح مقطع مستطیل از جنس آلومینیم روی محیط لوله‌ای به قطر ۳ cm قرار دارد. طول پره ۲ cm و ضخامتش ۱ mm است. دمای دیواره لوله ۲۰۰°C می‌باشد. لوله در معرض سیالی با دمای ۲۰°C قرار دارد. اگر ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی سیال $۸۰ \text{ W/m}^2\cdot^{\circ}\text{C}$ باشد، اتلاف گرمای پره را حساب کنید.

حل:

$$r_1 = ۱/۵ \text{ cm}, \quad L = ۲ \text{ cm} \Rightarrow r_2 = L + r_1 = ۲ + ۱/۵ = ۲/۵ \text{ cm}$$

$$L_c = L + \frac{t}{\gamma} = ۲ + \frac{۰/۱}{۲} = ۲/۰۵ \text{ cm}, \quad r_{ac} = r_2 + \frac{t}{\gamma} = ۲/۰۵ + \frac{۰/۱}{۲} = ۲/۵۵ \text{ cm}$$

$$A_m = t(r_{ac} - r_1) = ۰/۱(۲/۵۵ - ۱/۵) = ۰/۱۰۵ \text{ cm}^2$$

$$L_c^* = \left(\frac{h}{kA_m} \right)^{1/4} = ۰/۴۱, \quad \frac{r_{ac}}{r_1} = ۲/۲۷$$

$$\eta_f = ۰/۸۱$$

با استفاده از شکل (۱۱-۲) داریم:

$$q = (۰/۸۱)(۸۰)(\pi)(۰/۰/۳۵۵^2 - ۰/۰/۱۵^2)(۲)(۲۰۰ - ۲۰) = ۷۵/۹ \text{ W}$$

۸۵- میله‌ای فولادی به قطر ۱ cm، طول ۲۰ cm و $k = ۲۰ \text{ W/m}\cdot^{\circ}\text{C}$ موجود است. دمای یک سر لوله ۵۰°C و دمای سر دیگرش ۱۰۰°C است. این میله در محیط جابه‌جایی با دمای ۲۰°C و ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی

۸۵ W/m².°C قرار دارد. دمای مرکز میله را حساب کنید.

حل: از مسأله (۲-۵۸) داریم: $m = \left(\frac{hp}{kA}\right)^{\frac{1}{2}} = ۴۱/۲۳$, $L = ۲۰ \text{ cm}$ $\Rightarrow$ $mL = ۸/۲۵$

$\theta_1 = ۵۰ - ۲۰ = ۳۰$, $\theta_L = ۱۰۰ - ۲۰ = ۸۰$

$e^{mL} = ۳۸۱۳$, $e^{-mL} = ۲/۲۶۲ \times ۱۰^{-۴}$

$e^{mx} = ۶۱/۷۴$, $e^{-mx} = ۰/۰۱۶۲$

با استفاده از رابطه توزیع دما در میله (مساله ۲-۵۸) و جای‌گزینی مقادیر بالا داریم:

$$\theta = \frac{(۰/۰۱۶۲)[۸۰ - (۳۰)(۳۸۱۳)] + (۶۱/۷۴)[(۳۰)(۲/۲۶۲ \times ۱۰^{-۴}) - ۸۰]}{۲/۲۶۲ \times ۱۰^{-۴} - ۳۸۱۳} = ۱/۷۸$$

$T = ۱/۷۸ + ۲۰ = ۲۱/۷۸ \text{ }^{\circ}\text{C}$

۸۶- پره‌ای مستطیلی و مستقیم از جنس فولاد (۱٪ کربن) به ضخامت ۲/۶ cm و طول ۱۷ cm را به سطح بیرونی دیواری به دمای ۲۳۰°C قرار می‌دهند. دمای محیط ۲۵°C و ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی ۲۳ W/m².°C است. اتلاف گرمای پره را به‌ازای واحد ارتفاع و بازدهی پره را حساب کنید.

حل:

$L_c = L + \frac{t}{2} = ۱۸ \text{ cm}$, $L_c^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{h}{kA_m}\right)^{\frac{1}{2}} = ۰/۹۳$

$\eta_f = ۰/۶۴$

با استفاده از شکل (۲-۱۱) داریم:

$q = (۰/۶۴)(۷)(۲۳)(۰/۱۸)(۲۲۰ - ۲۵) = ۱۰۸۶ \text{ W/m}$

۸۷- پره‌ی مثلثی مستقیم به طول ۵ cm و ضخامت ۴ mm از ماده‌ای با $k = ۲۳ \text{ W/m.}^{\circ}\text{C}$ ساخته شده است. پره در محیطی با ضریب جابه‌جایی ۲۰ W/m².°C و دمای ۲۰°C قرار دارد. اتلاف گرما به‌ازای واحد ارتفاع پره را حساب کنید.

حل:

$L_c = L = ۵ \text{ cm}$, $L_c^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{h}{kA_m}\right)^{\frac{1}{2}} = ۱/۰۴۲$

$\eta_f = ۰/۶۸$

با استفاده از شکل (۲-۱۱) داریم:

$A = ۲ \left\{ (۰/۰۰۲)^2 + (۰/۰۵)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} = ۰/۱۰۰۰۸ \frac{\text{m}}{\text{متر عمق}}$

$q = \eta_f \cdot h \cdot A \cdot \theta_1 = (۰/۶۸)(۲۰)(۰/۱۰۰۰۸)(۲۰۰ - ۴۰) = ۲۱۷/۸ \text{ W/m}$

۸۸- پره‌ی دایره‌ای از جنس آلومینیم روی محیط لوله‌ای به قطر ۲۵/۴ mm نصب شده است. طول لوله ۱۲/۷ mm و ضخامت آن ۱ mm می‌باشد و در محیطی با دمای ۳۰°C و ضریب جابه‌جایی ۵۶ W/m².°C قرار دارد. اگر دمای پایه ۱۲۵°C باشد، اتلاف گرمای پره را حساب کنید.

حل:

$$t = 1 \text{ mm} , L = 1/27 \text{ cm} \Rightarrow L_c = L + \frac{t}{2} = 1/22 \text{ cm}$$

$$r_i = 2/54 \text{ cm} , r_o = 2/59 \text{ cm} , A_m = t (r_o - r_i) = 0.1 (2/59 - 1/27) = 0.122 \text{ cm}^2$$

$$L_c^{\frac{1}{2}} \left(\frac{h}{k A_m} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.219$$

$$\eta_f = 0.91$$

با استفاده از شکل (۲-۱۱) داریم:

$$q = (0.91)(2)(56)(\pi)(0.259 - 0.122)(125 - 20) = 15/82 \text{ W}$$

۸۹- پره دایره‌ای با مقطع مستطیلی از جنس فولاد ضد زنگ (۱۸٪ کرم، ۸٪ نیکل) روی محیط لوله‌ای قرار گرفته است. ضخامت پره ۲ mm، شعاع داخلی آن ۲ cm، طولش ۸ cm و دمای پایه آن ۱۳۵°C است و در محیط جابه‌جایی با دمای ۱۵°C و $h = 20 \text{ W/m}^2\text{.}^\circ\text{C}$ قرار دارد. اتلاف گرمای پره را حساب کنید.

حل:

$$r_i = 2 \text{ cm} , r_o = L + r_i = 2 + 8 = 10 \text{ cm} , L_c = L + \frac{t}{2} = 11 \text{ cm}$$

$$r_{o,c} = 10/2 \text{ cm} , A_m = t (r_{o,c} - r_i) = 0.2 (10/2 - 2) = 1/64 \text{ cm}^2$$

$$L_c^{\frac{1}{2}} \left(\frac{h}{k A_m} \right)^{\frac{1}{2}} = 1/96 , \frac{r_{o,c}}{L_c} = 5/11$$

$$\eta_f = 0.19$$

با استفاده از شکل (۲-۱۱) داریم:

$$q = (0.19)(20)(2)(\pi)(0.25 - 0.122)(135 - 15) = 28/7 \text{ W}$$

۹۰- طول پره مستطیلی ۲/۵ cm و ضخامت آن ۱/۱ mm است ضریب هدایت گرمایی ویژه ۵۵ W/m°C و در محیط جابه‌جایی با دمای ۲۰°C و $h = 500 \text{ W/m}^2\text{.}^\circ\text{C}$ قرار دارد. اگر دمای پایه ۱۲۵°C باشد، اتلاف گرما را حساب کنید.

حل:

$$L_c = L + \frac{t}{2} = 2/5 + \frac{0.11}{2} = 2/555 \text{ cm} , L_c^{\frac{1}{2}} \left(\frac{h}{k A_m} \right)^{\frac{1}{2}} = 2/22$$

$$\eta_f = 0.33$$

با استفاده از شکل (۲-۱۱) داریم:

$$q = (0.33)(2)(500)(\pi)(0.2555)(125 - 20) = 885 \text{ W}$$

۹۱- پره آلومینیومی به ضخامت ۱ mm و طول ۱/۲۵ cm لوله‌ای به قطر ۲/۵ cm را احاطه کرده است و در محیط جابه‌جایی با دمای ۳۰°C و $h = 75 \text{ W/m}^2\text{.}^\circ\text{C}$ قرار دارد. دمای سطح لوله ۱۰۰°C است. اتلاف گرمای پره را حساب کنید ($k = 202 \text{ W/m.}^\circ\text{C}$).

حل:

$$t = 1 \text{ mm} , r_i = 1/25 \text{ cm} , r_o = 2/5 \text{ cm} , r_{o,c} = 2/55 \text{ cm} , L_c = 1/25 \text{ cm}$$

$$L_c = L + \frac{t}{2} = 1/2 \text{ cm} , A_m = t (r_{o,c} - r_i) = 0.1 (2/55 - 1/25) = 0.12 \text{ cm}^2$$

$$L_c^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{h}{kA_m} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.229$$

$$\eta_f = 0.91$$

با استفاده از شکل (۲-۱۱) داریم:

$$q = (0.91)(\pi)(75)(\pi)(0.0255^2 - 0.0125^2)(100 - 30) = 4.94 \text{ W}$$

۹۲- یک میله شیشه‌ای به قطر ۱ cm و طول ۵ cm در محیطی جابه‌جایی با دمای 20°C قرار دارد. دمای یک سر این میله 180°C است. اگر ضریب انتقال گرما $15 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$ باشد، اتلاف گرمای لوله را حساب کنید.

حل:

$$d = 1 \text{ cm}, \quad L = 5 \text{ cm}, \quad h = 15 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}, \quad k = 0.78 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$$

$$L_c = 5/25 \text{ cm}, \quad m = \left[\frac{hP}{kA} \right]^{\frac{1}{2}} = 88/7, \quad mL_c = 2/6.5$$

$$\eta_f = \frac{\tanh(mL_c)}{mL_c} = 0.217 \quad \Rightarrow \quad q = (0.217)(15)(\pi)(0.01)(0.025)(180 - 20) = 0.859 \text{ W}$$

۹۳- یک میله از جنس فولاد ضد زنگ با سطح مقطع مربع به ابعاد $1 \times 1 \text{ cm}$ ، طول ۸ cm، $k = 18 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$ و دمای پایه 300°C است. این میله در محیط جابه‌جایی با دمای 50°C و $h = 45 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$ قرار دارد. اتلاف گرمای میله و بازدهی پره را حساب کنید.

حل:

$$L_c = 8/5 \text{ cm}, \quad m = \left(\frac{hP}{kA} \right)^{\frac{1}{2}} = 31/62, \quad mL_c = 2/6.88$$

$$\text{حالت II: } \eta_f = \frac{\tanh(mL_c)}{mL_c} = 0.369 \quad \Rightarrow \quad q = (0.369)(45)(0.085)(\pi)(0.01)(300 - 50) = 14.11 \text{ W}$$

۹۴- روی لوله‌ای به قطر ۲/۵ cm پره‌های مسی به ضخامت ۱ mm و طول ۱۲ mm نصب شده‌اند. دمای لوله 250°C و پره‌ها در معرض هوایی به دمای 30°C و ضریب انتقال گرمای $120 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$ قرار دارند. اتلاف گرمای هر پره را حساب کنید.

حل:

$$k = 386 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}, \quad t = 1 \text{ mm}, \quad r_1 = 1/25 \text{ mm}, \quad L = 12 \text{ mm}, \quad L_c = L + \frac{t}{2} = 12.5 \text{ mm}$$

$$r_{tc} = r_1 + L_c = 1/25 + 12.5 = 2/5 \text{ cm}, \quad A_m = t(r_{tc} - r_1) = 0.125 \text{ cm}^2$$

$$L_c^{\frac{1}{2}} \left(\frac{h}{kA_m} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.659, \quad \frac{r_{tc}}{r_1} = 2$$

$$\eta_f = 0.71$$

با استفاده از شکل (۲-۱۱) داریم:

$$q = (0.71)(120)(\pi)(0.025^2 - 0.0125^2)(250 - 30) = 55.2 \text{ W}$$

۹۵- پره مستطیلی مستقیمی از جنس فولاد ضد زنگ (۱۸٪ کرم، ۸٪ نیکل) به طول ۵ cm و ضخامت ۲/۵ cm در دمای پایه 100°C می‌باشد. پره در محیط جابه‌جایی با دمای 20°C و $h = 47 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$ قرار دارد. اتلاف گرمای پره را به‌ازای واحد ارتفاع حساب کنید. بازده این پره چه‌قدر است؟



حل:

$$k = 17 \text{ W/m}^\circ\text{C} \quad h = 47 \text{ W/m}^2\text{C} \quad L = 5 \text{ cm} \quad t = 2/5 \text{ cm}$$

$$L_c = L + \frac{t}{2} = 6/5 \text{ cm} \Rightarrow L_c^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{h}{kA_m} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.1657$$

$$\eta_f = 0.18$$

با استفاده از شکل (۲-۱۱) داریم:

$$q = (0.18)(47)(2)(0.1657)(100 - 20) = 376 \text{ W/m}$$

۹۶- پره دایره‌ای با سطح مقطع مستطیل از جنس دuralumin به طول ۳ cm و ضخامت ۱ mm لوله‌ای به قطر ۳ cm را احاطه کرده است. دمای دیواره لوله ۲۰۰°C می‌باشد. پره در محیط جابه‌جایی با دمای ۲۰°C و ضریب انتقال گرمایی ۸۰ W/m².°C قرار دارد. اتلاف گرمایی پره را حساب کنید.

حل:

$$k = 20.4 \text{ W/m}^\circ\text{C} \quad r_1 = 1/5 \text{ cm} \quad L = 3 \text{ cm} \quad t = 1 \text{ mm} \quad L_c = 3/5 \text{ cm} \quad r_{fc} = 3/55 \text{ cm}$$

$$A_m = 3/5 \text{ cm}^2 \Rightarrow L_c^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{h}{kA_m} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.1604$$

$$\eta_f = 0.172$$

با استفاده از شکل (۲-۱۱) داریم:

$$q = (0.172)(2)(\pi)(0.10355^2 - 0.1015^2)(80)(20 - 20) = 120 \text{ W}$$

۹۷- پره دایره‌ای با نیم رخ مستطینی روی لوله‌ای به قطر ۳ cm و دمای ۱۰۰°C نصب شده است. قطر بیرونی پره ۹ cm و ضخامت آن ۱ mm است. ضریب جابه‌جایی محیط ۵۰ W/m².°C و دمای آن ۳۰°C می‌باشد. ضریب هدایت گرمایی پره را برای بازدهی ۶۰٪ حساب کنید.

حل:

$$r_1 = 1/5 \text{ cm} \quad r_2 = 4/5 \text{ cm} \quad t = 1 \text{ mm} \quad h = 50 \text{ W/m}^2\text{C} \quad L_c = 3/5 \text{ cm}$$

$$r_{fc} = 4/55 \quad \eta_f = 0.16 \quad \frac{r_{fc}}{r_1} = 3 \xrightarrow{(2-11), (2-12)} L_c^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{h}{kA_m} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.178$$

$$k = \frac{1}{(0.1001)(0.10305)} [0.10305]^2 \times \frac{50}{(0.178)^2} = 76/5 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

۹۸- پره دایره‌ای با مقطع مستطیلی به ضخامت ۱ mm و طول ۲ cm از جنس آلومینیم روی لوله‌ای به قطر ۲ cm نصب شده است. دمای لوله ۱۵۰°C، دمای محیط ۲۰°C و $h = 200 \text{ W/m}^2\text{C}$ می‌باشد. اتلاف گرمایی پره را حساب کنید.

حل:

$$t = 1 \text{ mm} \quad r_1 = 1 \text{ cm} \quad L = 2 \text{ cm} \quad h = 200 \text{ W/m}^2\text{C} \quad k = 20.4 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$L_c = L + \frac{t}{2} = 2/5 \text{ cm} \quad r_{fc} = 3/5 \text{ cm} \quad A_m = t(r_{fc} - r_1) = 1/5 \text{ cm}^2$$

$$L_c^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{h}{kA_m} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.1642, \quad \frac{r_{fc}}{r_1} = 3/5$$



$$\eta_f = 0.68$$

با استفاده از شکل (۲-۱۱) داریم:

$$q = (0.68)(2)(200)(\pi)(0.0305 - 0.01)^2 (150 - 20) = 92/2 \text{ W}$$

۹۹- دو میله از جنس فولاد ضد زنگ ($k = 17 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$) به قطر ۱ in با تماس فقط ۰/۱ درصد از سطح مقطعشان کاملاً به هم اتصال دارند. طول دو میله ۷/۵ cm است و در اختلاف دمای 300°C قرار دارند. ارتفاع ناصافی هر میله $1/3 \mu\text{m}$ ($L/2$) است. سیال محیط هوا با ضریب هدایت گرمایی $0.025 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ می باشد. مقاومت سطح تماس و نرخ گرمای محوری را حساب کنید. مقدار گرما در یک میله فولادی پیوسته به طول ۱۵ cm را به دست آورید.

حل:

(الف)

$$k_A = k_B = 17 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}, \quad A_c = 0.01 \text{ A}, \quad \Delta T = 300^\circ\text{C}$$

$$A = \pi d^2/4 = 50.67 \times 10^{-6} \text{ m}^2, \quad L_g = 1/3 \times 10^{-6} \text{ m}, \quad k_f = 0.025 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$L_A = L_B = 7/5 \text{ cm}$$

$$h_c = \frac{1}{L_g} \left[\frac{A_c}{A} \left(\frac{2k_A k_B}{k_A + k_B} \right) + \frac{A_c k_f}{A} \right] = 19986 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\frac{1}{h_c \cdot A} = \frac{1}{(19986)(50.67 \times 10^{-6})} = 0.0007 \text{ } ^\circ\text{C/W}$$

$$q = \frac{300}{\frac{(0.075)(2)}{(17)(50.67 \times 10^{-6})} + 0.0007} = 17/21 \text{ W} \quad \text{(ب) مقاومت تماس نداریم.}$$

$$q = kA \frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{(17)(50.67 \times 10^{-6})(300)}{0.15} = 17/288 \text{ W}$$

۱۰۱- دو صفحه آلومینیومی به ضخامت ۵ mm و ناصافی $100 \mu\text{m}$ با فشار ۲۰ atm با یکدیگر در تماس هستند. اختلاف دمای کل بین دو صفحه 80°C است. میزان افت دما در نقطه تماس را بیابید.

حل:

$$k_A = k_B = 20.4 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}, \quad A = 1 \text{ m}^2$$

$$R_{sh} = \frac{\Delta x}{kA} = \frac{0.0005}{20.4} = 2/45 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C/W}$$

$$R_c = \frac{1}{h_c \cdot A} = \frac{1}{h_c} = 0.008 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C/W} \quad \text{از جدول (۲-۲) داریم:}$$

$$\Sigma R_{sh} = (2) \left(\frac{2/45 \times 10^{-6}}{1} \right) + 0.008 \times 10^{-6} = 13/7 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C/W}$$

$$q = \frac{\Delta T}{\Sigma R_{sh}} = \frac{80}{13/7 \times 10^{-6}} = 5/84 \times 10^6 \text{ W}$$

$$q = \frac{T_A - T_B}{R_c} \quad \Rightarrow \quad \Delta T_c = \frac{R_c}{\Sigma R_{sh}} \quad \Rightarrow \quad \Delta T_c = \frac{0.008 \times 10^{-6}}{13/7 \times 10^{-6}} \times 80$$

۱۰۳- پره‌ای آلومینیومی به ترانزیستوری با تولید گرما به نرخ 300 mW وصل است. سطح کل پره 9 cm^2 و در هوای محیط با دمای 27°C قرار دارد. ضریب رسانش گرمایی سطح تماس $10^{-2} \text{ m}^2 \cdot ^\circ\text{C}/\text{W}$ و مساحت سطح تماس 0.5 cm^2 است. اگر دمای پره بکنواخت باشد، دمای ترانزیستور را به دست آورید.

حل:

$$\frac{1}{h_c} = 0.19 \times 10^{-2} \text{ m}^2 \cdot ^\circ\text{C}/\text{W}$$

از جدول (۲-۱۲) داریم:

$$A_c = 0.5 \text{ cm}^2, \quad q = 300 \text{ mW}$$

پره را در دمای یکنواخت 27°C فرض کنید.

$$q = 300 \times 10^{-3} = \frac{1}{0.19 \times 10^{-2}} (0.5)(10^{-2})(T_f - 27) \Rightarrow T_f = 27/54^\circ\text{C}$$

۱۰۴- یک دیوار تخت به ضخامت 20 cm ، با تولید گرمای داخلی یکنواخت 200 kW/m^2 از هر دو طرف در محیط جابه‌جایی با دمای 50°C و $h = 400 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ قرار دارد. دمای مرکز دیوار را به ازای $k = 20 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ حساب کنید.

حل: L : نصف ضخامت

$$2h(T_w - T_\infty) = \dot{q}(2L), \quad -2k(T_w - T_\infty)\frac{L}{L} = \dot{q}(2L)$$

$$T_c = \frac{\dot{q} \cdot L^2}{2k} + T_w, \quad T_w = \frac{\dot{q} \cdot L}{h} + T_\infty$$

$$T_w = \frac{200 \times 10^3 \times 0.1}{400} + 50 = 100^\circ\text{C} \Rightarrow T_c = \frac{200 \times 10^3 \times (0.1)^2}{2 \times 20} + 100 = 150^\circ\text{C}$$

۱۰۵- ضخامت دیوار مسئله (۲-۱۰۴) را فقط 10 cm و یک طرف آن را عایق فرض کنید. اگر بقیه مقادیر همان مقادیر قبلی باشد، ماکزیمم دمای دیواره را بیابید.

حل:

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{\dot{q}}{k}, \quad T = -\frac{\dot{q}}{2k} x^2 + c_1 x + c_2$$

$$T = -5000 x^2 + c_1 x + c_2$$

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0.1} = 0 = -10000(0.1) + c_1 \Rightarrow c_1 = 1000$$

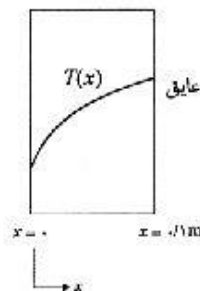
$$\dot{q} \cdot A \cdot L = h \cdot A \cdot (T_w - T_\infty) \Rightarrow T_w = \frac{\dot{q} \cdot L}{h} + T_\infty = 100^\circ\text{C}$$

$$T_w = T_{x=0} \Rightarrow 100 = -5000(0)^2 + 1000(0) + c_2 \Rightarrow c_2 = 100$$

$$T = -5000 x^2 + 1000 x + 100$$

$$\frac{dT}{dx} = -10000 x + 1000 = 0 \Rightarrow x = 0.1$$

$$T_{max} = T_{x=0.1} = -5000(0.1)^2 + 1000(0.1) + 100 = 150^\circ\text{C}$$





۱۰۶- پره آلومینیمی مستقیم با مقطع مثلث به دمای پایه 200°C در محیط جابه‌جایی با دمای 25°C و $h = 45 \text{ W/m}^2\cdot^{\circ}\text{C}$ قرار دارد. طول پره 8 mm و ضخامت آن 2 mm است. اتلاف گرما را به ازای واحد ارتفاع پره حساب کنید.

حل:

$$k = 204 \text{ W/m}\cdot^{\circ}\text{C} , \quad h = 45 \text{ W/m}^2\cdot^{\circ}\text{C} , \quad L = 8 \text{ mm} , \quad t = 2 \text{ mm} , \quad T_b = 200^{\circ}\text{C} , \quad T_{\infty} = 25^{\circ}\text{C}$$

$$L_c = L = 8 \text{ mm} , \quad A_m = L_c \frac{t}{Y} = 0.008 \times \frac{0.002}{2} = 8 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$L_c^{\frac{3}{4}} \left(\frac{h}{kA_m} \right)^{\frac{1}{4}} = 0.12$$

$$\eta_f = 0.92$$

با استفاده از شکل (۲-۱۱) داریم:

$$A = (2) (0.002^2 + 0.008^2)^{\frac{1}{2}} = 0.0065 \text{ m}^2 \text{ / متر عرض}$$

$$q = \eta_f \cdot hA \cdot \theta_b = (0.92) (45) (0.0065) (200 - 25) = 119/5 \text{ W/m}$$

هدایت حالت پایدار - چندبعدی

۱- با شروع راه حل جداسازی متغیرها برای $\lambda^2 = 0$ و $\lambda^2 < 0$ [معادله‌های (۳-۹) و (۳-۱۰)] نشان دهید که در هیچ‌یک از این دو راه حل، چنانچه دما در $y = H$ ثابت باشد، شرایط مرزی صادق نخواهد بود. یعنی نشان دهید برای آنکه شرایط زیر صادق باشد، جواب بدیهی یا از لحاظ فیزیکی، غیرمنطقی است.

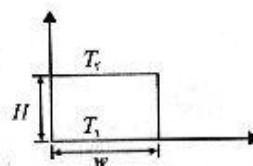
$$T = T_1 \text{ در } y = 0$$

$$T = T_1 \text{ در } x = 0$$

$$T = T_1 \text{ در } x = w$$

$$T = T_r \text{ در } y = H$$

حل:



$$\lambda' = 0 \Rightarrow X = c_1 + c_2 \cdot x, \quad Y = c_3 + c_4 \cdot y$$

با قرار دادن شرایط مرزی بالا داریم:

$$y = 0: \quad T - T_1 = (c_1 + c_2 \cdot x) [c_3 + c_4 \cdot x_0] = \theta = 0 \Rightarrow c_4 = 0$$

$$x = 0: \quad c_1 = 0, \quad c_2 = 0 \Rightarrow T_r - T_1 = [0 + 0 \cdot (x)] [0 + c_4 \cdot H] = 0$$

که یک جواب بدیهی است.

حالت $\lambda' < 0$ را در نظر می‌گیریم:

$$\lambda' < 0: \quad \theta = T - T_1$$

$$T - T_1 = [c_5 e^{-\lambda x} + c_6 e^{\lambda x}] [c_7 \cos(\lambda y) + c_8 \sin(\lambda y)]$$

$$y = 0, \quad \theta = 0 \Rightarrow 0 = (c_5 e^{-\lambda x} + c_6 e^{\lambda x}) (c_7) \Rightarrow c_7 = 0$$

$$x = 0, \quad \theta = 0 \Rightarrow 0 = (c_5 + c_6) [c_8 \sin(\lambda y)] \Rightarrow c_5 + c_6 = 0 \quad \text{یا} \quad c_8 = 0$$

اگر $c_8 = 0$ ، در این صورت باز جواب بدیهی است، چون c_7 نیز صفر است.

اگر $c_5 + c_6 = 0$ داریم:

$$c_5 + c_6 = 0 \Rightarrow c_5 = -c_6$$

$$x = w, \quad \theta = 0 \Rightarrow 0 = (c_5 e^{-\lambda w} + c_6 e^{\lambda w}) [c_8 \sin \lambda y] \quad c_8 = 0$$

که در این صورت جواب‌ها بی‌معنی است.



۲- اولین چهار جمله غیر صفر حل سری داده شده در معادله (۳-۲۰) را بنویسید. چنانچه در $y = H$ و $x = w/2$ فقط این چهار جمله اولیه را به کار ببریم، درصد خطا چه قدر است؟

حل:

$$\frac{T-T_1}{T_2-T_1} = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin\left(\frac{n\pi x}{w}\right) \frac{\sinh\left(\frac{n\pi y}{w}\right)}{\sinh\left(\frac{n\pi H}{w}\right)}$$

$$\frac{T-T_1}{T_2-T_1} = 1$$

وقتی که n به سمت بی نهایت برود، داریم:

چهار عبارت غیر صفر در $n = 1, 3, 5, 7$ می‌باشد. چون در $n = 2, 4, 6$ مقدار داخل سیگما صفر می‌شود.

$$\frac{T-T_1}{T_2-T_1} = \frac{2}{\pi} \left[2 \sin \frac{\pi}{2} + \frac{2}{3} \sin \frac{3\pi}{2} + \frac{2}{5} \sin \frac{5\pi}{2} + \frac{2}{7} \sin \frac{7\pi}{2} \right] = 0.92 \quad \text{در } n = 1, 3, 5, 7 \text{ داریم:}$$

$$\text{درصد خطا} = \frac{1 - 0.92}{1} \times 100 = 8\%$$

۳- لوله‌ای به قطر ۶ cm و دمای سطحی 210°C ، از مرکز یک تخته سنگ بتونی به ضخامت ۴۵ cm عبور می‌کند. دمای سطح بیرونی تخته سنگ 15°C است. با استفاده از منحنی شار، اتلاف گرمای لوله را در واحد طول حساب کنید. این مسأله را با استفاده از جدول (۱-۳) حل کنید.

حل:

$$q = Sk\Delta T$$

$$S = \frac{2\pi l}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

از جدول (۱-۳) برای S در این حالت داریم:

که در این جا w ضخامت و r شعاع لوله است.

$$S = \frac{2\pi}{\ln\left(\frac{0.054 \times 0.045}{0.03}\right)} = 27.03 \Rightarrow q = 27.03 \times 0.76(210 - 15) = 445/13 \text{ W/m}$$

۴- لوله جدار ضخیمی از جنس مونل (۶۷٪ نیکل، ۳۰٪ مس، ۳٪ آلومینیم) به قطر درونی ۲/۵ cm و قطر بیرونی ۵ cm را با یک لایه پشم شیشه به ضخامت ۲/۵ cm پوشانده‌اند. دمای درونی لوله 300°C و دمای بیرونی عایق 40°C می‌باشد. اتلاف گرما به ازای واحد طول چه قدر است؟ برای مونل $k = 11 \text{ BTU/h.ft.}^\circ\text{F}$ می‌باشد.

حل:

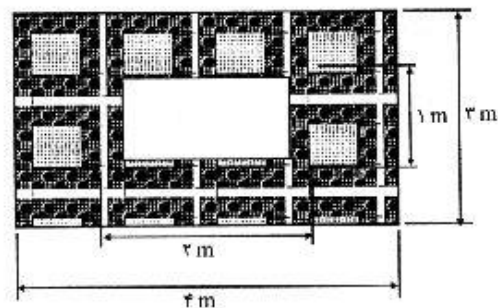
$$k_1 = 11 \text{ BTU/h.ft.}^\circ\text{F} = 19/0.4 \text{ W/m.}^\circ\text{C} \quad \text{برای مونل:}$$

$$k_2 = 0.028 \text{ W/m.}^\circ\text{C} \quad \text{برای پشم شیشه:}$$

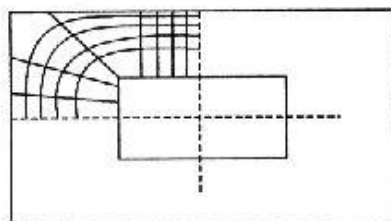
$$r_1 = 1/25 \text{ cm}, \quad r_2 = 2/5 \text{ cm}, \quad r_3 = 2/5 + 2/5 = 5 \text{ cm}$$

$$q = \frac{\Delta T}{\frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi k_1} + \frac{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}{2\pi k_2}} = \frac{300 - 40}{\frac{\ln\left(\frac{2/5}{1/25}\right)}{2\pi \times 19/0.4} + \frac{\ln\left(\frac{5}{2/5}\right)}{2\pi \times 0.028}} = 89/38 \text{ W/m}$$

۵- دیوار کوره‌ای متقارن دارای ابعاد نشان داده شده در شکل زیر است. با استفاده از منحنی شار ضریب شکل دیوار را به دست آورید.



حل: در این مسئله باید خطوط هم‌دم و آدیابات را رسم کنیم. برای راحتی کار برای یک ربع از سطح این کار را انجام داده، به کل سطح تعمیم می‌دهیم.



N : تعداد فاصله بین سطح داخلی و خارجی (فواصل دمایی)

M : تعداد خطوط آدیابات

$$\begin{aligned} M &= 8 \\ N &= 5 \\ S &= 4 \times 1/6 = 6/4 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \text{ضریب شکل} = \frac{M}{N} = \frac{8}{5} = 1/6$$

این مقدار بالا برای یک ربع شکل است، برای کل شکل داریم:

۶- کوره‌ای به ابعاد $3 \times 2 \times 1$ ft از ماده‌ای با ضریب هدایت گرمایی $0.5 \text{ BTU/h.ft.}^\circ\text{F}$ ساخته شده است. ضخامت دیواره 6 in و دمای سطح درونی و بیرونی به ترتیب 1000°F و 200°F می‌باشند. گرمای اضافی از دیواره کوره را حساب کنید.

حل: چون مسئله سه‌بعدی است، داریم:

$$\begin{aligned} \text{دیوارها} & \quad S = \frac{A}{L} \\ \text{کنارها} & \quad S = 0.54 D \\ \text{گوشه‌ها} & \quad S = 0.75 L \end{aligned}$$

A : مساحت دیواره، L : ضخامت دیواره و D : طول کناره (به)

$$\begin{aligned} \text{دیوارها} & \quad S_1 = 6 \\ \text{کنارها} & \quad S_2 = 1/62 \\ \text{گوشه‌ها} & \quad S_3 = 0.75 \\ S_4 &= 4 \\ S_5 &= 1/0.8 \\ S_6 &= 0.54 \end{aligned}$$

چون باید برای تمام حالات در نظر بگیریم مقادیر D می‌تواند ۱، ۲، ۳ و ۴ باشد و به همین ترتیب مقادیر r برابر ۶، ۴، ۳ و ۲ است.

$$S_{\text{کل}} = \sum S_{\text{دیوارها}} + \sum S_{\text{لبه‌ها}} + \sum S_{\text{گوشه‌ها}}$$

$$S_{\text{کل}} = 2S_{\text{دیوارها}} + 4S_{\text{لبه‌ها}} + 8S_{\text{گوشه‌ها}} = 57/56$$

$$q = S.k.\Delta T = 23000 \text{ BTU/hr}$$

۷- مکعبی به ضلع بیرونی ۳۵ cm از آجر نسوز ساخته شده است. ضخامت دیواره آن ۵ cm و دمای سطح درونی آن ۵۰۰°C و سطح بیرونی ۸۰°C است. جریان گرما را برحسب وات بیان کنید.

$$k=1/0.4 \text{ W}, D=0.35-2 \times 0.05=0.25 \text{ m}, D=(0.25)^2=0.0625 \text{ m}^2, L=0.05 \text{ m} \quad \text{حل:}$$

$$S_{\text{دیوارها}} = \frac{A}{L} = 1/25, S_{\text{لبه‌ها}} = 4 \times 0.25 D = 0.125, S_{\text{گوشه‌ها}} = 0.125 L = 0.0075$$

$$S_{\text{کل}} = 2S_{\text{دیوارها}} + 4S_{\text{لبه‌ها}} + 8S_{\text{گوشه‌ها}} = 9/18$$

$$q = S.K.\Delta T = (9/18)(1/0.4)(500-80) = 4009/8 \text{ W}$$

۸- دو استوانه بلند به قطرهای ۸ و ۳ cm با ماده‌ای با $k = 1/2 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ کاملاً احاطه شده‌اند. فاصله بین مراکز استوانه‌ها ۱۰ cm و در دمای ۲۰۰ و ۳۵°C نگهداری می‌شود. آهنگ انتقال گرما به ازای واحد طول را حساب کنید.

$$r_1 = 4 \text{ cm}, r_2 = 1.5 \text{ cm}, D = 10 \text{ cm}, k = 1/2 \text{ W/m}^\circ\text{C} \quad \text{حل:}$$

$$S = \frac{2\pi L}{\cosh^{-1}\left(\frac{D^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2}\right)} = \frac{2\pi \times 1}{\cosh^{-1}\left(\frac{10^2 - 4^2 - 1.5^2}{2 \times 4 \times 1.5}\right)} \quad \text{از جدول (۳-۱) برای این حالت داریم:}$$

$$S = 2/51 \text{ m} \Rightarrow q = S.K.\Delta T = (2/51)(1/2)(200-35) = 579/4 \text{ W/m}$$

۹- کره‌ای به قطر ۱ m و دمای ۳۰°C را در خاکی با $k = 1/7 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ دفن کرده‌اند. عمق تا خط مرکزی ۲/۴ m و دمای سطح خاک صفر درجه سانتی‌گراد است. اتلاف گرمای کره را حساب کنید.

$$S = \frac{4\pi r}{1 - \frac{r}{D}} \quad \text{حل:}$$

$$D = 2/4 \text{ m}, r = 0.5 \text{ m} \Rightarrow S = \frac{4\pi \times 0.5}{1 - \frac{0.5}{2 \times 2/4}} = 7/0.14 \text{ m} \Rightarrow$$

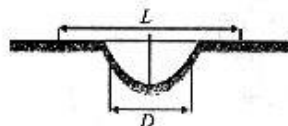
$$q = S.k.\Delta T = (7/0.14)(1/7)(30-0) = 310 \text{ W}$$

۱۰- کره‌ای به قطر ۲۰ cm به طور کامل با پشم شیشه پوشانده شده است. در داخل کره گرم‌کنی وجود دارد که دمای سطح بیرونی آن را در ۱۷۰°C ثابت نگه می‌دارد. اگر دمای لبه بیرونی پشم شیشه ۲۰°C باشد، توان گرم‌کن را

برای تأمین شرایط تعادل حساب کنید.

حل: $q = 4\pi r = 1/257 \text{ m}$, $k = 0.038 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ $\Rightarrow q = S.k.\Delta T = (1/257)(0.038)(170 - 20) = 7/165 \text{ W}$

۱۲- جسم صلبی مطابق شکل زیر دارای سطح فوقانی با برش نیم استوانه به دمای 100°C است. اگر در عمق زیادی در این جسم دما 300 K و $k = 1 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ باشد، انتقال گرمای سطح را برای $L = 30 \text{ cm}$ و $D = 10 \text{ cm}$ حساب کنید.



حل: برای این شکل در هیچ‌کدام از جداول مربوط به ضریب شکل، فرمولی یافت نمی‌شود به تنها حالتی که می‌توان آن را تبدیل کرد، استوانه‌ای است که داخل یک مکعب قرار گرفته، البته باید S نصف شود.

$$S = \frac{2\pi}{\ln\left(\frac{0.54L}{r}\right)} = \frac{2\pi}{\ln\left(\frac{0.54 \times 30}{0.05}\right)} = 5/244 \text{ m}$$

$$S' = \frac{5/244}{2} = 2/67 \text{ m}$$

برای این شکل

$$q = S'.k.\Delta T = (2/67)(1)(373 - 300) = 195 \text{ W}$$

۱۳- در بعضی مناطق انتقال قدرت توسط کابل‌های زیرزمینی صورت می‌گیرد. در یک مورد، کابلی به قطر 8 cm و با مقاومت $10^{-4} \Omega/\text{m}$ در عمق $1/3$ متری زمین دفن شده است. دمای سطح زمین 25°C و برای خاک $k = 1/2 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ است. اگر دمای بیرون کابل بیش‌تر از 110°C نباشد، حداکثر شدت جریان مجاز را حساب کنید.

حل: $D > 2r$, $L \gg r$, $S = \frac{2\pi L}{\ln\left(\frac{D}{r}\right)} = \frac{2\pi \times 1}{\ln\left(\frac{1/3}{0.04}\right)} = 1/8 \text{ m}$

$$q = S.k.\Delta T = 1/8 \times 1/2 \times (110 - 25) = 184/9 \text{ W}$$

$$q = R.I^2 \Rightarrow I = \sqrt{\frac{q}{R}} = \sqrt{\frac{184/9}{1/1 \times 10^{-4}}} = 1293 \text{ A}$$

۱۴- کره‌ای مسی به قطر 4 cm و دمای ثابت 70°C در ناحیه‌ای خاکی با $k = 1/3 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ دفن شده است. دما در فاصله خیلی دور از این کره 12°C است. اتلاف گرمای کره را حساب کنید.



$$S = 4\pi r = 4\pi \times 0.2 = 0.251 \text{ m}$$

حل:

$$q = S \cdot k \cdot \Delta T = (0.251)(1/3)(70 - 12) = 18/95 \text{ W}$$

۱۵- دو استوانه بلند خارج از مرکز به ترتیب دارای قطرهای ۱۵ cm و ۴ cm و دماهای ۱۰۰°C و ۲۰۰°C هستند و با ماده‌ای با ضریب هدایت گرمایی ۳ W/m.°C از هم جدا شده‌اند. فاصله مرکز استوانه‌ها ۴/۵ cm است. انتقال گرما بین دو استوانه را به ازای واحد طول بیابید.

$$S = \frac{2\pi}{\cosh^{-1}\left(\frac{r_1^2 + r_2^2 - D^2}{2r_1r_2}\right)} = \frac{2\pi}{\cosh^{-1}\left(\frac{0.075^2 + 0.02^2 - 0.045^2}{2 \times 0.075 \times 0.02}\right)} = 0.295 \text{ m}$$

حل:

$$q = S \cdot k \cdot \Delta T = (0.295)(3)(200 - 100) = 238 \text{ W/m}$$

۱۶- دو لوله در خاک دفن شده‌اند و دمای آن‌ها ۳۰۰°C و ۱۲۵°C است. قطرهای به ترتیب ۸ cm و ۱۶ cm و فاصله بین دو مرکز ۴۰ cm می‌باشد. به فرض ضریب هدایت گرمایی خاک در این محل ۷ W/m.°C باشد، آهنگ انتقال گرما را به ازای واحد طول حساب کنید.

$$S = \frac{2\pi L}{\cosh^{-1}\left(\frac{D^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2}\right)} = \frac{2\pi}{\cosh^{-1}\left(\frac{0.4^2 - 0.04^2 - 0.08^2}{2 \times 0.04 \times 0.08}\right)} = 3/86 \text{ m}$$

حل:

$$q = S \cdot k \cdot \Delta T = (3/86)(0.7)(300 - 125) = 472/88 \text{ W/m}$$

۱۷- کره داغی به قطر ۱/۵ m و دمای ۳۰۰°C، درون ماده‌ای با $k = 1/2 \text{ W/m.°C}$ دفن شده است. دمای سطح بیرونی کره ۳۰°C و عمق خط مرکزی آن ۳/۷۵ m است. گرمای اتلافی را حساب کنید.

$$S = \frac{2\pi r}{1 - \left(\frac{r}{r_D}\right)} = \frac{4 \times \pi \times 0.075}{1 - \left(\frac{0.075}{3.75}\right)} = 10/47 \text{ m}$$

حل:

$$q = S \cdot k \cdot \Delta T = (10/47)(1/2)(300 - 30) = 2393 \text{ W}$$

۱۸- برای اندازه‌گیری ضریب گرمایی خاک از فرو کردن میله بلندی که به طریق الکتریکی گرم شده در زمین استفاده می‌شود. به این منظور قطر میله ۲/۵ cm و طول آن ۱ m است. برای اجتناب از تغییرات نامناسب خاک، در موقعی که دمای آن ۱۰°C است، حداکثر دمای سطحی میله ۵۵°C می‌باشد. به فرض ضریب هدایت خاک ۱/۷ W/m.°C باشد، توان لازم گرم‌کن را برحسب وات به دست آورید.

$$S = \frac{2\pi L}{\ln\left(\frac{r_D}{r}\right)} = \frac{2\pi \times 1}{\ln\left(\frac{1}{0.0125}\right)} = 1/238 \text{ m}$$

حل:

$$q = S \cdot k \cdot \Delta T = (1/238)(1/7)(55 - 10) = 94/71 \text{ W}$$

۱۹- دو لوله به فاصله ۱۲ cm از هم در ماده عایقی با $k = 0.8 \text{ W/m.°C}$ دفن شده‌اند. قطر یکی از آن‌ها ۱۰ cm بوده و حامل سیال گرمی به دمای ۳۰۰°C است و لوله دیگر به قطر ۲/۸ cm، سیال سردی به دمای ۱۵°C را

حمل می‌کند. آهنگ انتقال گرما بین لوله‌ها را به‌ازای واحد طول به‌دست آورید.

حل: $r_1 = 5 \text{ cm}$, $r_2 = 1/4 \text{ cm}$, $D = 1/2 \text{ cm}$

$$S = \frac{2\pi L}{\cosh^{-1}\left(\frac{D^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1 r_2}\right)} = \frac{2\pi}{\cosh^{-1}\left(\frac{0.1^2 - 0.05^2 - 0.0125^2}{2 \times 0.05 \times 0.0125}\right)} = 2/813 \text{ m}$$

$$q = S.k.\Delta T = (2/813)(0.8)(300 - 15) = 641/4 \text{ W/m}$$

۲۰- در موقعیت معینی ضریب هدایت گرمایی زمین $1/5 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ می‌باشد. در این محل کره‌ای ایزوترمال به قطر 2 m و دمای 5°C دارای عمق خط مرکزی 5 m قرار دارد. دمای زمین 25°C است. اتلاف گرمایی کره را حساب کنید.

حل: $S = \frac{2\pi r}{1 - \frac{r}{2D}} = \frac{4\pi \times 1}{1 - \left(\frac{1}{2 \times 5}\right)} = 13/96$

$$q = S.k.\Delta T = (13/96)(1/5)(25 - 5) = 418/9 \text{ W}$$

۲۱- گاهی اوقات بی‌دفتی می‌شود و لوله‌های بخار بدون عایق‌بندی در زمین دفن می‌شود. یک لوله 4 اینچی حامل بخار در دمای 300°F را در نظر بگیرید که در عمق خط مرکزی 9 in دفن شده است. طول لوله دفن شده 100 یارد است. به فرض ضریب هدایت گرمایی زمین $1/2 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ و دمای سطح آن 60°F باشد، اتلاف گرمایی لوله را حساب کنید.

حل: $r = 2 \text{ in} = 0.0508 \text{ m}$, $L = 100 \text{ yd} = 91/44 \text{ m}$, $D = 9 \text{ in} = 0.2286 \text{ m}$

$$S = \frac{2\pi L}{\cosh^{-1}\left(\frac{D}{r}\right)} = \frac{2\pi (91/44)}{\cosh^{-1}\left(\frac{9}{2}\right)} = 262/98 \text{ m}$$

$$q = S.k.\Delta T = (262/98)(1/2)(300 - 60)\left(\frac{5}{9}\right) = 420.78 \text{ W}$$

۲۲- دو لوله موازی با قطرهای 5 cm و 10 cm به‌طور کامل با آزیست احاطه شده‌اند. فاصله بین مراکز آن‌ها 20 cm است. یکی از لوله‌ها بخار در دمای 110°C و دیگری آب خنک در دمای 3°C را حمل می‌کند. اتلاف گرمایی لوله گرم را به‌ازای واحد طول حساب کنید.

حل: $r_1 = 5 \text{ cm}$, $r_2 = 2/5 \text{ cm}$, $D = 20 \text{ cm}$, $k = 0.15 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}$

$$S = \frac{2\pi L}{\cosh^{-1}\left(\frac{D^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1 r_2}\right)} = \frac{2\pi}{\cosh^{-1}\left(\frac{0.1^2 - 0.05^2 - 0.02^2}{2 \times 0.05 \times 0.02}\right)} = 1/857$$

$$q = S.k.\Delta T = (1/857)(0.15)(110 - 3) = 29/81 \text{ W/m}$$

۲۳- یک استوانه بلند با دمای سطحی 135°C در ماده‌ای با ضریب هدایت گرمایی $15/5 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ دفن شده است. قطر استوانه 3 cm و عمق خط مرکز آن 5 cm و دمای سطح ماده 26°C است. اتلاف گرمایی را به‌ازای واحد

طول حساب کنید.

حل:

$$r_1 = 1/5 \text{ cm}, D = 5 \text{ cm}, k = 15/5 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$S = \frac{2\pi L}{\cosh^{-1}\left(\frac{D}{r_1}\right)} = \frac{2\pi}{\cosh^{-1}\left(\frac{5}{1/5}\right)} = 3/353$$

$$q = S.k.\Delta T = (3/353)(15/5)(135 - 36) = 4626 \text{ W/m}$$

۲۴- کوره‌ای با قطر ۳ m حاوی مخلوطی از یخ و آب صفر درجه سانتی‌گراد است. در این کوره یک منطقه نیمه محدود با ضریب هدایت گرمایی $k = 2 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ دفن شده است. دمای سطح بالایی منطقه 30°C و عمق خط مرکزی کوره $8/5 \text{ m}$ است. اتلاف گرمایی کوره را حساب کنید.

حل:

$$S = \frac{2\pi r}{1 - \frac{r}{2D}} = \frac{2\pi \times 1/5}{1 - \left(\frac{1/5}{2 \times 8/5}\right)} = 20/67$$

$$q = S.k.\Delta T = (20/67)(0/2)(30 - 0) = 124 \text{ W}$$

۲۵- یک گرم‌کن الکتریکی به شکل یک صفحه $50 \times 100 \text{ cm}$ روی سطح ماده عایق نیمه محدودی با $k = 0/72 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ نصب شده است. دمای صفحه گرم‌کن در تمام سطح یکنواخت، ثابت و برابر 120°C بوده و دمای ماده عایق در فاصله زیادی از گرم‌کن 15°C است. گرمای هدایت شده به ماده عایق را بیابید.

حل:

$$k = 0/72 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}, D = 0, W = 50 \text{ cm}, L = 100 \text{ cm}$$

$$S = \frac{\pi W}{\ln\left(\frac{4W}{L}\right)} = \frac{(0/5)\pi}{\ln\left(\frac{4 \times 0/5}{1}\right)} = 2/266$$

$$q = S.k.\Delta T = (2/266)(0/72)(120 - 15) = 176/1 \text{ W}$$

۲۶- ابعاد داخلی کوره کوچکی، $80 \times 70 \times 60 \text{ cm}$ و ضخامت دیواره آن 5 cm است. ضریب شکل را بیابید.

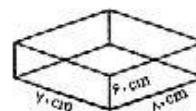
حل:

$$S_{\text{مادی}} = \frac{A}{L}, \quad S_{\text{مادی}} = 0/54 D, \quad S_{\text{مادی}} = 0/15 L$$

$$S_{\text{مادی}} = \left[(2)(0/6)(0/7) + (2)(0/6)(0/8) + (2)(0/7)(0/8) \right] = 52/8 \text{ m}$$

$$S_{\text{مادی}} = (4)(0/54)(0/6 + 0/7 + 0/8) = 4/526 \text{ m}$$

$$S_{\text{مادی}} = (8)(0/15)(0/5) = 0/6 \text{ m} \Rightarrow S_{\text{مادی}} = 62/996 \text{ m}$$



۲۷- دمای لوله‌ای حاوی بخار به قطر 15 cm برابر 150°C است. این لوله در داخل خاک و در نزدیکی لوله دیگری به قطر 5 cm حاوی آب 5°C دفن شده است. فاصله مراکز دو لوله 15 cm و ضریب هدایت گرمایی $k = 0/7 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ می‌باشد. اتلاف گرمایی لوله را به ازای واحد طول حساب کنید.

$$r_1 = 7/5 \text{ cm}, \quad r_2 = 2/5 \text{ cm}, \quad D = 15 \text{ cm}$$

حل:

$$S = \frac{2\pi}{\cosh^{-1}\left(\frac{D^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1 r_2}\right)} = \frac{2\pi}{\cosh^{-1}\left(\frac{15^2 - 7^2 - 2^2}{2 \times 7 \times 2}\right)} = 2/928$$

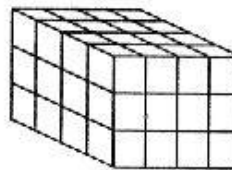
$$q = S k \Delta T = (2/928) (0.7) (150 - 50) = 297/2 \text{ W/m}$$

۲۸- برای یک گره داخلی، در یک مسأله انتقال گرمای سه بعدی، معادله‌ای هم‌ارز معادله (۳-۲۴) به دست آورید.

حل:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{m+\frac{1}{2}, n, p} \cong \frac{T_{m+1, n, p} - T_{m, n, p}}{\Delta x}$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{m-\frac{1}{2}, n, p} \cong \frac{T_{m, n, p} - T_{m-1, n, p}}{\Delta x}$$



$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{m, n+\frac{1}{2}, p} \cong \frac{T_{m, n+1, p} - T_{m, n, p}}{\Delta y}, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{m, n-\frac{1}{2}, p} \cong \frac{T_{m, n, p} - T_{m, n-1, p}}{\Delta y}$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{m, n, p+\frac{1}{2}} \cong \frac{T_{m, n, p+1} - T_{m, n, p}}{\Delta z}, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{m, n, p-\frac{1}{2}} \cong \frac{T_{m, n, p} - T_{m, n, p-1}}{\Delta z}$$

$$\left. \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right|_{m, n} \cong \frac{\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{m+\frac{1}{2}, n, p} - \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{m-\frac{1}{2}, n, p}}{\Delta x} \cong \frac{T_{m+1, n, p} - T_{m, n, p} + T_{m-1, n, p} - T_{m, n, p}}{\Delta x^2}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \cong \frac{T_{m, n+1, p} + T_{m, n-1, p} - 2T_{m, n, p}}{\Delta y^2}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \cong \frac{T_{m, n, p+1} + T_{m, n, p-1} - 2T_{m, n, p}}{\Delta z^2}$$

با جای‌گذاری این مقادیر در معادله دیفرانسیل زیر و با فرض اینکه $\Delta x = \Delta y = \Delta z$ داریم:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$$

$$T_{m+1, n, p} + T_{m-1, n, p} + T_{m, n+1, p} + T_{m, n-1, p} + T_{m, n, p+1} + T_{m, n, p-1} - 6T_{m, n, p} = 0$$

۲۹- برای یک گره داخلی، در یک مسأله انتقال گرمای یک بعدی، معادله‌ای هم‌ارز معادله (۳-۲۴) به دست آورید.

حل:

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{m, n+\frac{1}{2}} \cong \frac{T_{m+1, n} - T_{m, n}}{\Delta x}, \quad \left. \frac{dT}{dx} \right|_{m, n-\frac{1}{2}} \cong \frac{T_{m, n} - T_{m-1, n}}{\Delta x}$$

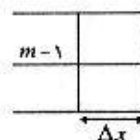
در انتقال گرمای یک بعدی، $\frac{dT}{dx} = 0$ و با جای‌گذاری مقدار بالا در معادله دیفرانسیل مربوطه داریم:

$$T_{m+1, n} + T_{m-1, n} - 2T_{m, n} = 0$$

۳۰- برای یک گره داخلی، در یک مسئله انتقال گرمای یک بعدی همراه با شرط مرزی جابه جایی، معادله ای هم ارز معادله (۳-۲۵) به دست آورید.

$$kA \frac{(T_{m-1} - T_m)}{\Delta x} - hA(T_m - T_\infty) = 0$$

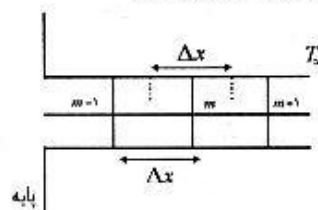
$$T_m \left(\frac{h}{k} (\Delta x) + 1 \right) - T_\infty \left(\frac{h}{k} (\Delta x) \right) - T_{m-1} = 0$$



حل:

۳۱- با بررسی مسائل پره یک بعدی فصل دوم، نشان دهید که معادله گرهی برای گرههایی در طول پره شکل زیر را می توان به صورت زیر بیان کرد:

$$T_m \left(\frac{hp(\Delta x)^2}{kA} + 2 \right) - \frac{hp(\Delta x)^2}{kA} T_\infty - (T_{m-1} + T_{m+1}) = 0$$



حل:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{hp}{kA} (T - T_\infty) = 0$$

معادله دیفرانسیل مربوط به این حالت:

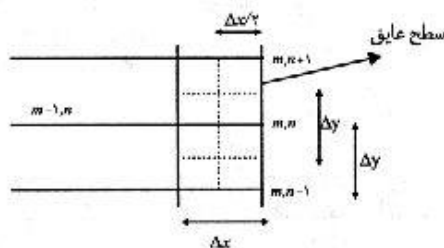
$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{m,n} = \frac{T_{m+1,n} - T_{m,n} + T_{m-1,n} - T_{m,n}}{(\Delta x)^2}$$

چون انتقال گرما را یک بعدی فرض کردیم تنها اندیس m داریم:

$$T_m \left(\frac{hp(\Delta x)^2}{kA} + 2 \right) - \left(\frac{hp(\Delta x)^2}{kA} \right) T_\infty - (T_{m-1} + T_{m+1}) = 0$$

۳۲- نشان دهید که معادله گرهی برای دیوار عایق شده مطابق شکل، به صورت زیر است:

$$T_{m,n+1} + T_{m,n-1} + 2T_{m-1,n} - 2T_{m,n} = 0$$

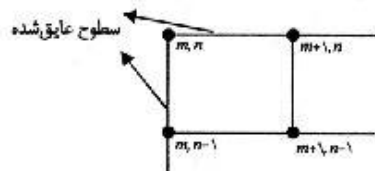


حل:

$$\frac{hA(T_{m-1,n} - T_{m,n})}{\Delta x} + \frac{hA(T_{m,n+1} - T_{m,n})}{2\Delta y} + \frac{hA(T_{m,n-1} - T_{m,n})}{2\Delta y}$$

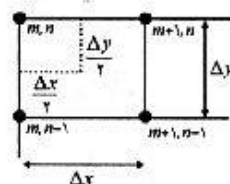
$$\Delta x = \Delta y \Rightarrow T_{m,n+1} + T_{m,n-1} + 2T_{m-1,n} - 2T_{m,n} = 0$$

۳۳- برای مقطع گوشه‌ای عایق شده در شکل زیر، عبارتی برای معادله دمای گره (m, n) در شرایط هدایت پایدار به دست آورید.



$$k \frac{\Delta x}{\gamma} \left(\frac{T_{m, n-1} - T_{m, n}}{\Delta y} \right) + k \frac{\Delta y}{\gamma} \left(\frac{T_{m+1, n} - T_{m, n}}{\Delta x} \right) = 0$$

$$\Delta x = \Delta y \Rightarrow T_{m, n-1} + T_{m+1, n} + 2T_{m, n} = 0$$



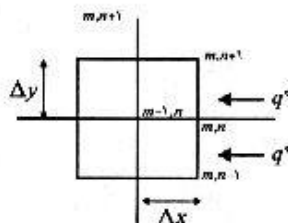
حل:

۳۵- معادله‌ای برای یک گره مرزی که تحت شار گرمایی ثابت محیط است، به دست آورید.

$$\frac{k \Delta x}{\gamma} \left(\frac{T_{m, n+1} - T_{m, n}}{\Delta y} \right) + k \Delta y \left(\frac{T_{m-1, n} - T_{m, n}}{\Delta x} \right) = 0$$

$$\frac{k \Delta x}{\gamma} \left(\frac{T_{m, n+1} - T_{m, n}}{\Delta y} \right) + q'' \Delta y = 0$$

$$\Delta x = \Delta y \Rightarrow T_{m, n+1} + 2T_{m-1, n} + T_{m, n} - \frac{2q'' \Delta y}{k} - 2T_{m, n} = 0$$



حل:

۳۶- معادلات گرمی را برای مثال (۳-۵)، اگر نیمه چپ سیستم عایق بوده و نیمه راست در یک محیط جابه‌جایی با $T = 20^\circ\text{C}$ و $h = 20 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ قرار گرفته باشد، به دست آورید.

$$2 \frac{h \Delta x}{k} T_\infty + (T_r + T_s) - 2 \left(\frac{h \Delta x}{k} + 1 \right) T_1 = 0$$

$$2 \frac{h \Delta x}{k} T_\infty + (T_v + T_{v,r}) - 2 \left(\frac{h \Delta x}{k} + 1 \right) T_4 = 0$$

$$2 \frac{h \Delta x}{k} T_\infty + (T_s + T_{s,r}) - 2 \left(\frac{h \Delta x}{k} + 1 \right) T_{1,r} = 0$$

$$T_s + 500 + 2T_r - 2T_1 = 0$$

$$T_1 + T_1 + 2T_r - 2T_s = 0$$

$$2 \frac{h \Delta x}{k} T_\infty + (T_v + T_s) - 2 \left(\frac{h \Delta x}{k} + 1 \right) T_1 = 0$$

$$T_r + 500 + T_v + T_s - 2T_1 = 0$$

$$T_r + 500 + T_1 + T_r - 2T_r = 0$$

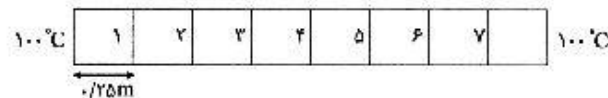
$$T_s + T_r + T_s + T_{1,r} - 2T_v = 0$$

$$T_v + T_s + T_{1,r} + T_v - 2T_r = 0$$

حل:

۳۷- در کاری برای استفاده از انرژی خورشیدی، شار آفتابی بر لوله فولادی به قطر خارجی ۵ cm $[k = ۱۶ \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}]$ و به طول ۲ m متمرکز شده است. شار انرژی روی سطح لوله ۲۰۰۰۰ W/m^2 و ضخامت دیواره لوله ۲ mm است. در داخل لوله ها آب جوش با ضریب جابه جایی $۵۰۰۰ \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ و دمای ۲۵۰°C جریان دارد. در سر لوله در نگه دارنده مناسب که دمای آن ها را در ۱۰۰°C نگه می دارد، سوار شده است. به منظور بررسی تنش گرمایی، گرادیان دما در نزدیکی نگه دارنده ها مهم است. با فرض یک بعدی بودن سیستم، گرادیان دما در نزدیکی نگه دارنده ها را از طریق حل عددی به دست آورید.

حل:



$$R_o = ۲۵ \times ۱۰^{-۳} \text{ m} , \quad R_i = ۲۳ \times ۱۰^{-۳} \text{ m} , \quad L = ۲ \text{ m} , \quad A = \pi (R_o^2 - R_i^2) = ۰.۰۰۳ , \quad P_o = ۲\pi R_o = ۰.۱۵۷$$

$$P_i = ۲\pi R_i = ۰.۱۴۴$$

در قاعده کیرشهف همه q ها ورودی اند.

$$kA \frac{100 - T_1}{\Delta x} + kA \frac{T_7 - T_1}{\Delta x} + (P_o \Delta x) q' + h (P_i \Delta x) (۲۵۰ - T_1) = ۰$$

$$۰.۰۱۹۲ (100 - T_1) + ۰.۰۱۹۲ (T_7 - T_1) + ۷۸۵ + ۱۸۰ (۲۵۰ - T_1) = ۰$$

$$۱۸۰.۰۴۸۴ T_1 - ۰.۰۱۹۲ T_7 = ۴۵۷۸۵/۱۹۲ \quad (۱)$$

بقیه معادلات نیز به همین ترتیب نوشته می شود.

۳۸- میله آلومینیمی به قطر ۲/۵ cm و طول ۱۵ cm از دیواری به دمای ۳۰۰°C بیرون آمده است. دمای محیط ۳۸°C و ضریب انتقال گرما $۱۷ \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ می باشد. با استفاده از روش عددی و نیز استفاده از نتیجه مسئله (۳-۱۱)، دما را در طول میله به دست آورید. سپس جریان گرمایی از دیوار مزبور در $x = ۰$ را به دست آورید.

تذکر: شرط مرزی در سر میله را می توان چنین بیان کرد:

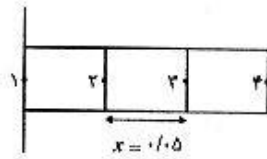
$$T_m \left[\frac{h \Delta x}{k} + \frac{hp (\Delta x)^2}{2kA} + ۱ \right] - T_\infty \left[\frac{h \Delta x}{k} + \frac{hp (\Delta x)^2}{2kA} + ۱ \right] - T_{m-1} = ۰$$

که m نشان دهنده گره در نوک پره می باشد. جریان گرما در پایه برابر است با:

$$q_{x=0} = \frac{-kA}{\Delta x} (T_{m+1} - T_m)$$

که T_m دمای پایه در T_{m+1} دما در اولین نمو است.

حل:



$$k(T_{m,n-1} - T_{m,n}) + \frac{k}{\Delta x}(T_{m,n+1} - T_{m,n}) + \frac{k}{\Delta x}(T_{m,n-1} - T_{m,n}) + q' \Delta x = \bar{q}_{m,n}$$

$$k = 20.4 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}, A = \frac{\pi (0.025)^2}{4} = 4.91 \times 10^{-7} m^2, T_0 = 300^\circ C, T_\infty = 28^\circ C, L = 15 cm$$

$$\Delta x = 0.05 m, h = 17 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}, \frac{hP(\Delta x)^2}{kA} = \frac{17(\pi)(0.025)(0.05)^2}{(20.4)(4.91 \times 10^{-7})} = 0.333$$

$$\frac{h\Delta x}{k} = \frac{(17)(0.05)}{20.4} = 0.417, \bar{q}_{m,n} = q' = 0$$

$$0.333 T_1 - 0.333(28) - (300 + T_1) = q_1 = 0$$

$$0.333 T_1 - 0.333(28) - (T_1 + T_2) = q_2 = 0$$

$$T_2 = (4/17 \times 10^{-7} + 0.1666 + 1) - (28)(4/17 \times 10^{-7} + 0.1666) - T_1 = q_3 = 0$$

$$T_1 = 279.7^\circ C, T_2 = 267.7^\circ C, T_3 = 262.6^\circ C$$

بعد از حل معادلات بالا داریم:

$$q = \frac{-kA}{\Delta x} (T_1 - 300) = 4.66 W$$

۳۹- مسأله (۳-۳۸) را با استفاده از تغییرات خطی h بین دمای پایه و نوک پره تکرار کنید. فرض کنید در پایه $h = 28 W/m^2 \cdot ^\circ C$ و در نوک $h = 11 W/m^2 \cdot ^\circ C$ باشد.

حل:

$$\left. \begin{aligned} h = 28 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}, x = 0 \\ h = 11 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}, x = 0.15 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{y - 11}{x - 0.15} = \frac{28 - 11}{0 - 0.15}$$

$$-0.15y + 1/65 = 17x - 2/55 \Rightarrow y = -112/23x + 28 \Rightarrow h = -112/23x + 28$$

$$T_m \left[\frac{(-112/23x + 28)P}{kA} \Delta x^2 + 2 \right] - \frac{(-112/23x + 28)P}{kA} \Delta x^2 \cdot T_\infty - (T_{m+1} + T_m) = 0$$

با جای گذاری مقادیر معلوم از مسأله قبل داریم:

$$2/0.111 T_1 - T_2 = 300.2422$$

بقیه معادلات نیز به همین ترتیب نوشته می شوند.

۴۰- در مسأله (۳-۵) برای دیواره از ماده ای با $k = 1/4 W/m \cdot ^\circ C$ استفاده شده است. دمای درونی و بیرونی دیواره به ترتیب $65^\circ C$ و $15^\circ C$ است. با استفاده از روش عددی جریان گرمایی از دیواره را حساب کنید.

$$\Psi T_1 - \Psi T_2 = \Lambda \dots$$

$$-T_N + \psi T_r = T_r = \Lambda \dots$$

$$-T_{\gamma} + \eta T_{\gamma} - T_{\delta} = \Lambda \dots$$

$$-T_r + \Psi T_s - T_b = \Lambda, \quad (10)$$

$$-T_1 + \nu T_2 - T_3 = \Lambda \dots$$

$$-{}^{\nabla}T_0 + {}^{\nabla}T_k = \Lambda \cdot \cdot$$

۲	۴	۵	۶
۲			
۱			

$$q_{\text{خا}} = 6788/2 \frac{W}{\text{م. عمق}}$$

$$q_{\text{F/A}} = 91.8 \text{ W/m}$$

$$q_{\text{max}} = 5484 \text{ J} / \text{m}^2$$

رد	ما °C
۱	۳۹/۲۶۶
۲	۳۵/۵۳۳
۳	۳۵/۱۸۶۴
۴	۳۶/۱۹۲۵
۵	۳۸/۱۸۳۶
۶	۳۹/۳۴۱۸

۴۱-مسأله (۳-۴) را با این فرض تکرار کنید که دیوار بیرونی در محیطی با دمای 38°C قرار گرفته و ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی $17 \text{ W/m}^2\cdot^{\circ}\text{C}$ باشد. فرض کنید که دمای سطح درونی در 65°C حفظ شود.

حل:

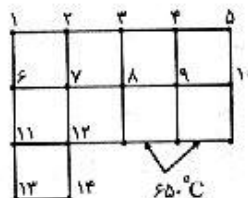
$$\Delta x = \Delta y = \cdot 10 \text{ m}$$

$$k = 1.0 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$h = 17 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$T_c = 77^\circ\text{K}$$

هدایت: $\frac{1}{R} = \frac{kA}{\Delta V} = 2/9$, چپه جایی: $\frac{1}{R} = hA = Nd$



سوره	$\Sigma(\frac{1}{nH})$
۱	۹/۹
۲،۳،۴،۵،۶،۱۱،۱۳	۱۱/۳

$$T_1 = \frac{N(T_r + T_p) + N\Delta \times 3\lambda}{9\lambda 99}$$

$$T_v = \frac{N(T_1 + T_2) + \lambda/\alpha \times \tau \lambda + 1/\alpha T_v}{1/\alpha}$$

$$T_r = \frac{N(T_r + T_e) + N^* T_A + NQ \times 3A}{11N}$$

$$T_f = \frac{h(T_r + T_s) + \sqrt{f} T_g + A/\Delta \times \pi A}{1/\sqrt{f}}$$

$$T_o = \frac{1/4 T_f + 1/4 T_i + 1/2 \times 28}{11/4}$$

$$T_f = \frac{N(T_1 + T_2) + NF T_y + N\Delta \times \gamma A}{NN}$$

$$T_y = \frac{T_Y + T_S + T_A + T_{NY}}{4}$$

$$T_A = \frac{T_r + T_v + T_k + 60}{4}$$

$$T_q = \frac{T_r + T_A + T_v + P\Delta}{\Psi}$$

$$T_{12} = \frac{\gamma T_2 + T_0 + \phi \Delta t}{\gamma}$$

$$T_{11} = \frac{N T_2 + T_{1r} + N^2 T_{1r} + N \Delta \times 7A}{11N^2}$$

$$T_{12} = \frac{T_1 + T_2 + T_3 + 60}{4}$$

$$T_{ir} = \frac{1/\epsilon T_{11} + 1/\epsilon T_{1r} + N\Delta \times 3\lambda}{11/\epsilon}$$

$$T_{10} = \frac{\gamma T_{11} + T_{12} + 60}{\gamma}$$

درجه : ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۱۰ ۱۱ ۱۲ ۱۳ ۱۴
°C : ۴۰/۹ ۵۹ ۷۵/۵ ۸۲ ۸۶/۳ ۹۵/۹ ۱۰۶/۸ ۱۲۱/۳ ۱۳۵/۹ ۱۵۰/۹ ۱۶۷/۳ ۱۸۲/۹ ۱۹۷/۹ ۲۱۲/۹

۴۳- در مقطع نشان داده شده در زیر، سطح ۱-۴-۷ عایق شده و ضریب انتقال گرمای جابه جایی در سطح ۱-۲-۳ برابر $28 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ است. ضریب هدایت جسم جامد $5/2 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ می باشد. با استفاده از روش عددی، دمای نقاط ۱، ۲، ۴ و ۵ را حساب کنید.

حل:

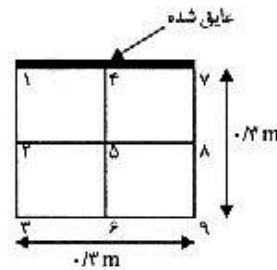
$$T_\infty = 0^\circ\text{C}$$

$$h = 28 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$T_v = T_\infty + T_1 = 28^\circ\text{C}$$

$$T_r = T_p = 10^\circ\text{C}$$

$$\frac{1}{R_{1v}} = \frac{1}{R_{rv}} = \frac{kA}{\Delta x} = 2/6$$



$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{R_{1v}} &= 2/6 \\ \frac{1}{R_{rv}} &= 2/6 \\ \frac{1}{R_{r-p}} &= 5/2 \\ \frac{1}{R_{rp}} &= \frac{1}{R_{rv}} \end{aligned} \right\}$$

گره	$\sum (\frac{1}{R_{ij}})$
۱	$7/3$
۲	$14/6$
۴	$10/4$

$$T_1 = \frac{2/6 T_v + 2/6 T_r + 5/2 T_p}{7/3}$$

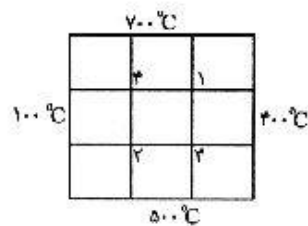
$$T_v = \frac{2/6 T_1 + 2/6 \times 10 + 5/2 \times T_p}{14/6}$$

$$T_v = \frac{2/6 T_1 + 2/6 \times 38 + 5/2 \times T_p}{10/4}$$

$$T_p = \frac{10 + 28 + T_r + T_p}{4}$$

$$T_1 = 12/11^\circ\text{C} \quad , \quad T_r = 11/24^\circ\text{C} \quad , \quad T_v = 22/78^\circ\text{C} \quad , \quad T_p = 20/51^\circ\text{C}$$

۴۵- دما در نقاط ۱، ۲، ۳ و ۴ را با استفاده از روش عددی حساب کنید.



حل:

$$T_1 = \frac{1100 + T_r + T_t}{4}$$

$$T_r = \frac{600 + T_r + T_t}{4}$$

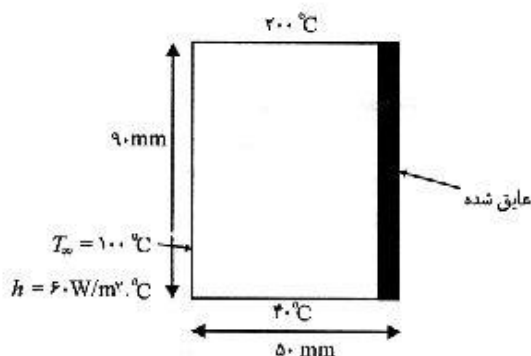
$$T_p = \frac{900 + T_1 + T_t}{4}$$

$$T_t = \frac{800 + T_1 + T_t}{4}$$

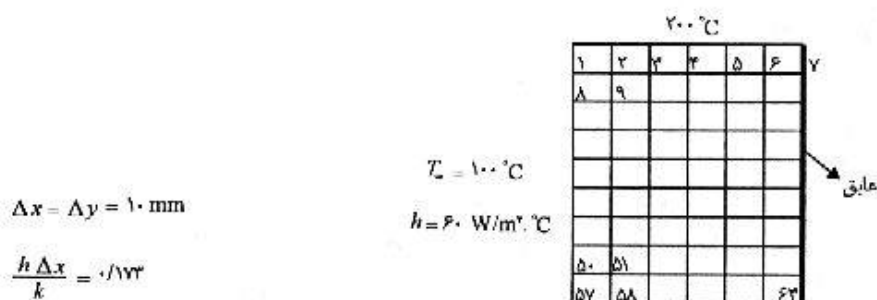
$$T_1 = 487/15^\circ\text{C} \quad , \quad T_r = 462/15^\circ\text{C} \quad , \quad T_v = 437/15^\circ\text{C} \quad , \quad T_t = 412/15^\circ\text{C}$$



۴۶- برای بلوک نشان داده شده در زیر، دما در حالت پایدار را در گره‌های مناسب، با استفاده از روش عددی حساب کنید. در صورت امکان از کامپیوتر رقیمی و برنامه‌های کتابخانه‌ای قابل دسترس در مرکز کامپیوتر استفاده کنید. در این مسأله k برابر $۳/۴۶ \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ است.



حل: با توجه به شکل، ۶۳ گره داریم و حل آن با ماشین‌های محاسب معمولی امکان‌پذیر نیست. با استفاده از معادلات مربوطه برای چند گره داریم:



$$\Delta x = \Delta y = 10 \text{ mm}$$

$$\frac{h \Delta x}{k} = 0.173$$

$$T_m + \frac{1}{4} (2 T_r + 200 + T_b) - (0.173 + 2) T_1 = 0 \quad \text{حول گره (۱)}$$

$$2 T_r - T_1 - 200 - T_r - T_1 = 0 \quad \text{حول گره (۲)}$$

$$2 T_v - 200 - T_{16} - 2 T_r = 0 \quad \text{حول گره (۷)}$$

$$0.173 T_m + (T_{26} + T_{21}) - 2 (0.173 + 1) T_{27} = 0 \quad \text{حول گره (۵۷)}$$

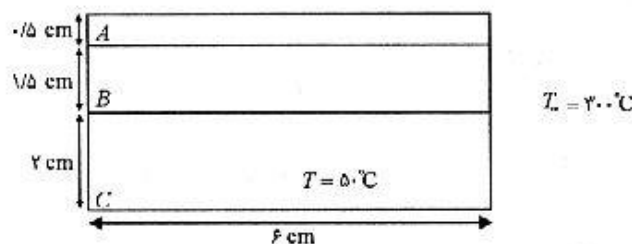
$$2 T_{27} + 2 T_{28} - 2 (0.173 T_{27} + 0.173) = 0 \quad \text{حول گره (۶۳)}$$

بقیه معادلات نیز به همین صورت به دست می‌آیند. در معادلات بالا سعی شده است از تمام نقاط نماینده‌ای داشته باشیم.

۴۷- مثال (۳-۲۳) را با استفاده از روش گوس-سایدل حل کنید.

حل: در حل مسأله (۲۳-۳) از همین روش استفاده شده است.

۴۸- نوار مرکب شکل زیر در محیط جابه‌جایی با دمای 300°C و $h = 40 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$ قرار گرفته است. خواص جسم عبارتند از: $k_A = 20 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$ ، $k_B = 1/2 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$ و $k_C = 0/5 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$. نوار مزبور بر روی صفحه‌ای با دمای ثابت 50°C نصب شده است. انتقال گرما از این نوار به صفحه را در واحد طول نوار حساب کنید. جریان گرما را در بعدی فرض کنید.



حل:

$$\frac{1}{R_{1-2}} = 2/5, \quad \frac{1}{R_{2-3}} = 1/2, \quad \frac{1}{R_{3-4}} = 0/5, \quad \frac{1}{R_{4-5}} = 0/8$$

$$R_{1-2} = 0/25, \quad \frac{1}{R_{2-3}} = 0/2, \quad \frac{1}{R_{3-4}} = 0/2, \quad \frac{1}{R_{4-5}} = 0/125$$

$$\frac{1}{R_{5-6}} = 0/2, \quad \frac{1}{R_{6-7}} = 1/6, \quad \frac{1}{R_{7-8}} = 0/8, \quad R_{1-2-3} = 0/15$$

$$R_{4-5-6} = 0/125$$

۱	۲	۳	۴
۵	۶	۷	۸
۹	۱۰	۱۱	۱۲

$$T_1 = \frac{5 \times 300 + 2/5 T_2 + 40 T_3}{44}$$

$$T_2 = \frac{0/8 \times 300 + 2/5 T_1 + 2/5 T_3 + 80 T_4}{15/8}$$

$$T_3 = \frac{40 T_1 + 2/95 T_2 + 0/8 T_4 + 0/4 \times 300}{44/15}$$

$$T_4 = \frac{80 T_2 + 2/95 T_3 + 2/95 T_5 + 1/6 T_6}{15/5}$$

$$T_5 = \frac{0/25 \times 50 + 0/8 T_6 + 0/2 T_7 + 0/2 \times 300}{2/45}$$

$$T_6 = \frac{0/5 \times 50 + 1/6 T_7 + 0/2 T_8 + 0/2 T_9}{3/5}$$

$$T_7 = \frac{0/125 \times 50 + 0/2 T_8 + 0/8 T_9 + 0/2 \times 300}{2/45}$$

$$T_8 = \frac{0/8 \times 300 + 2/5 T_1 + 2/5 T_2 + 80 T_4}{15/8}$$

$$T_9 = \frac{40 T_1 + 2/95 T_2 + 0/8 T_4 + 0/4 \times 300}{44/15}$$

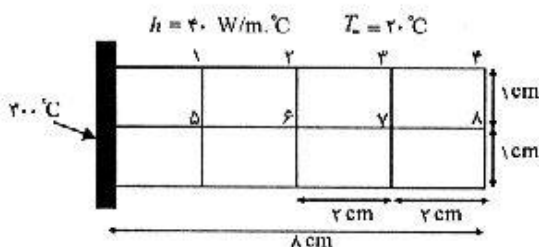
$$T_{10} = \frac{0/25 \times 50 + 0/8 T_6 + 0/2 T_7 + 0/2 \times 300}{2/45}$$

$$T_{11} = \frac{0/5 \times 50 + 1/6 T_7 + 0/2 T_8 + 0/2 T_9}{3/5}$$

$$T_{12} = \frac{0/125 \times 50 + 0/2 T_8 + 0/8 T_9 + 0/2 \times 300}{2/45}$$

$T (^\circ\text{C})$:	۲۵۴/۹	۲۵۰/۷	۲۵۰/۷	۲۵۴/۹	۲۵۴/۶	۲۵۰/۱	۲۵۰/۱	۲۵۴/۶	۲۳۴/۱	۲۱۰/۴	۲۱۰/۴	۲۳۴/۱
گره:	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲

۴۹- دمای پایه پره نشان داده شده در زیر 300°C بوده، در معرض محیط جابه‌جایی مطابق شکل قرار می‌گیرد. دمای حالت پایدار گره‌های نشان داده شده و اتلاف گرما را اگر $k = 1 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ باشد، حساب کنید.



حل:

$$\frac{1}{R_{1-2}} = 0.125, \frac{1}{R_{1-3}} = 2, \frac{1}{R_{2-4}} = 0.12, \frac{1}{R_{3-5}} = 0.12, \frac{1}{R_{4-6}} = 0.12, \sum \frac{1}{R_{ij}} = 2.3$$

$$T_1 = \frac{75 + 2T_5 + 0.125T_7 + 16}{2.3}$$

$$T_7 = \frac{0.125T_1 + 0.125T_3 + 2T_5 + 16}{2.3}$$

$$T_3 = \frac{0.125T_2 + 0.125T_4 + 2T_7 + 16}{2.3}$$

$$T_5 = \frac{0.125T_2 + T_4 + 1 + 4}{1.125}$$

$$T_5 = \frac{4T_1 + 0.125T_3 + 150}{5}$$

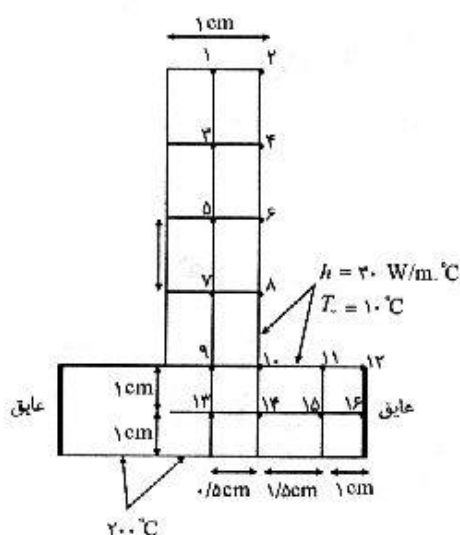
$$T_7 = \frac{4T_3 + 0.125T_5 + 0.125T_9}{5}$$

$$T_7 = \frac{4T_5 + 0.125T_3 + 0.125T_9}{2.125}$$

$$T_4 = \frac{2T_7 + 0.125T_5 + 5}{2.125}$$

$T (^\circ\text{C})$:	۱۰۱/۵۵	۴۵/۶۶	۲۸/۰۳	۲۲/۸۹	۱۱۶/۳۵	۵۱/۱۴	۲۹/۷۶	۲۲/۲۲
گره:	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸

۵۰- دمای حالت پایدار برای گره‌های ۱ تا ۱۶ شکل زیر را حساب کنید.



حل:

$$\frac{1}{R_{1-2}} = 10, \quad \frac{1}{R_{2-3}} = 10, \quad \frac{1}{R_{3-4}} = 10, \quad \sum \frac{1}{R_{ij}} = 10 + 10 + 10 + 10 = 40$$

$$T_1 = \frac{20T_2 + 5T_3 + 10}{25/10}$$

$$T_2 = \frac{10T_1 + 2/5T_3 + 10/5 + 1/5}{12/10}$$

$$T_3 = \frac{40T_2 + 5T_4 + 5T_5}{50}$$

$$T_4 = \frac{20T_2 + 2/5T_3 + 2/5T_5 + 2}{25/10}$$

$$T_5 = \frac{5T_2 + 5T_3 + 40T_4}{50}$$

$$T_6 = \frac{20T_5 + 2/5T_4 + 2/5T_7 + 2}{25/10}$$

$$T_7 = \frac{5T_5 + 5T_6 + 40T_8}{50}$$

$$T_8 = \frac{20T_7 + 2/5T_6 + 2/5T_9 + 2}{25/10}$$

$$T_9 = \frac{40T_7 + 5T_8 + 5T_{10}}{50}$$

$$T_{10} = \frac{20T_8 + \frac{1}{5}T_{11} + 10T_{12} + 2/10}{32/10 \cdot 10}$$

$$T_{11} = \frac{\frac{1}{5}T_{10} + 2/10 + 5T_{12} + 12/5T_9}{21/10 \cdot 10}$$

$$T_{12} = \frac{5T_{11} + 5T_{10} + 1/5}{10/10}$$

$$T_{13} = \frac{5T_{11} + 1000 + 40T_{12}}{50}$$

$$T_{14} = \frac{20T_{13} + \frac{1}{5}T_{10} + 10T_{12} + 2000}{46/10 \cdot 10}$$

$$T_{15} = \frac{T_{14} + 10/5T_{11} + 10T_{12} + 2000}{26/10 \cdot 10}$$

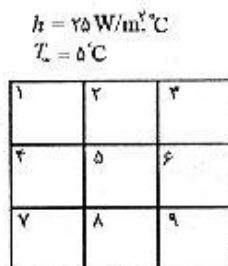
$$T_{16} = \frac{10T_{15} + 1000 + 5T_{13}}{20}$$

پس از حل معادلات بالا داریم:

$T (^{\circ}\text{C})$:	۱۱۴/۰۵۶۵	۱۱۲/۲۷۹۱	۱۲۰/۲۸۸	۱۱۹/۴۶۴۵	۱۲۳/۱۰۷۴	۱۳۲/۱۹۷۸	۱۵۳/۲۰۲۸	۱۵۲/۳۱۷۹
گروه:	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸

$T (^{\circ}\text{C})$:	۱۸۰/۳۸۷۲	۱۸۲/۴۲۹۲	۱۸۶/۸۸۰۳	۱۸۷/۴۶۴۵	۱۹۱/۲۳۳۷	۱۹۱/۴۹۵	۱۹۳/۱۲۶۸	۱۹۳/۲۲۷۵
گروه:	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶

۵۱- دمای حالت پایدار برای گروه‌های ۱ تا ۹ شکل زیر را حساب کنید.



$$T = 100^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta x = \Delta y = 25 \text{ cm}$$

$$k = 25 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$$



حل:

$$\frac{1}{R_{1-2}} = \frac{1}{R_{2-3}} = \frac{2/3 \times 0.125}{0.125} = 1/15, \quad \frac{1}{R_{1-\infty}} = 25 \times 0.125 = 3.125, \quad \sum \frac{1}{R_{ij}} = 5.425$$

$$T_1 = \frac{5 \times 3.125 + 1/15 T_2 + 1/15 T_3}{5.425}$$

$$T_2 = \frac{1/15 T_1 + 1/15 T_3 + 6/25 \times 5 + 2/3 T_3}{10.85}$$

$$T_3 = \frac{1/15 T_1 + 1/15 + 6/25 \times 5 + 2/3 T_2}{10.85}$$

$$T_4 = \frac{1/15 T_1 + 2/3 T_3 + 1/15 T_5}{4/6}$$

$$T_5 = \frac{T_1 + T_2 + T_3 + T_4}{4}$$

$$T_6 = \frac{T_2 + T_3 + T_4 + 100}{4}$$

$$T_7 = \frac{1/15 T_2 + 1/15 + 2/3 T_4}{4/6}$$

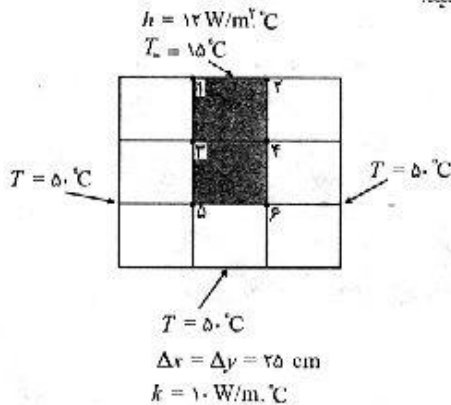
$$T_8 = \frac{T_5 + T_7 + T_6 + 100}{4}$$

$$T_9 = \frac{T_6 + T_8 + 200}{4}$$

پس از حل معادلات بالا داریم:

$T (^{\circ}\text{C})$:	۱۷/۸۶	۱۹/۵۱	۲۹/۹۳	۵۱/۱۸	۵۴/۵۹	۶۷/۸۶	۷۷/۶۹	۷۹/۸۰	۸۶/۹۱
گره:	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹

۵۲- دمای حالت پایدار گره‌های ۱ تا ۶ شکل زیر را حساب کنید.



حل:

$$\frac{1}{R_{1-2}} = 12 \times 0.125 = 3, \quad \frac{1}{R_{1-\infty}} = \frac{1/5 \times 0.125}{0.125} = 0.125$$

$$T_1 = \frac{0.125 T_2 + 37/5 + 45 + 1/5 T_2}{6}$$

$$T_2 = \frac{0.125 T_1 + 1/5 T_3 + 37/5 + 45}{6}$$

$$T_3 = \frac{T_1 + T_2 + T_5 + 50}{4}$$

$$T_4 = \frac{T_1 + T_2 + T_3 + 50}{4}$$

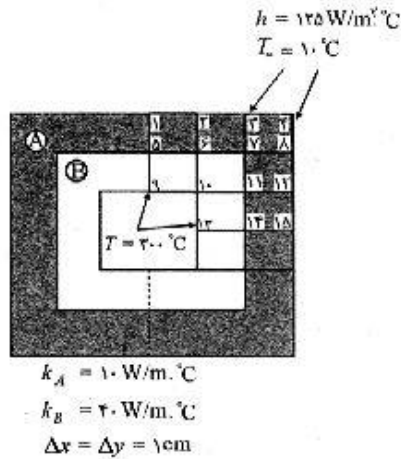
$$T_5 = \frac{T_2 + T_3 + 100}{4}$$

$$T_6 = \frac{T_4 + T_5 + 100}{4}$$

$T (^{\circ}\text{C})$:	۲۷/۱۶	۲۷/۱۶	۴۱/۱۶	۴۱/۱۶	۴۷/۱۲	۴۷/۱۲
گره:	۱	۲	۳	۴	۵	۶

پس از حل معادلات بالا داریم:

۵۳- دمای گره‌های نشان داده شده در شکل زیر را حساب کنید. تمام سطح بیرونی در محیط جابه‌جایی و تمام سطح داخلی در دمای ثابت 300°C قرار دارد. خواص جسم A و B در شکل نشان داده شده است.



حل:

$$\frac{1}{R_{1-2}} = \frac{1 \times 0.1}{10 \times 1} = 0.1, \quad \frac{1}{R_{1-3}} = 0.125, \quad \frac{1}{R_{1-4}} = 1, \quad \sum \frac{1}{R_{ij}} = 1.125$$

$$\frac{1}{R_{2-5}} = 4, \quad \frac{1}{R_{2-6}} = 25$$

$$T_1 = \frac{10 T_2 + 12.5 - 10 T_4}{1.125}$$

$$T_2 = \frac{0.1 T_1 + 0.125 T_3 + 10 T_4 + 12.5}{1.125}$$

$$T_3 = \frac{10 T_1 + 12.5 + 0.1 T_2}{10}$$

$$T_4 = \frac{25 T_2 + 10 T_3 + 25 T_5 + 10 T_6}{10}$$

$$T_5 = \frac{12.5 + 25 T_4 + 10 T_6 + 25 T_7}{10}$$

$$T_6 = \frac{0.1 T_1 + 12.5 + 0.1 T_2 + 12.5}{10}$$

$$T_7 = \frac{0.1 T_1 + 12.5 + 0.1 T_2 + 0.1 T_3}{1.125}$$

$$T_8 = \frac{10 T_1 + 12.5 + 0.1 T_2 + 0.1 T_3}{1.125}$$

$$T_9 = \frac{10 T_1 + 12.5 + 0.1 T_2 + 12.5}{1.125}$$

$$T_{10} = \frac{10 T_1 + 12.5 + 0.1 T_2 + 12.5}{1.125}$$

$$T_{11} = \frac{10 T_1 + 12.5 + 0.1 T_2 + 12.5}{1.125}$$

$$T_{12} = \frac{10 T_1 + 12.5 + 0.1 T_2 + 12.5}{1.125}$$

$$T_{13} = \frac{10 T_1 + 12.5 + 0.1 T_2 + 12.5}{1.125}$$

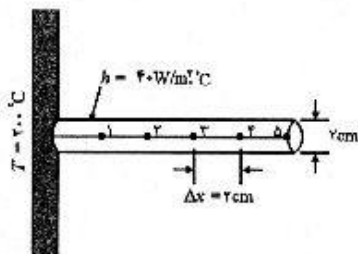
$$T_{14} = \frac{10 T_1 + 12.5 + 0.1 T_2 + 12.5}{1.125}$$

$$T_{15} = \frac{10 T_1 + 12.5 + 0.1 T_2 + 12.5}{1.125}$$

پس از حل معادلات بالا داریم:

$T (^\circ\text{C})$:	254.5	239.8	234.6	211.4	208.6	204.6	200.6	224.6	204.6	239.8	208.6	254.5
گره:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

۵۴- دمای یک طرف میله‌ای به قطر ۲ cm و طول ۱۰ cm برابر ۲۰۰°C بوده و در محیط جابه‌جایی با دمای ۲۵°C و $h = ۴۰ \text{ W/m}^2\cdot\text{C}$ قرار دارد. در داخل میله گرما با آهنگ ۵۰ MW/m^2 تولید می‌شود و ضریب هدایت گرمایی ۳۵ $\text{W/m}\cdot\text{C}$ است. دمای گره‌های مشخص شده در شکل را با فرض یک‌بعدی بودن جریان گرما حساب کنید.



حل:

$$\frac{1}{R_{1-2}} = \frac{1}{R_{2-3}} = \frac{hA}{\Delta x} = ۰.۵۳۹۸, \quad \frac{1}{R_{4-5}} = ۰.۰۵۰۲۷,$$

$$q = (۵۰ \times ۱۰^3) \pi (۰.۰۱)^2 (۰.۰۲) = ۳/۱۴۲, \quad \sum \frac{1}{R_{ij}} = ۲(۰.۵۳۹۸ + ۰.۰۵۰۲۷) = ۱/۱۴۹۹$$

$$T_1 = \frac{۱۰۹/۹۶ + ۰.۵۳۹۸ T_2 + ۱/۲۶ + ۳/۱۴۲}{۱/۱۴۹۹} \quad T_2 = \frac{۰.۵۳۹۸ (T_1 + T_3) + ۱/۲۶ + ۳/۱۴۲}{۱/۱۴۹۹}$$

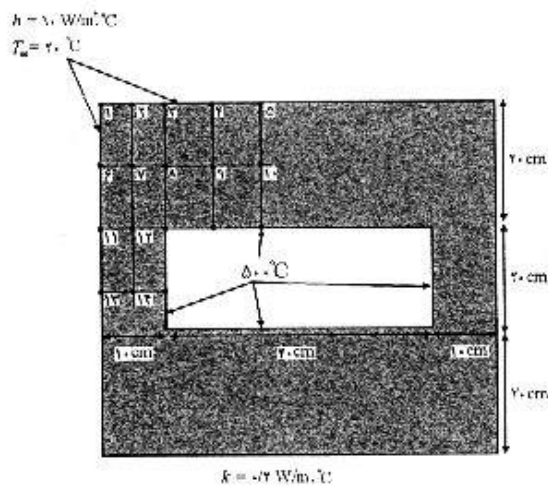
$$T_3 = \frac{۰.۵۳۹۸ (T_2 + T_4) + ۱/۲۶ + ۳/۱۴۲}{۱/۱۴۹۹} \quad T_4 = \frac{۰.۵۳۹۸ (T_3 + T_5) + ۱/۲۶ + ۳/۱۴۲}{۱/۱۴۹۹}$$

$$T_5 = \frac{۰.۵۳۹۸ T_4 + ۰.۶۲ + ۱/۵۷۱ + ۰.۳۱۴}{۰.۵۸۷۵}$$

پس از حل معادلات بالا داریم:

$T \text{ (C):}$	۱۷۲/۹۶	۱۵۳/۷۴	۱۴۰/۵۸	۱۳۲/۴۸	۱۲۸/۰.۷
گره:	۱	۲	۳	۴	۵

۵۵- دمای حالت پایدار گره‌های شکل زیر را حساب کنید. تمام سطح بیرونی در محیط جابه‌جایی با دمای ۲۰°C و تمام سطح داخلی در دمای ۵۰۰°C است. فرض کنید $k = ۰/۲ \text{ W/m}\cdot\text{C}$ است.



حل:

$$\frac{1}{R_{1-2}} = 0.12, \quad \frac{1}{R_{1-3}} = 0.15, \quad \frac{1}{R_{1-4}} = 0.125, \quad \frac{1}{R_{1-5}} = 0.15, \quad \sum \frac{1}{R_{ij}} = 1$$

$$T_1 = \frac{10 + \delta + 0.12 T_2 + 0.15 T_3}{1}$$

$$T_2 = \frac{0.12 T_1 + 0.12 T_3 + 0.15 T_4 + 10}{1}$$

$$T_3 = \frac{0.12 T_2 + 0.15 T_4 + 0.125 T_5 + 10}{1.5}$$

$$T_4 = \frac{0.12 T_2 + 0.15 T_5 + 0.12 T_6 + 20}{1.4}$$

$$T_5 = \frac{0.12 T_3 + 0.12 T_4 + 20}{1.25}$$

$$T_6 = \frac{0.12 T_4 + 0.15 T_7 + 0.12 T_8 + 20}{1.5}$$

$$T_7 = \frac{0.12 T_5 + 0.12 T_6 + 0.15 T_8 + 0.12 T_9}{1}$$

$$T_8 = \frac{0.12 T_6 + 0.15 T_7 + 10 + 0.12 T_9}{1.4}$$

$$T_9 = \frac{0.12 T_8 + 0.12 T_{10} + 10 + 0.12 T_6}{1.4}$$

$$T_{10} = \frac{0.12 T_9 + 0.12 T_8 + 10}{1.4}$$

$$T_{11} = \frac{0.12 T_{10} + 0.15 T_7 + 0.15 T_8 + 20}{1.5}$$

$$T_{12} = \frac{0.12 T_{11} + 0.12 T_{10} + 0.15 T_7 + 20}{1}$$

$$T_{13} = \frac{0.12 T_{12} + 0.12 T_{11} + 20}{1.5}$$

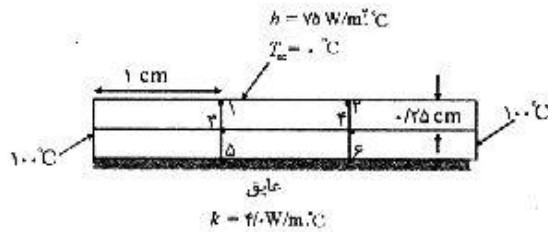
$$T_{14} = \frac{0.12 T_{13} + 0.12 T_{12} + 20}{1}$$

پس از حل معادلات بالا داریم:

$T (^\circ\text{C})$:	۲۵۱/۱	۳۶/۶۲	۳۹/۶۲	۵۸/۵۱	۶۱/۲۰	۵۲/۸۷	۱۲۶/۹۲	۲۰۸/۳۹
گره:	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
$T (^\circ\text{C})$:	۲۵۹/۲۰	۲۶۹/۹۰	۹۵/۷۱	۲۸۲/۵۹	۱۴۸/۶۹	۳۶۶/۱۹		
گره:	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴		



۵۶- دمای حالت پایدار گره‌های نشان داده شده در شکل زیر را حساب کنید.



حل:

$$\frac{1}{R_w} = \frac{4 \times 0.0125}{0.01} = 0.5, \quad \frac{1}{R_{1-2}} = 75 \times 0.01 = 0.75, \quad \frac{1}{R_{2-3}} = \frac{4 \times 0.01}{0.025} = 16, \quad \sum \frac{1}{R_{ij}} = 17.75$$

$$T_1 = \frac{0.5 T_2 + 0.5 + 16 T_2 + 0}{17.75}$$

$$T_2 = \frac{0.5 T_1 + 16 T_3 + 0.5}{17.75}$$

$$T_3 = \frac{11 T_2 + 100 + 16 T_4 + 16 T_1}{32}$$

$$T_4 = \frac{11 T_3 + 100 + 16 T_5 + 16 T_2}{32}$$

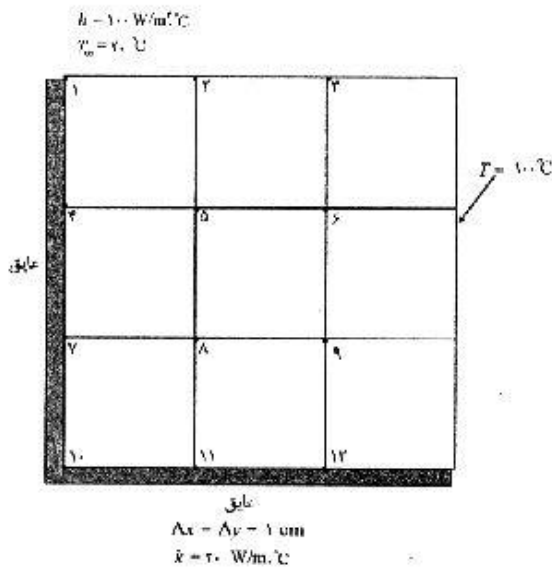
$$T_5 = \frac{0.5 T_3 + 0.5 + 16 T_6}{17}$$

$$T_6 = \frac{0.5 T_5 + 0.5 + 16 T_4}{17}$$

پس از حل معادلات بالا داریم:

$T (^\circ\text{C})$:	67/25	69/55	69/22	71/92	70/21	72/71
گره:	۱	۲	۳	۴	۵	۶

۵۷- در داخل جسم صلب دو بریدی زیر، گرما با آهنگ 90 MW/m^2 تولید می‌شود. با استفاده از روش عددی، دمای حالت پایدار گره‌ها را به ازای $k = 20 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ حساب کنید.



حل:

$$\frac{1}{R_{1r}} = \frac{1}{R_{1r}} = \frac{2 \times 0.05}{0.1} = 10, \quad q_1 = 90 \times 10^3 \times 0.05 \times 0.05 = 2250 \text{ W}$$

$$\frac{1}{R_{r\infty}} = 100 \times 0.05 = 50, \quad \sum \frac{1}{R_{ij}} = 20/5$$

$$T_1 = \frac{10T_r + 10T_r + 10 + 2250}{20/5}$$

$$T_r = \frac{10T_1 + 20T_2 + 10T_r + 2250 + 20}{41}$$

$$T_r = \frac{10T_r + 1000 + 20T_r + 20 + 2250}{41}$$

$$T_2 = \frac{20T_2 + 10T_1 + 10T_r + 2250}{40}$$

$$T_2 = \frac{T_r + T_2 + T_r + T_2 + 2250}{4}$$

$$T_r = \frac{T_r + T_2 + T_2 + 1000 + 2250}{4}$$

$$T_r = \frac{10T_2 + 10T_r + 10T_1 + 2250}{40}$$

$$T_2 = \frac{T_2 + T_2 + T_2 + T_{11} + 2250}{4}$$

$$T_2 = \frac{T_r + T_2 + T_{11} + 1000 + 2250}{4}$$

$$T_{11} = \frac{10T_{11} + 10T_r + 2250}{20}$$

$$T_{11} = \frac{10T_{11} + 10T_{11} + 2250}{20}$$

$$T_{11} = \frac{10T_{11} + 1000 + 2250}{20}$$

پس از حل معادلات بالا داریم:

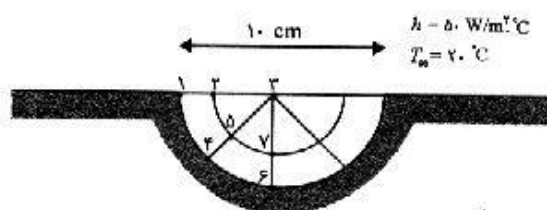
$$T \text{ (}^\circ\text{C)}: \quad 1928/23 \quad 1736/70 \quad 1127/23 \quad 2010/89 \quad 1801/20 \quad 1167/29 \quad 2052/80 \quad 1839/74 \quad 1191/04$$

$$\text{گره:} \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9$$

$$T \text{ (}^\circ\text{C)}: \quad 2070/85 \quad 1864/90 \quad 1206/95$$

$$\text{گره:} \quad 10 \quad 11 \quad 12$$

۵۸- نیم استوانه‌ای با ضریب هدایت گرمایی $k = 20 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ در محیط جابه‌جایی با دمای 20°C قرار دارد. دمای سطح پایینی 30°C است. دمای گره‌های نشان داده شده و اتلاف گرمای حالت پایدار را حساب کنید.



حل:

برای گره (۲) داریم:

$$\frac{1}{R_{m+}} = \frac{k\pi(0.0125)}{16(0.025)} = 2/927 \quad \frac{1}{R_m} = \frac{2k\pi}{16 \ln 2} = 11/237$$

$$\frac{1}{R_{n+}} = \frac{k(0.025)}{2\pi(0.025)} = 25/46 \quad \frac{1}{R_n} = h(0.025) = 1/25$$

برای گره (۳) داریم:

$$\frac{1}{R_{m'}} = 2/927 \quad \frac{1}{R_{m0}} = k \frac{2\pi \times 0.0125}{\lambda \times 0.025} = 7/1854$$

$$\frac{1}{R_{m'}} = \frac{1}{R_{m0}} = 7/1854 \quad \frac{1}{R_-} = h(0.025) = 1/25$$

برای گره (۵) داریم:

$$\frac{1}{R_{m+}} = \frac{1}{R_{m2}} = 7/1854, \quad \frac{1}{R_{m1}} = \frac{1}{R_{m+2}} = 22/66, \quad \frac{1}{R_{m1}} = \frac{1}{R_{n-}} = \frac{k(0.025)}{2\pi(0.025)} = 25/46$$

برای گره (۷) داریم:

$$\frac{1}{R_{m-}} = \frac{1}{R_{m+2}} = 22/66, \quad \frac{1}{R_{m+}} = \frac{1}{R_{m3}} = 7/1854, \quad \frac{1}{R_{n+}} = \frac{1}{R_{n-}} = \frac{1}{R_{n+5}} = 25/46$$

$$\sum \frac{1}{R_{ij}}: \quad 2/927 \quad 22/66 \quad 11/237 \quad 11/237$$

گره: ۲ ۳ ۵ ۷

$$-2/927 T_f + 2/927 T_r + 25/46 T_0 = 222/4$$

$$7/1854 T_r - 22/66 T_r + 15/11 T_0 + 7/1854 T_f = -25$$

$$25/46 T_f + 7/1854 T_r - 11/237 T_0 + 25/46 T_f = -679/8$$

$$7/1854 T_r + 50/92 T_0 - 11/237 T_f = -679/8$$

پس از حل معادلات بالا داریم:

$$T_f = 286.11^\circ\text{C}, \quad T_r = 287.95^\circ\text{C}, \quad T_0 = 29.27^\circ\text{C}, \quad T_f = 294.28^\circ\text{C}$$

$$q_{\text{محور به محور}} = 5 \left[(300 - 20) \frac{(0.025)}{2} (2) + (28 - 20) (0.025) (2) + (28 - 20) (0.025) \right] = 282/5 \text{ W/m}$$

۶۲- مسأله (۳-۵۳) را در حالتی حل کنید که سطح داخلی به جای این که سطح در دمای ثابت 300°C باشد، شار گرمایی ثابت 300 W/m^2 را جذب کند.

$$T_1 = \frac{2 \cdot T_r + 5 T_r + 1/5}{25}$$

$$T_r = \frac{4 \cdot T_r + 5 T_1 + 5 T_5}{50}$$

$$T_5 = \frac{5 T_r + 5 T_r + 4 \cdot T_r}{50}$$

$$T_1 = \frac{5 T_5 + 5 T_1 + 4 \cdot T_5}{50}$$

$$T_1 = \frac{4 \cdot T_1 + 5 T_r + 5 T_{1r}}{50}$$

$$T_{1r} = \frac{\frac{1}{5} T_1 + 5 T_r + 12/5 T_5 + 3/5}{20/18333}$$

$$T_{1r} = \frac{5 T_1 + 1000 + 4 \cdot T_r}{50}$$

$$T_{15} = \frac{\frac{1}{5} T_{15} + 12/5 T_{11} + 2500 + 1 \cdot T_{1r}}{41/667}$$

$$T_r = \frac{10 T_1 + 2/5 T_r + 2/25}{12/5}$$

$$T_r = \frac{2 \cdot T_r + 2/5 T_r + 2/5 T_r + 2}{25}$$

$$T_r = \frac{2 \cdot T_5 + 2/5 T_r + 2/5 T_5 + 2}{25}$$

$$T_5 = \frac{2 \cdot T_r + 2/5 T_r + 2/5 T_1 + 2}{25}$$

$$T_{11} = \frac{(2 \cdot T_1 + \frac{1}{5} T_{11} + 10 \cdot T_{1r} + 3/5) \times 2}{100}$$

$$T_{1r} = \frac{5 T_{11} + 2/5 T_{1r} + 1/5}{2/5}$$

$$T_{15} = \frac{2 \cdot T_{1r} + 1 \cdot T_{11} + 2000 + \frac{1}{5} T_{15}}{46/667}$$

$$T_{15} = \frac{1 T_{15} + 2/5 T_{1r} + 500}{15}$$

پس از حل معادلات بالا داریم:

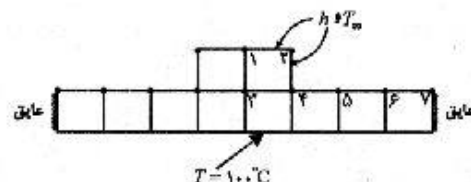
$$T (^{\circ}\text{C}): 20.7/2825 \quad 20.7/2585 \quad 20.6/6826 \quad 20.6/7585 \quad 20.5/3842 \quad 20.5/5585 \quad 20.3/6915 \quad 20.2/7552 \quad 20.1/4148$$

$$\text{گره:} \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9$$

$$T (^{\circ}\text{C}): 20.1/2398 \quad 20.0/8928 \quad 20.0/9524 \quad 20.0/619 \quad 20.0/5969 \quad 20.0/3778 \quad 20.0/3776$$

$$\text{گره:} \quad 10 \quad 11 \quad 12 \quad 13 \quad 14 \quad 15 \quad 16$$

۶۵- معادلات گرهی را برای گره‌های (۱) تا (۷) در جامد متقارن شکل زیر بنویسید. $\Delta x = \Delta x = 1 \text{ cm}$.



حل:

$$Bi = \frac{h \Delta x}{k}$$

$$T_1 = \frac{T_r + T_r}{2 + Bi}$$

$$T_r = \frac{2 T_r + T_1 + 100}{2}$$

$$T_5 = \frac{100 + Bi T_{\infty} + \frac{1}{2} (T_r + T_r)}{2 + Bi}$$

$$T_7 = \frac{2 T_r + 200 - 2 Bi T_{\infty}}{4 + 2 Bi}$$

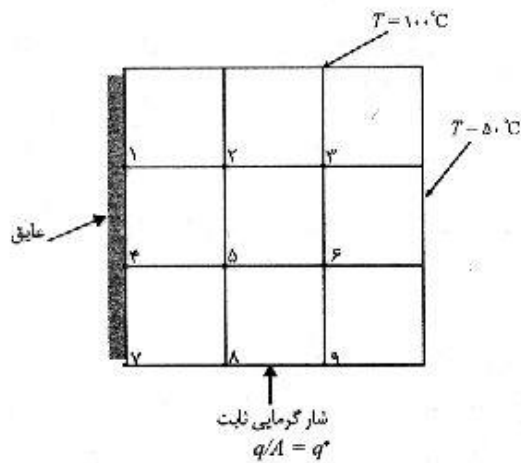
$$T_r = \frac{\frac{1}{2} (T_1 + T_r) + Bi T_{\infty}}{1 + Bi}$$

$$T_r = \frac{Bi T_{\infty} + T_r + \frac{1}{2} (T_r + T_5)}{2 + Bi}$$

$$T_r = \frac{100 + Bi T_{\infty} + \frac{1}{2} (T_5 + T_r)}{2 + Bi}$$



۶۶- دمای گره‌های ۱ تا ۶ را برای شکل زیر، به دست آورید.



حل:

$$T_1 = \frac{1}{4} (100 + 40 + T_2 + T_4)$$

$$T_2 = \frac{1}{4} (40 + 50 + T_1 + T_3)$$

$$T_3 = \frac{1}{4} (100 + T_1 + T_2 + T_5)$$

$$T_4 = \frac{1}{4} (10 + T_1 + T_2 + T_6)$$

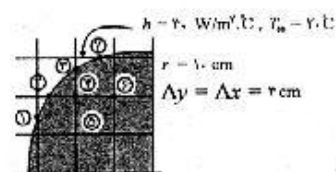
$$T_5 = \frac{1}{4} (100 + 100 + T_2 + T_6)$$

$$T_6 = \frac{1}{4} (100 + 50 + T_2 + T_5)$$

پس از حل معادلات بالا داریم:

$T (^\circ\text{C})$:	۶۲/۳۸	۲۸/۱۷	۷۱/۴۷	۴۱/۳۳	۸۱/۷۹	۵۵/۷۸
گره:	۱	۲	۳	۴	۵	۶

۶۹- گاهی یک شبکه مربعی به صورت یک سیستم دایره‌ای در نظر گرفته می‌شود. ربع دایره‌ای با شعاع ۱۰ cm را مطابق شکل زیر در نظر بگیرید. $\Delta x = \Delta y = 3 \text{ cm}$ و $k = 10 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ می‌باشد. معادلات گرهی حالت پایدار را برای گره‌های ۳ و ۴ بنویسید. می‌توانید از جداول (۳-۲) و (۳-۴) استفاده کنید.



حل:

$$a = 0.155, b = 0.161, c = 0.144$$

برای گره‌های داخلی:

$$T = \frac{r}{b(b+1)} T_7 + \frac{r}{a+1} T_{m+1,n} + \frac{r}{b+1} T_{m,n+1} + \frac{r}{a(a+1)} T_1 + 2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) T_{m,n}$$

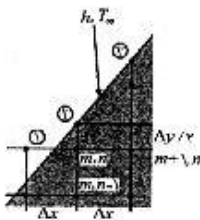
برای گره‌هایی که در محیط جابجایی قرار دارند: فرمول (g) از جدول (۲-۲).
برای گره (۴) داریم:

$$1/0.7 T_1 + 1/129 T_2 + 1/24 T_3 + 2/34 T_4 - 6/91 T_5 = 0$$

برای گره (۳) داریم:

$$0.144 T_1 + 0.1558 T_2 + 2/54 T_3 + 3/24 T_4 - 4/11 T_5 = 0$$

۷۰- یا در نظر گرفتن شکل زیر، به عنوان مورد خاصی از حالت (f) جدول (۲-۲)، معادلات گرمی را برای گره (m, n) و گره (۲) بنویسید. در این حالت $\Delta x = \Delta y$ است.



$$a = 0.5, \quad b = -0.5, \quad c = 1/1$$

حل:

برای گره m, n داریم:

$$2/66 T_1 + 1/33 T_{m+1, n} + 1/33 T_{m, n+1} + 2/66 T_5 - 4 T_{m, n} = 0$$

برای گره (۲) داریم:

$$0.1407 T_1 + 0.1447 T_2 + 2 T_{m, n} + \frac{h \Delta x}{k} \times 1/82 T_5 - (2/15 + 1/82 \frac{h \Delta x}{k}) T_2 = 0$$

۷۴- مکعبی به ضلع ۲۰ cm و دمای ۸۰°C در منطقه وسیعی به دمای ۱۰°C و ضریب هدایت گرمایی ۲/۳ W/m°C دفن شده است. اتلاف گرمایی مکعب را حساب کنید. اتلاف گرمایی یک کره به قطر ۲۰ cm را با حالت بالا مقایسه کنید. این مقایسه را در واحد حجم انجام دهید.

حل:

$$S = 1/24 L = 1/24 \times 0.2 = 1/624 \text{ m}$$

(الف)

$$q_c = S k \Delta T = (1/624) (2/3) (80 - 10) = 265/24 \text{ W}$$

$$S = 4\pi r = (4\pi)(0.1) = 1/25 \text{ m}$$

(ب)

$$q_s = S k \Delta T = 2.02/256 \text{ W} \Rightarrow q_c > q_s$$

(ج) اگر طول مشخصه را برای مکعب a و برای کره r در نظر بگیریم (ضلع مکعب = a و شعاع کره = r) خواهیم داشت:

$$V_c = V_s \Rightarrow a^3 = \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow \frac{a}{r} = 1/612$$

$$\frac{q_c}{q_s} = \frac{S_c}{S_s} = \frac{1/24 a}{1/25 r} = \frac{1/24 \times 1/612}{1/25} = 1/57 \Rightarrow q_c = 1/57 q_s$$

در این حالت نیز اتلاف گرمایی مکعب بیش‌تر از کره است.

۷۵- یک استوانه افقی بلند به قطر ۱۰ cm و دمای ۱۰۰°C در تیفه‌ای با ضخامت ۳۰ cm از ماده‌ای با ضریب هدایت گرمایی k نگهداری می‌شود. دمای خارجی تیغه ۲۰°C است. اتلاف گرمایی استوانه را به ازای واحد طول حساب کنید.

حل:

$$S = \frac{2\pi L}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} = \frac{2\pi}{\ln\left(\frac{0.04 \times 0.03}{0.05}\right)} = 5.222 \text{ m} \Rightarrow q = S.k.\Delta T = 427k \text{ W/m}$$

در این مسئله مقدار k معلوم نیست؛ لذا بر حسب k می‌باشد.

۷۶- مسأله (۳-۷۵) را با استفاده از رسم شار حل کنید.

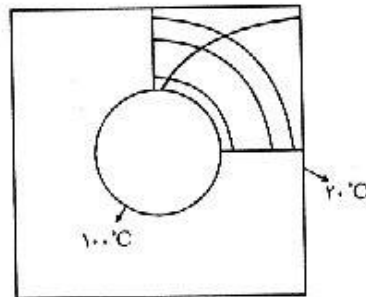
حل:

$$M = 5$$

$$N = 3/5$$

$$\frac{M}{N} = \frac{5}{3/5} = 1/428 \quad \text{برای یک چهارم سطح:}$$

$$S = 4 \frac{M}{N} = 5/71 \quad \text{برای کل سطح:}$$



۷۷- یک صفحه افقی با ابعاد ۱۰۰ × ۱۰ cm در یک منطقه وسیعی در عمق ۲ متری مدفون و در دمای ۵۰°C نگهداری می‌شود. دمای غشاء ۱۰°C و ضریب هدایت گرمایی آن $k = 1/5 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ است. اتلاف گرمایی صفحه را حساب کنید.

حل:

$$w = 1 \text{ m}, D = 2 \text{ m}, L = 0.1 \text{ m}$$

$$S = \frac{2\pi w}{\ln\left(\frac{2L}{D}\right)} = \frac{2\pi}{\ln\left(\frac{0.2 \times 2}{2}\right)} = 1/2 \Rightarrow q = S.k.\Delta T = (1/2)(1/5)(50 - 10) = 80 \text{ W}$$

۷۸- صفحه گرد و نازکی به قطر ۵ cm در دمای ۵۰°C نگهداری می‌شود. این صفحه روی سطح یک غشاء بزرگ با دمای ۱۵°C و ضریب هدایت گرمایی $k = 3 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ نصب شده است. گرمای هدایت شده به غشاء را حساب کنید.

حل:

$$S = 4r = 4 \times 0.025 = 0.1 \Rightarrow q = S.k.\Delta T = (0.1)(3)(50 - 15) = 10.5 \text{ W}$$

۸۰- لوله‌ای حاوی بخار داغ به قطر ۱۰ cm در دمای ۲۰۰°C نگهداری می‌شود. این لوله در داخل یک عایق فیبر معدنی به شکل مربع به ضلع ۲۰ cm قرار دارد. دمای سطح خارجی عایق ۳۵°C است. اگر ضریب هدایت گرمایی عایق ۵۰ mW/m.°C باشد، اتلاف گرمایی لوله‌ای به طول ۲۰ m را حساب کنید.

حل:

$$w = 0.2 \text{ m}, \quad r = 0.5 \text{ m}, \quad L = 20 \text{ m} \Rightarrow S = \frac{2\pi L}{\ln\left(\frac{0.54 \times 10}{r}\right)} = \frac{2\pi \times 20}{\ln\left(\frac{0.54 \times 20}{0.5}\right)} = 163/17 \text{ m}$$

$$q = S.k.\Delta T = (163/17)(0.5)(200 - 25) = 1346/20 \text{ W}$$

۸۱- لوله‌ای به قطر ۱۳ cm از داخل یک تیغه بتونی به ضخامت ۴۰ cm عبور می‌کند. دمای سطح لوله توسط بخار در حال چگالش، در 100°C نگه‌داری می‌شود. اگر دمای سطح خارجی بتون 25°C باشد، اتلاف گرمایی لوله را به‌ازای واحد طول حساب کنید.

حل:

$$k = 0.76 \text{ W/m}^\circ\text{C} \quad (\text{از جدول A-3}) \Rightarrow S = \frac{2\pi L}{\ln\left(\frac{0.54 \times 10}{r}\right)} = \frac{2\pi \times 20}{\ln\left(\frac{0.54 \times 20}{0.65}\right)} = 5/222 \text{ m}$$

$$q = S.k.\Delta T = (5/222)(0.76)(100 - 25) = 30.2/2 \text{ W/m}$$

۸۶- مکعبی به ضلع ۳ m در غشای نامحدودی با ضریب هدایت گرمایی $1/8 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ دفن شده است. دمای سطح مکعب 30°C می‌باشد در حالی که دمای غشاء 15°C است. گرمای تلف شده توسط مکعب را حساب کنید.

حل:

$$S = 8/24 \text{ L} = 8/24 \times 3 = 24/22 \Rightarrow q = S.k.\Delta T = (24/22)(1/8)(30 - 15) = 667/24 \text{ W}$$



اصول جابه جایی

۱- به منظور منبسط کردن هوا از شرایط سکون $1/38 \text{ MPa}$ و 200°C به 838 MPa ، شیبوره‌ای با آهنگ جرمی جریان $4/5 \text{ kg/s}$ طراحی شده است. فرض کنید که شیبوره در ترکیب با یک وسیلهٔ تونل باد بلودون به کار می‌رود، به طوری که شیبوره ناگهان در داخل یک مخزن کاملاً خال، تخلیه می‌شود. دمای هوای مخزن وقتی که فشار آن برابر $1/38 \text{ MPa}$ باشد، چه قدر خواهد شد؟ فرض کنید که مخزن کاملاً عایق شده، هوا مانند یک گاز کامل رفتار می‌کند و انبساط در شیبوره ایزوتروپیک است.

حل: معادله انرژی در یک سیستم جریان پایدار، برای یک حجم کنترل:

$$\left. \begin{array}{l} \gamma = 1.4 \\ K = 0 \\ P_1 = 1/38 \text{ MPa} \\ T_1 = 200^\circ\text{C} \\ P_2 = 838 \text{ MPa} \end{array} \right\} \Rightarrow i_1 + \frac{1}{\gamma g_c} V_1^2 + Q = i_2 + \frac{1}{\gamma g_c} V_2^2 + W_k$$

رابطه ایزوتروپیک:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\gamma/(\gamma-1)} \Rightarrow \frac{838}{1/38} = \left(\frac{T_2}{200} \right)^{1.4/0.4} \Rightarrow T_2 = 2224^\circ\text{C}$$

۲- با استفاده از نیم‌رخ سرعت خطی $\frac{u}{\delta} = \frac{y}{\delta}$ ، برای جریان روی صفحه تخت، رابطه‌ای برای ضخامت لایه مرزی، به صورت تابعی از x به دست آورید.

حل:

$$\rho \frac{d}{dx} \int_0^\delta (u_\infty - u) u dy = \mu \frac{du}{dy} \Big|_{y=0} \Rightarrow \rho \frac{d}{dx} \int_0^\delta \left(u_\infty - u_\infty \frac{y}{\delta} \right) u_\infty \frac{y}{\delta} dy = \mu \frac{u_\infty}{\delta} \Big|_{y=0}$$

$$\frac{d}{dx} \cdot \frac{1}{6} \cdot \rho \cdot u_\infty^2 \cdot \delta = \mu \frac{u_\infty}{\delta} \Rightarrow \delta d\delta = \frac{6\nu dx}{u_\infty} \Rightarrow \delta^2 = \frac{12\nu dx}{u_\infty} \Rightarrow \delta = \frac{\sqrt{12\nu x}}{\sqrt{u_\infty}}$$

۳- با استفاده از رابطه پیوستگی: $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$ و توزیع سرعت: $\frac{u}{u_\infty} = \frac{3}{4} \frac{y}{\delta} - \frac{1}{4} \left(\frac{y}{\delta} \right)^2$ و رابطه ضخامت لایه مرزی: $\frac{\delta}{x} = \frac{4.64}{\sqrt{R_{ex}}}$ ، رابطه‌ای برای مؤلفه v سرعت به صورت تابعی از x و y به دست آورید. مقدار v را در لایه بیرونی لایه مرزی، در فواصل 150 و 300 میلی‌متری از ابتدای صفحه برای شرایط مسأله (۳-۵) تعیین کنید.

حل:

$$\delta = \frac{4/64 x}{\sqrt{R_{ex}}} = 4/64 x^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\mu}{\rho u_{\infty}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad u = \frac{u_{\infty}}{4} \frac{y}{\delta} = \frac{u_{\infty}}{4} \left(\frac{y}{\delta} \right)^2$$

$$u = \frac{u_{\infty} y^2 x^{-\frac{1}{2}}}{4 \left[4/64 \left(\frac{\mu}{\rho u_{\infty}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]} = \frac{u_{\infty} y^2 x^{-\frac{1}{2}}}{4 \left[4/64 \left(\frac{\mu}{\rho u_{\infty}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial V}{\partial y}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{u_{\infty} y x^{-\frac{1}{2}}}{4 \delta} + \frac{u_{\infty} y^2 x^{-\frac{1}{2}}}{4 \delta^2}$$

$$V = \int \left[-\frac{u_{\infty} y^2 x^{-\frac{1}{2}}}{4 \delta^2} + \frac{u_{\infty} y^2 x^{-\frac{1}{2}}}{4 \delta^2} \right] dy$$

$$V = \frac{u_{\infty} y^2 x^{-\frac{1}{2}}}{4 \delta^2} \left[\frac{y}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^2 - \frac{y}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^2 \right], \quad V = \frac{u_{\infty} y^2 x^{-\frac{1}{2}}}{4 \delta^2}$$

$$x = 6 \text{ in} = 15/24 \text{ cm} \Rightarrow R_{ex} = \frac{199 \times 30 \times 15/24}{2/12 \times 10^{-3}} = 213000, \quad x = 12 \text{ in} = 30/24 \text{ cm} \Rightarrow R_{ex} = 426000$$

$$V = \frac{u_{\infty} y^2 x^{-\frac{1}{2}}}{4 \delta^2} = \frac{10 \times 30 \times (1/24)^2}{4 \times (213000)^2} = 0.066 \text{ m/s}, \quad V = \frac{u_{\infty} y^2 x^{-\frac{1}{2}}}{4 \delta^2} = \frac{10 \times 30 \times (1/24)^2}{4 \times (426000)^2} = 0.04 \text{ m/s}$$

۴- مسأله ۵-۳ را برای نیم‌رخ سرعت خطی مسأله ۵-۲ تکرار کنید.

حل:

$$\frac{u}{u_{\infty}} = \frac{y}{\delta}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0, \quad \delta = \frac{4/32 x}{\sqrt{R_{ex}}}$$

$$u = u_{\infty} \frac{y}{4/32 \sqrt{\frac{\mu}{\rho u_{\infty}}}} x^{-\frac{1}{2}}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} = -u_{\infty} \frac{y}{4 \times 4/32 \sqrt{R_{ex}}} x^{-\frac{3}{2}}$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = u_{\infty} \frac{y}{4 \times 4/32 \sqrt{R_{ex}}} x^{-\frac{3}{2}}, \quad V = u_{\infty} \frac{y^2}{4 \times 4/32 \sqrt{R_{ex}}} x^{-\frac{3}{2}}$$

$$x = 6 \text{ in} \Rightarrow V = \frac{4/32 \times 30}{4 \times (213000)^2} = 0.063 \text{ m/s}$$

$$x = 12 \text{ in} \Rightarrow V = \frac{4/32 \times 30}{4 \times (426000)^2} = 0.04 \text{ m/s}$$

۵- با استفاده از نیم‌رخ سرعت خطی در مسأله ۵-۲، توزیع دما به صورت سهمی درجه سوم [معادله (۵-۳)]، رابطه‌ای برای ضریب انتقال گرما برای یک لایه مرزی آرام روی صفحه‌ای تخت، به صورت تابعی از عدد رینولدز به دست آورید.

حل:

$$\frac{u}{u_{\infty}} = \frac{y}{\delta}, \quad \frac{\theta}{\theta_{\infty}} = \frac{T - T_{\infty}}{T_{\infty} - T_w} = \frac{y}{\delta} \frac{y}{\delta t} = \frac{1}{4} \left(\frac{y}{\delta t} \right)^2$$

$$\frac{d}{dy} \int_0^{\delta} (T_{\infty} - T) u dy = \alpha \left(\frac{dT}{dy} \right)_w$$

$$\frac{d}{d\psi} \int_0^H (\theta_\infty - \theta) u \, dy = \alpha \left(\frac{dT}{dy} \right)_w \Rightarrow \frac{d}{d\psi} \int_0^H \left[(\theta_\infty - \theta_\infty \frac{y}{\delta} + \frac{\theta_\infty}{\delta} \left(\frac{y}{\delta} \right)^2 \right] u \, dy = \alpha \left(\frac{dT}{dy} \right)_w$$

$$\frac{\theta_\infty u_\infty}{\delta} \frac{d}{d\psi} \left(\frac{\delta^3}{3} \right) = \alpha \left(\frac{dT}{dy} \right)_w$$

$$\frac{\delta}{3} = L \Rightarrow \frac{\theta_\infty u_\infty}{\delta} \frac{d}{d\psi} (\delta L^3) = \alpha \left(\frac{dT}{dy} \right)_w$$

$$\alpha \left(\frac{dT}{dy} \right)_w = \alpha \theta_\infty \left[\frac{y}{\delta} - \frac{y^2}{\delta^2} \right]_0 = \frac{\alpha \theta_\infty}{\delta} \Rightarrow \frac{\theta_\infty u_\infty}{\delta} \frac{d}{d\psi} (\delta L^3) = \frac{\alpha \theta_\infty}{\delta}$$

$$\frac{1}{\delta} u_\infty \frac{d}{d\psi} (\delta L^3) = \frac{\alpha}{L \delta} \Rightarrow \frac{1}{\delta} u_\infty (3 \delta L^2 \frac{dL}{d\psi} + \delta L^3 \frac{d\delta}{d\psi}) = \alpha$$

$$\rho \frac{d}{d\psi} \int_0^\delta (u_\infty - u) u \, dy = \mu \left(\frac{du}{dy} \right)_w \Rightarrow \rho \frac{d}{d\psi} \left(u_\infty \frac{\delta}{2} \right) = \mu \left(\frac{u_\infty}{\delta} \right)_w$$

$$\delta \frac{d\delta}{d\psi} = \frac{\mu}{\rho u_\infty} \Rightarrow \delta^2 = \frac{12 \mu}{\rho u_\infty} \psi$$

$$\frac{1}{\delta} u_\infty \left(\frac{12 \mu}{\rho u_\infty} \psi L^2 \frac{dL}{d\psi} + \frac{12 \mu}{\rho u_\infty} L^3 \right) = X$$

$$12 \psi L^2 \frac{dL}{d\psi} + L^3 = \frac{12 \alpha \rho L^3}{\mu} \frac{dL}{d\psi} = \frac{1}{\psi} \frac{d}{d\psi} (L^3) \Rightarrow \frac{d}{d\psi} (L^3) + \frac{1}{\psi} (L^3) = \frac{12 \alpha \rho}{\mu} \frac{1}{\psi}$$

$$\psi^{\frac{1}{2}} L^3 = \frac{12 \alpha}{\mu} \frac{\alpha}{\psi} \int \psi^{-\frac{1}{2}} d\psi + c \Rightarrow L^3 = \frac{12 \alpha}{\psi} \frac{\alpha}{\psi} + c X^{-\frac{1}{2}}$$

$$\psi = 0, \psi = \psi_0, c = -\frac{12 \alpha}{\psi} \frac{\alpha}{\psi} \psi_0^{\frac{1}{2}}$$

$$L = \frac{\delta}{3} = \left\{ \frac{12 \alpha}{\psi} \frac{\alpha}{\psi} \left[1 - \left(\frac{\psi_0}{\psi} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}^{\frac{1}{3}}$$

$$\delta = \left(\frac{12 \mu}{\rho u_\infty} \psi \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{3.74 \psi}{\sqrt{Re_x}}$$

$$h = \frac{q}{\delta} = \frac{q}{\delta} = \frac{q}{\delta} \frac{k \sqrt{Re_x}}{3.74 \psi} = \frac{Pr^{\frac{1}{4}}}{\left\{ \frac{12 \alpha}{\psi} \left[1 - \left(\frac{\psi_0}{\psi} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}^{\frac{1}{3}}}$$

$$h \psi = 0.36 \frac{k}{\sqrt{Re_x}} Pr^{\frac{1}{4}} \left[1 - \left(\frac{\psi_0}{\psi} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}}$$

غر- هوای با فشار ۲۰ kPa و دمای ۵۰°C با سرعت ۱/۵ m/s وارد لوله‌ای به قطر ۲۵ mm می‌شود، با استفاده از تحلیل صفحه تخت، فاصله‌ای از مدخل راکه در آن جریان کاملاً توسعه یافته است، به دست آورید.

حل:

$$\left. \begin{array}{l} \delta = 1/25 \text{ cm} = 0.0125 \text{ m} \\ u = 1/5 \text{ m/s} \\ p = 2 \times 10^5 \text{ N/m}^2 \\ T = 323 \text{ K} \\ \rho = \frac{2 \times 10^5}{378 \times 323} = 0.161 \text{ kg/m}^3 \\ \mu = 1.86 \times 10^{-5} \text{ kg/m.s} \end{array} \right\} \Rightarrow \psi = \frac{\rho u_\infty}{\mu} \left(\frac{\delta}{3.74} \right)^2 = \frac{0.161 \times 1/5}{1.86 \times 10^{-5}} \left(\frac{0.0125}{3.74} \right)^2 = 0.127 \text{ m}$$

۷- سیالی بین دو صفحه موازی بزرگ جریان دارد. عبارتی برای توزیع سرعت به‌صورت تابعی از فاصله از خط مرکزی بین دو صفحه، در شرایطی که جریان کاملاً توسعه یافته باشد، به‌دست آورید.

$$-y \, dp = -\tau \, dh = -\tau \mu \frac{du}{dy} \, dh \Rightarrow u = \frac{1}{4\mu} \frac{dp}{dh} y^2 + C$$

$$y = y_0, \quad u = 0 \Rightarrow C = \frac{1}{4\mu} \frac{dp}{dh} (y_0^2)$$

$$u_0 = \frac{1}{4\mu} \frac{dp}{dh} (y_0^2 - y_0^2) \quad y = y_0, \quad u = u_0 \Rightarrow \frac{u}{u_0} = 1 - \left(\frac{y}{y_0}\right)^2$$



حل:

۱۰- نشان دهید که برای لایه مرزی آرام غیر قابل تراکم روی یک صفحه تخت با گرادیان فشار صفر در $y = 0$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

داریم:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= \frac{1}{v} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{v} \left(u \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial x}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ &= \frac{1}{v} \left[u \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \frac{\partial x}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \end{aligned}$$

حل:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad u = v = 0 \text{ در } y = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

۱۲- نسبت ضخامت لایه مرزی گرمایی به لایه مرزی هیدروپنابیکی را برای سیالات زیر محاسبه کنید؛ هوا در ۱۰۰ kPa و ۲۰°C، آب در ۲۰°C، هلیوم در ۱۰۰ kPa و ۲۰°C، آمونیاک در ۲۰°C، گلیسرین در ۲۰°C.

حل:

	Pr	$\frac{\delta_t}{\delta}$
هوا	۰/۷۰۹	۱/۰۹۳
آب	۷	۰/۵۰۹۵
هلیوم	۰/۷۰۵	۱/۰۹۵
آمونیاک	۲/۰۲	۰/۷۷۱
گلیسرین	۱۲/۵	۰/۴۲

۱۳- برای آبی و با دمای ۱۵°C که با سرعت ۳ m/s بر روی صفحه تختی جریان دارد، جریان جرمی از لایه مرزی را در فاصله ۵ cm از لبه صفحه به‌دست آورید.

حل:

$$\left. \begin{aligned} T_\infty &= 15^\circ\text{C} \\ u_\infty &= 3 \text{ m/s} \\ x &= 5 \text{ cm} \\ \mu &= 1/13 \times 10^{-3} \text{ kg/m.s} \\ \rho &= 999 \text{ kg/m}^3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} Re &= \frac{999/13 \times 3 \times 0.05}{10^{-3}} = 1/23 \times 10^5 \\ \delta &= \frac{4/64 \times 0.05}{(1/23 \times 10^5)^{1/2}} = 6/37 \times 10^{-2} \text{ m} \end{aligned}$$

$$\text{جرم جری} = \int_0^\delta \rho u \, dy = \frac{\rho}{\lambda} u_\infty \delta = 1/19 \text{ kg/sec}$$

۱۴- هوا با دمای ۹۰°C، فشار ۱۰۰ kPa و سرعت ۳۰ m/s بر روی صفحه تختی جریان دارد، ضخامت لایه مرزی در فاصله ۲/۵ سانتی‌متری از لبه صفحه چقدر است؟

حل:

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \frac{P}{RT} = \frac{1.013 \times 10^5}{287 \times 263} = 1.33 \text{ kg/m}^3 \\ T_w &= 263 \text{ K} \\ \mu &= 2.1 \times 10^{-4} \text{ kg/m.s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} Re &= \frac{1.33 \times 20 \times 0.025}{2.1 \times 10^{-4}} = 3146 \\ \delta &= \frac{2.1 \times x}{\sqrt{Re}} = \frac{2.1 \times 0.025}{\sqrt{3146}} = 6.1 \times 10^{-3} \text{ m} \end{aligned}$$

۱۵- هوا روی صفحه تختی با سرعت ثابت 20 m/s و شرایط محیطی 20°C و 20 kPa جریان می‌یابد. صفحه تا دمای ثابت 75°C در فاصله $7/5$ سانتی‌متری از لبه گرم می‌شود. کل انتقال گرما از لبه صفحه تا نقطه‌ای در فاصله 35 سانتی‌متری چقدر است؟

حل:

$$\begin{aligned} T_f &= \frac{75 + 20}{2} = 47.5^\circ\text{C} = 320.5 \text{ K}, \mu = 1.94 \times 10^{-4} \text{ kg/m.s} \\ \rho &= \frac{2 \times 10^5}{287 \times 320.5} = 2.17 \text{ kg/m}^3, k = 0.028 \text{ W/m}^\circ\text{C}, Pr = 0.7 \end{aligned}$$

$$Re_x = \frac{2.17 \times 20 \times x}{1.94 \times 10^{-4}} = 224 \times 10^3 x$$

$$h_x = 0.332 k (Pr)^{1/4} \left(\frac{u_\infty}{\nu} \right)^{1/2} \left[1 - \left(\frac{x_0}{x} \right)^{4/5} \right]^{1/4}$$

$$h_x = 0.332 \times 0.028 \times 0.7^{1/4} \times (224 \times 10^3)^{1/2} x^{-1/2} \left[1 - \left(\frac{x_0}{x} \right)^{4/5} \right]^{1/4}$$

$$h_x = \frac{0.0094}{x^{1/2} \left[1 - \left(\frac{x_0}{x} \right)^{4/5} \right]^{1/4}} \Rightarrow$$

x	$h_x \text{ (W/m}^\circ\text{C)}$
۰.۸	۳۸/۱۸
۰.۱۹	۱۱/۷۷
۰.۴	۸/۲۴

$$q = \int_0^x h_x dx (T_w - T_\infty)$$

$$\int_0^x h_x dx = 3/19 \Rightarrow q = 3/19 (75 - 20) = 2.06 \text{ W}$$

۱۶- آب با دمای 15°C و سرعت $1/5 \text{ m/s}$ بین دو صفحه موازی و بزرگ، به فاصله $1/5$ سانتی‌متری از یکدیگر جریان دارد. فاصله‌ای از لبه صفحه راکه در آن جریان کاملاً توسعه می‌یابد، به دست آورید.

حل:

$$\delta = 7/5 \text{ mm} = 0.0075 \text{ m}, \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \mu = 1/5 \times 10^{-3} \text{ kg/m.s}$$

$$\psi = \frac{\rho u_\infty}{\mu} \left(\frac{\delta}{4/5} \right)^2 = \frac{1000 \times 1/5}{1/5 \times 10^{-3}} \left(\frac{0.0075}{4/5} \right)^2 = 2/61 \text{ m}$$

۱۷- هوا تحت فشار 100 kPa و 30°C روی صفحه تختی با سرعت 20 m/s جریان می‌یابد. اگر صفحه مربعی به ضلع 60 cm بوده و در دمای 90°C نگهداری شود، انتقال گرما از صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{90 + 30}{2} = 60^\circ\text{C} = 333 \text{ K}, \nu = 19.09 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, k = 0.0288 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0.7, Re = \frac{20 \times 0.6}{19.09 \times 10^{-6}} = 612 \times 10^3$$

$$\bar{h} = \frac{0.0288}{0.6} (0.7)^{1/4} \left[0.332 \times (612 \times 10^3)^{1/2} - 850 \right] = 32/4 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$q = 32/4 \times 0.6^2 (90 - 30) = 699/91 \text{ W}$$

۱۸- هوا با فشار ۷ kPa و ۳۵°C روی صفحه تختی با سرعت ۷/۵ m/s می‌گذرد. اگر صفحه مربعی به ضلع ۳۰ cm باشد و در ۶۵°C حفظ شود، اتلاف گرمایی صفحه را حساب کنید.

$$p = 7 \text{ kN/m}^2, T_\infty = 35^\circ\text{C}, L = 0.3 \text{ m}, u_\infty = 7.5 \text{ m/s}, T_w = 65^\circ\text{C}$$

حل:

$$T_f = \frac{65 + 35}{2} = 50^\circ\text{C} = 323 \text{ K}$$

$$\rho = \frac{1.000}{287 \times 323} = 0.0010755 \text{ kg/m}^3, \mu = 21.025 \times 10^{-6} \text{ kg/m.s}$$

$$k = 0.02798 \text{ W/m}^\circ\text{C}, Pr = 0.71, Re = \frac{0.0010755 \times 7.5 \times 0.3}{21.025 \times 10^{-6}} = 1239$$

$$\bar{h} = \frac{0.02798}{0.3} (0.71)^{\frac{1}{4}} (1239)^{\frac{1}{4}} (0.664) = 51.4 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$$

$$q = 51.4 \times (0.3)^2 (65 - 35) = 13.6 \text{ W}$$

۱۹- هوا در دمای ۹۰°C و فشار جو بر روی یک صفحه تخت افقی با سرعت ۶۰ m/s جریان دارد. اگر صفحه مربعی به ضلع ۶۰ cm بوده و در دمای یکنواخت ۱۰°C نگهداری شود، کل انتقال گرما چقدر است؟

$$T_\infty = 90^\circ\text{C}, u_\infty = 60 \text{ m/s}, L = 0.6 \text{ m}, T_w = 10^\circ\text{C}, T_f = \frac{90 + 10}{2} = 50^\circ\text{C} = 323 \text{ K}$$

حل:

$$\rho = \frac{1.01325 \times 10^5}{287 \times 323} = 1.093 \text{ kg/m}^3, \mu = 1716 \times 10^{-6} \text{ kg/m.s}, k = 0.0241 \text{ W/m}^\circ\text{C}, Pr = 0.71$$

$$Re = \frac{1.093 \times 60 \times 0.6}{1716 \times 10^{-6}} = 2392 \times 10^3$$

$$\bar{h} = \frac{0.0241}{0.6} (0.71)^{\frac{1}{4}} \left[(0.0237)(2392 \times 10^3)^{\frac{1}{4}} - 85.0 \right] = 132 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}, q = 132 \times (0.6)^2 (10 - 90) = -38.02 \text{ W}$$

۲۱- انتقال گرما از صفحه مربعی به ضلع ۳۰ cm را که هوا با دمای ۳۵°C و فشار ۴ kPa بر روی آن جریان دارد، به‌دست آورید. دمای صفحه ۲۵°C و سرعت جریان آزاد ۶ m/s است.

$$p = 14000 \text{ N/m}^2, T_\infty = 35^\circ\text{C}, L = 0.3 \text{ m}, u_\infty = 6 \text{ m/s}, T_w = 25^\circ\text{C}$$

حل:

$$T_f = \frac{25 + 35}{2} = 30^\circ\text{C} = 303 \text{ K}, \rho = \frac{14000}{287 \times 303} = 0.017 \text{ kg/m}^3, \mu = 21.349 \times 10^{-6} \text{ kg/m.s}$$

$$k = 0.02374 \text{ W/m}^\circ\text{C}, Pr = 0.685, Re = \frac{0.017 \times 6 \times 0.3}{21.349 \times 10^{-6}} = 1866$$

$$\bar{h} = \frac{0.02374}{0.3} (0.685)^{\frac{1}{4}} (1866)^{\frac{1}{4}} (0.664) = 642 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}, q = 642 \times (0.3)^2 (25 - 35) = -124 \text{ W}$$

۲۲- هوا با فشار ۲۰ kPa و دمای ۲۰°C روی صفحه تختی به طول ۰/۶ m جریان دارد. سرعت جریان آزاد ۳۰ m/s بوده، صفحه در کل طولش تا دمای ۵۵°C گرم می‌شود. برای $x = 30 \text{ cm}$ آن مقدار از لایه که به‌ازای آن سرعت ۲۲/۵ m/s می‌شود، به‌دست آورید.

$$p = 20000 \text{ N/m}^2, T_\infty = 20^\circ\text{C}, x = 0.3 \text{ m}, u_\infty = 30 \text{ m/s}, T_w = 55^\circ\text{C}, u = 22.5 \text{ m/s}$$

حل:

$$T_f = \frac{20 + 55}{2} = 37.5^\circ\text{C} = 310 \text{ K}, \rho = \frac{20000}{287 \times 310} = 0.0225 \text{ kg/m}^3, \mu = 21.001 \times 10^{-6} \text{ kg/m.s}$$

$$Re = \frac{0.0225 \times 30 \times 0.3}{21.001 \times 10^{-6}} = 101 \times 10^3, \delta = \frac{0.3 \times 4.64}{(101 \times 10^3)^{\frac{1}{2}}} = 4.28 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\frac{u}{u_\infty} = \frac{22.5}{30} = \frac{y}{Y} \left(\frac{Y}{\delta} \right) - \frac{1}{Y} \left(\frac{Y}{\delta} \right)^2 = 0.56 \Rightarrow \boxed{Y = 2.45 \times 10^{-2} \text{ m}}$$

۲۳- برای سیستم جریان در مسأله (۵-۲۲) ضریب اصطکاک را در فاصله ۱۵ cm از لبه صفحه حساب کنید.

حل:

$$\frac{C_{fx}}{\gamma} = 0.664 R_{ex}^{-\frac{1}{2}} \rightarrow x = 0.15 \text{ m}, R_{ex} = 500.50 \Rightarrow \boxed{C_{fx} = 2.968 \times 10^{-3}}$$

۲۴- هوا در شرایط ۵°C و ۷۰ kPa بر روی صفحه تختی با سرعت ۶ m/s دارد. نوار گرم‌کنی به طول ۲/۵ cm بر روی این صفحه و در فاصله ۱۵ سانتی‌متری از لبه صفحه نصب شده است. اگر دمای سطح گرم‌کن ۶۵°C باشد، اتلاف گرمایی نوار را به ازای واحد عمق صفحه حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{5 + 65}{2} = 35^\circ\text{C} = 308 \text{ K}, \rho = \frac{70000}{287 \times 308} = 0.792 \text{ kg/m}^3, \mu = 2 \times 10^{-5} \text{ kg/m.s}$$

$$k = 0.0268 \text{ W/m}^\circ\text{C}, Pr = 0.7, Re|_{x=0} = \frac{0.792 \times 6 \times 0.15}{2 \times 10^{-5}} = 7064.$$

$$Re|_{x=0.15} = \frac{0.792 \times 6 \times 0.15}{2 \times 10^{-5}} = 7064. \quad \text{یا استفاده از فرمول (۵-۲۳) و تکرال گیری داریم:}$$

$$h_{x=0.15} = \frac{0.792 \times 6 \times (7064)^{-\frac{1}{2}} (0.7)^{-\frac{1}{4}}}{0.15} \left[1 - \left(\frac{0.15}{0.15} \right)^{\frac{4}{3}} \right]^{-\frac{1}{4}} = 22.64 \text{ W/m}^2\text{C}$$

$$h_{x=0} = 0.792 \left(\frac{0.15}{0.15} \right)^{-\frac{1}{2}} = 0.792 \text{ W/m}^2\text{C}, \quad h_x = (0.792) k Pr^{\frac{1}{4}} \left(\frac{70000}{2} \right)^{-\frac{1}{4}} \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} \left[1 - \left(\frac{x_0}{x} \right)^{\frac{4}{3}} \right]^{-\frac{1}{4}}$$

$$h_{x=0} = 22.64 \text{ W/m}^2\text{C}, \quad h_{x=0.15} = 22.64 \text{ W/m}^2\text{C}$$

$$\bar{h} = \frac{\int h_x dx}{\Delta x} = 22.64 \text{ W/m}^2\text{C}, \quad q = 22.64 \times 0.15 \times (65 - 5) = 21.8 \text{ W}$$

۲۵- هوا در شرایط ۱۰۰ kPa و ۲۷°C روی سطح بزرگ ستونی به عرض ۱۵ m با سرعت ۲/۵ m/s جریان دارد. دمای صفحه در ۵۵°C ثابت است. اتلاف گرمای جابه‌جایی از این سطح را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{55 + 27}{2} = 41^\circ\text{C} = 314 \text{ K}, \quad \nu = 17.94 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0.0277 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0.7, \quad Re_L = \frac{2/5 \times 15}{17.94 \times 10^{-6}} = 2776 \times 10^3$$

$$\bar{h} = \frac{0.0277}{15} (0.7)^{-\frac{1}{4}} \left[0.0277 \times (2776 \times 10^3)^{-\frac{1}{4}} - 850 \right] = 9.52, \quad q = 9.52 \times 15 \times (55 - 27) = 3997 \text{ W/m}$$

۲۶- هوا در دمای ۳۰۰ K و فشار ۷۵ kPa بر روی صفحه مربعی به ضلع ۱ m با سرعت ۴۵ m/s جریان دارد. دمای ثابت صفحه ۴۰۰ K است. اتلاف گرما از صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{300 + 400}{2} = 350 \text{ K}, \quad \rho = \frac{75000}{287 \times 350} = 0.747 \text{ kg/m}^3, \quad \mu = 21.05 \times 10^{-5} \text{ kg/m.s}$$

$$k = 0.0302 \text{ W/m}^\circ\text{C}, \quad Pr = 0.697, \quad Re = \frac{0.747 \times 45 \times 1}{21.05 \times 10^{-5}} = 1/62 \times 10^3$$

$$\bar{h} = \frac{0.0302}{1} (0.697)^{-\frac{1}{4}} \left[0.0302 \times (1/62 \times 10^3)^{-\frac{1}{4}} - 850 \right] = 6877 \text{ W/m}^2\text{C}$$

$$q = \bar{h} A (T_w - T_\infty) = 6877 \times 1 \times (400 - 300) = 6877 \text{ W}$$

۲۷- یک صفحه تخت افقی به ابعاد $0.5 \times 0.5 \text{ m}$ در دمای 50°C نگهداری می‌شود. هوا با فشار 50 kPa و دمای 10°C با سرعت 20 m/s روی صفحه جریان دارد. اتلاف گرما از صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{50 + 10}{2} = 30^\circ\text{C} = 303 \text{ K}, \rho = \frac{5000}{287 \times 303} = 0.0575 \text{ kg/m}^3, \mu = 1.85 \times 10^{-5} \text{ kg/m.s}$$

$$k = 0.0262 \text{ W/m}^\circ\text{C}, Pr = 0.7, Re = \frac{0.0575 \times 0.5 \times 20}{1.85 \times 10^{-5}} = 311 \times 10^3$$

$$\bar{h} = \frac{0.0262}{0.5} (0.7)^{\frac{1}{4}} (311 \times 10^3)^{\frac{1}{4}} = 17.4 \text{ W/m}^2\text{C}$$

$$q = \bar{h} A (T_w - T_\infty) = 17.4 \times (0.5) \times (50 - 10) = 172.9 \text{ W}$$

۲۸- هوا با سرعت 5 m/s روی صفحه مربعی به ضلع 20 cm جریان دارد. شرایط جریان آزاد عبارتند از: 10°C و 20 kPa . گرم‌کنی در سطح صفحه شرط شار گرمایی ثابت را در دیوار به وجود می‌آورد، به طوری که دمای متوسط دیواره 100°C است. شار گرمایی سطح و مقدار h را در فاصله 10 cm حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{100 + 10}{2} = 55^\circ\text{C} = 328 \text{ K}, \rho = \frac{101.1 \times 10^3}{2 \times 287 \times 328} = 0.028 \text{ kg/m}^3, \mu = 1.974 \times 10^{-5} \text{ kg/m.s}$$

$$k = 0.0282 \text{ W/m}^\circ\text{C}, Pr = 0.7, Re_L = \frac{0.028 \times 0.2 \times 5}{1.974 \times 10^{-5}} = 27254$$

$$Re \Big|_{x=0.1} = \frac{Re_L}{2} = 13627$$

$$\overline{T_w - T_\infty} = \frac{q_w L}{0.6795 k Re_L^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{4}}} \Rightarrow q_w = \frac{100 \times 0.6795 \times (27254) \times (0.7)^{\frac{1}{4}} \times (0.0282)}{0.1} = 1314 \text{ W/m}^2$$

$$Nu = \frac{h x}{k} = 0.0282 Re_L^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{4}}$$

$$x = 0.1 \text{ cm} \Rightarrow h = \frac{0.0282}{0.1} (0.7254) (0.7)^{\frac{1}{4}} (13627)^{\frac{1}{4}} = 13.33 \text{ W/m}^2\text{C}$$

۲۹- سرعت جریان لازم برای هر یک از سیالات زیر، روی صفحه مربعی به ضلع 1 m چه قدر باشد تا عدد رینولدز 10^5 به وجود آید: (الف) آب در 20°C ، (ب) هوا در 100 kPa ، (پ) فریون در 20°C ، (ت) آمونیاک در 20°C و (ث) هلیوم در 20°C .

حل:

سیال	$\nu \text{ (m}^2/\text{s)}$	$u \text{ (m/s)} = \frac{10^5 \times \nu}{L}$
آب	$9/8 \times 10^{-7}$	9/8
هوا	$1/82 \times 10^{-5}$	182
فریون-۱۲	$0/198 \times 10^{-6}$	198
آمونیاک	$0/359 \times 10^{-6}$	359
هلیوم	$122/2 \times 10^{-6}$	1222

۳۰- متوسط ضریب انتقال گرما را برای هر یک از حالات مسأله (۲۹-۵) با فرض آن‌که خواص فیزیکی در 20°C ارزیابی شده باشند، حساب کنید.



حل:

فرمول برای جریان آشفته:

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}L}{k} = (Pr)^{\frac{1}{4}} (0.37 Re_L^{-1/4} - 871)$$

$$\bar{h} = \frac{k}{L} (Pr)^{\frac{1}{4}} (0.37 Re_L^{-1/4} - 871)$$

$$\text{آب: } \bar{h} = \frac{0.604}{1} (Pr)^{\frac{1}{4}} \left[0.37 (1.7)^{-1/4} - 871 \right] = 15822 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}$$

$$\text{هوا: } \bar{h} = \frac{0.026}{1} (Pr)^{\frac{1}{4}} \left[0.37 (1.7)^{-1/4} - 871 \right] = 221/19 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}$$

$$\text{فریون-۱۲: } \bar{h} = \frac{0.073}{1} (Pr)^{\frac{1}{4}} \left[0.37 (1.7)^{-1/4} - 871 \right] = 1535 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}$$

$$\text{آمونیاک: } \bar{h} = \frac{0.521}{1} (Pr)^{\frac{1}{4}} \left[0.37 (1.7)^{-1/4} - 871 \right] = 9125 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}$$

$$\text{هلیوم: } \bar{h} = \frac{0.145}{1} (Pr)^{\frac{1}{4}} \left[0.37 (1.7)^{-1/4} - 871 \right] = 1788 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}$$

۳۱- ضخامت لایه مرزی در انتهای صفحه را برای هر یک از حالات مسأله (۲۹-۵) به دست آورید.

حل:

$$\frac{\delta}{x} = \frac{0.381}{\sqrt{Re_x}} \quad \delta = \frac{0.381 \times 1}{(1.7)^{\frac{1}{2}}} = 0.1516 \text{ m}$$

$$\frac{\delta_t}{\delta} = \frac{1}{1.026} (Pr)^{-\frac{1}{4}}$$

$$\text{آب: } \delta_t = \frac{0.1516}{1.026} (Pr)^{-\frac{1}{4}} = 7/81 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{هوا: } \delta_t = \frac{0.1516}{1.026} (Pr)^{-\frac{1}{4}} = 1/65 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{فریون-۱۲: } \delta_t = \frac{0.1516}{1.026} (Pr)^{-\frac{1}{4}} = 9/73 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{آمونیاک: } \delta_t = \frac{0.1516}{1.026} (Pr)^{-\frac{1}{4}} = 1/16 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{هلیوم: } \delta_t = \frac{0.1516}{1.026} (Pr)^{-\frac{1}{4}} = 1/66 \times 10^{-2} \text{ m}$$

۳۲- یک صفحه سیاه در معرض آفتاب قرار داده می‌شود، به طوری که شار گرمایی ثابت 800 W/m^2 را جذب می‌کند. پشت صفحه سیاه عایق شده است به طوری که انرژی جذب شده به جریان هوایی جریان داده می‌شود که روی صفحه با شرایط 25°C و 100 kPa و سرعت 3 m/s می‌وزد، دمای متوسط صفحه را حساب کنید. دمای صفحه در لبه بالاروند چه قدر است؟ صفحه را مربعی به ضلع 25 cm در نظر بگیرید.

 حل: خواص را در دمای 350 K به دست

$$\nu = 2.076 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0.0203 \text{ W/m} \cdot \text{C}, \quad Pr = 0.697$$

می‌آوریم:

$$Re_L = \frac{3 \times 0.25}{2.076 \times 10^{-6}} = 36127 \text{ m/s}$$

$$\overline{T_w - T_\infty} = \frac{q_w(L)}{0.697 k Re^{\frac{1}{4}} Pr^{\frac{1}{3}}} = \frac{800 \times 0.25}{0.697 \times 0.0203 \times (36127)^{\frac{1}{4}} \times (0.697)^{\frac{1}{3}}}$$

$$\overline{T_w - T_\infty} = 54/16^\circ\text{C} \quad T_w = 54/16 + 25 = 82/16^\circ\text{C}$$

$$Nux = \frac{h_x x}{k} = 0.452 Re^{\frac{1}{4}} Pr^{\frac{1}{4}} \Rightarrow h_{x=0.12m} = \frac{0.452 \times 0.3 \times 0.452 (26127)^{\frac{1}{4}} (0.697)^{\frac{1}{4}}}{0.125}$$

$$h = 9.17 \text{ W/m}^2\text{C}, Nux = 76.34 \Rightarrow T_w - T_\infty = \frac{q_w x}{k Nux} = \frac{800 \times 0.125}{0.452 \times 76.34} = 87.24^\circ\text{C}$$

$$T_w = 87.24 + 25 = 112.24^\circ\text{C}$$

۳۳- هوا در ۱۰۰ kPa و ۳۰۰ K روی صفحه تخت مربعی به ضلع ۵۰ cm با چنان سرعتی می‌وزد که عدد رینولدز در لبه پایین دست جریان صفحه $10^5 \times 1/1$ است. گرمایش تا نیمه صفحه شروع نشده و سپس دمای سطح ۴۰۰ K است. انتقال گرما از صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = 350 \text{ K}, \nu = 2.06 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, k = 0.0203 \text{ W/m}^2\text{C}, Pr = 0.697$$

$$Re = \frac{u_\infty L}{\nu}, u_\infty = \frac{1/1 \times 10^5 \nu}{L} = 4.07 \text{ m/s}$$

$$x_0 = 0.125 \text{ m}, h_x = \frac{k}{x} (0.452) Re^{\frac{1}{4}} Pr^{\frac{1}{4}} \left[1 - \left(\frac{x_0}{x} \right)^{\frac{4}{3}} \right]^{\frac{1}{4}}$$

$x \text{ (cm)}$	$h_x \text{ (W/m}^2\text{C)}$	$\int_{x_0}^L h_x dx = 3.844$ $\bar{h} = \frac{3.844}{0.125} = 30.75 \text{ W/m}^2\text{C}$
۲۶	۳۶/۷	
۳۵	۱۳/۸۱	
۴۴	۹/۵۰	
۵۰	۷/۹۲	

$$q = \bar{h} (L - x_0) (T_w - T_\infty) = 30.75 \times (0.125 - 0.125) \times (400 - 300) = 192.4 \text{ W}$$

۳۴- هوا در دمای ۲۰°C و فشار ۱۲ kPa با سرعت ۱۵۰ m/s از روی صفحه تختی به طول ۱ m و دمای ثابت ۱۵۰°C جریان دارد. متوسط آهنگ انتقال گرما از صفحه را حساب کنید.

حل:

$$\mu = 2.11 \times 10^{-5} \text{ kg/m.s}, T_f = \frac{150 + 20}{2} = 85^\circ\text{C} = 358 \text{ K}, \rho = \frac{p}{RT} = \frac{12000}{287 \times 358} = 0.116 \text{ kg/m}^3$$

$$k = 0.0260 \text{ W/m}^2\text{C}, Pr = 0.695, Re = \frac{0.116 \times 150 \times 1}{2.11 \times 10^{-5}} = 967 \times 10^3$$

$$\bar{h} = \frac{0.0260}{1} (0.695)^{\frac{1}{4}} \left[(0.027) (967 \times 10^3)^{\frac{1}{4}} - 850 \right] = 28.56 \text{ W/m}^2\text{C}$$

$$q/A = (28.56) (150 - 20) = 50.13 \text{ W/m}^2$$

۳۶- با فرض آنکه بتوان ضریب انتقال گرمای موضعی جریان روی صفحه تخت را با معادله (۵-۸۱) نشان داد و لایه مرزی در لبه بالاروند صفحه شروع شود، عبارتی برای تعیین ضریب انتقال گرمای متوسط به دست آورید.

حل:

$$h_x = C x^{-\frac{1}{2}}, \bar{h} = \frac{1}{L} \int_0^L C x^{-\frac{1}{2}} dx = \frac{1}{L} \left[2 C x^{\frac{1}{2}} \right]_0^L = \frac{2 C L^{\frac{1}{2}}}{L} = \frac{2 C}{L^{\frac{1}{2}}}$$

$$St Pr^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2} \times 0.027 (Re_L^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} = 0.027 Re_L^{-\frac{1}{6}}$$

۳۷- بر روی صفحه مربعی به ضلع ۱۰ cm، گرم‌کن برقی نصب شده است که شار گرمایی ثابتی تولید می‌کند. آب با

دمای 10°C روی صفحه با سرعت 3 m/s جریان می‌یابد. کل گرمای انتشار یافته را در صورتی که دمای صفحه از 80°C تجاوز نکنند، به‌دست آورید.

حل:

$$T_f = \frac{80 + 10}{2} = 45^{\circ}\text{C}, \rho = 990 \text{ kg/m}^3, \mu = 6 \times 10^{-4} \text{ kg/m.s}, k = 0.64 \text{ W/m.}^{\circ}\text{C}$$

$$Pr = 4/81, Re_L = \frac{990 \times 3 \times 0.1}{6 \times 10^{-4}} = 4/95 \times 10^5$$

$$Nu_x = 0.453 Re_x^{1/2} \cdot Pr^{1/4} \Rightarrow Nu_{x=L} = 0.453 \times (4/95 \times 10^5)^{1/2} \cdot 4/81^{1/4} = 528$$

$$q_w = \frac{Nu_x \cdot k}{x} (T_w - T_{\infty}) = \frac{528 \times 0.64}{0.1} (80 - 10) = 2/41 \times 10^5 \text{ W/m}^2$$

$$q = q_w \cdot A = 2/41 \times 10^5 \times (0.1)^2 = 2410 \text{ W}$$

۳۸- مسئله (۵-۳۷) را برای هوا در فشار 100 kPa و دمای 300 K تکرار کنید.

حل: خواص هوا در دمای 350 K عبارتند از:

$$\nu = 2.076 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, k = 0.0207 \text{ W/m.}^{\circ}\text{C}, Pr = 0.697, Re_L = \frac{3 \times 0.1}{2.076 \times 10^{-6}} = 14451$$

$$Nu_x = 0.453 \times (14451)^{1/2} \cdot 0.697^{1/4} = 487$$

$$q_w = \frac{Nu_x \cdot k}{x} (T_w - T_{\infty}) = \frac{487 \times 0.0207}{0.1} (80 - 10) = 1.015 \text{ W/m}^2$$

$$q = q_w \cdot A = 1.015 \times (0.1)^2 = 0.01015 \text{ W}$$

۳۹- برای سرد کردن صفحه مربعی به ضلع 1 m و دمای 500 K از هلیوم با فشار 100 kPa و دمای 300 K استفاده می‌شود. سرعت جریان 50 m/s است. اتلاف گرمای کل از صفحه را حساب کنید. ضخامت لایه مرزی را وقتی که جریان از صفحه خارج می‌شود، به‌دست آورید.

حل:

$$T_f = \frac{300 + 500}{2} = 400 \text{ K}, \nu = 2.029 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, k = 0.178 \text{ W/m.}^{\circ}\text{C}$$

$$Pr = 0.72, Re = \frac{50 \times 1}{2.029 \times 10^{-6}} = 2/46 \times 10^5$$

$$h = \left(\frac{k}{L}\right) (0.664) Re^{1/2} \cdot Pr^{1/4} = \frac{0.178}{1} \times (0.664) (2/46 \times 10^5)^{1/2} \cdot 0.72^{1/4} = 52/59 \text{ W/m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}$$

$$q = hA(T_w - T_{\infty}) = (52/59)(1)^2(500 - 300) = 10/52 \text{ kW}$$

$$\frac{\delta}{L} = \frac{4/64}{Re_L} \Rightarrow \delta = \frac{1 \times 4/64}{(2/46 \times 10^5)} = 0.0094 \text{ m}$$

۴۰- برای سیستم جریان در مسئله (۵-۳۹) موقعیت y در لایه مرزی را در لبه بالاروند، جایی که $u = 25 \text{ m/s}$ است، محاسبه نمایید.

حل:

$$\frac{u}{u_{\infty}} = \frac{25}{50} = \frac{y}{Y} \left(\frac{Y}{\delta}\right) - \frac{1}{4} \left(\frac{Y}{\delta}\right)^2 \Rightarrow \frac{Y}{\delta} = 0.334 \Rightarrow y = 0.334 \times 9/35 \times 10^{-2} = 3/16 \times 10^{-2} \text{ m}$$

۴۱- در فصل تابستان، نسیم ملایمی با سرعت 10 mi/h در عرض ساختمانی فلزی می‌وزد. ارتفاع دیوار این ساختمان 12 ft و عرض آن 20 ft است. یک شار انرژی خالص خورشیدی به مقدار 110 BTU/h.ft^2 در دیوار

جذب شده و سپس به طریق جابه‌جایی در هوا پخش می‌شود. با فرض آن‌که دمای هوا 80°F و فشار آن 1 atm باشد و در عرض دیوار مثل روی یک صفحه تخت بوزد، درجه حرارت متوسط را که دیوار در شرایط تعادل به آن می‌رسد، حساب کنید.

حل: $u_{\infty} = 10\text{ mi/h} = 4/47\text{ m/s}$, $T = 80^{\circ}\text{F} = 26/67^{\circ}\text{C} = 299/67\text{ K}$, $L = 20\text{ ft} = 6/096\text{ m}$

$$q/A = 110\text{ BTU/h.ft}^2 = 336\text{ W/m}^2, \rho = 1/17\text{ kg/m}^3, Re = \frac{1/17 \times 4/47 \times 6/096}{1/983 \times 10^{-6}} = 1/617 \times 10^6$$

$$\bar{h} = \frac{0.0267}{6/096} (0/17)^{1/4} \left[(0/17) (1/617 \times 10^6)^{1/4} - 0/71 \right] = 9/81\text{ W/m}^2\text{.}^{\circ}\text{C}$$

$$T_w - T_{\infty} = \frac{336/9}{9/81} = 25/25^{\circ}\text{C} \Rightarrow \boxed{T_w = 62/05^{\circ}\text{C}}$$

۴۲- کف ظرف سرخ‌کن دانه ذرات به طول 10 ft و عرض 3 ft و دمای آن در 420°F است. روغن پخت در عرض این سطح با سرعت 1 ft/s جریان دارد و دمای جریان آزاد آن 400°F است. انتقال گرما به روغن را حساب کنید و ضخامت لایه مرزی ماکزیمم را به دست آورید. خواص روغن عبارتند از:

$$Pr = 40, k = 0/12\text{ W/m.}^{\circ}\text{C}, \nu = 2 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$$

حل: $T_{\infty} = 400^{\circ}\text{C}$, $T_w = 420^{\circ}\text{F}$, $u_{\infty} = 1\text{ ft/s} = 0/3048\text{ m/s}$, $L = 10\text{ ft} = 3/048\text{ m}$

$$Re = \frac{0/3048 \times 3/048}{2 \times 10^{-6}} = 4/645 \times 10^3, h = \frac{0/12}{3/048} (4/645 \times 10^3)^{1/2} (40)^{1/4} = 60/93\text{ W/m}^2\text{.}^{\circ}\text{C}$$

$$q = 60/93 \times 3/048 \times 3 \times 0/3048 \times (420 - 400) \frac{\text{Btu}}{\text{s}} = 1887\text{ W}$$

$$\delta = \frac{4/64 \times 3}{(4/645 \times 10^3)^{1/2}} = 0/0208\text{ m}$$

۴۳- هوا با دمای 27°C و فشار 100 kPa بر روی صفحه تخت مربعی به ضلع 4 m با سرعت 40 m/s می‌وزد. دمای صفحه 77°C است. انتقال گرمای کل را حساب کنید.

حل: $T_f = \frac{27 + 77}{2} = 52^{\circ}\text{C} = 325\text{ K}$, $\nu = 18/23 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$, $k = 0/0281\text{ W/m.}^{\circ}\text{C}$

$$Pr = 0/7, Re_L = \frac{40 \times 4}{18/23 \times 10^{-6}} = 878 \times 10^3$$

$$Nu_L = Pr^{1/4} \left[0/027 Re_L^{1/4} - 0/71 \right] \Rightarrow \bar{h} = \frac{0/0281}{4} (0/027 \times (878 \times 10^3)^{1/4} - 0/71) = 77/3\text{ W/m}^2\text{.}^{\circ}\text{C}$$

$$q = h A (T_w - T_{\infty}) = 77/3 (4) (77 - 27) = 6/2 \times 10^4\text{ W}$$

۴۴- ابعاد پشت بام ساختمانی 30 m در 60 m است و به علت گرمای ناشی از آفتاب دمای آن به 300 K می‌رسد، در حالی که دمای هوای محیط صفر درجه سانتی‌گراد است. اتلاف گرمای پشت بام مذکور را وقتی نسیم ملایمی با سرعت 5 mi/h در عرض آن بوزد، ($L = 30\text{ m}$) به دست آورید.



حل:

$$T_f = \frac{200 + 277}{2} = 238.5 \text{ K}, \nu = 14/51 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, k = 0.0252 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0.71, u_\infty = 6 \text{ mi/h} = 2/33 \text{ ft/s} = 2/33 \text{ m/s}, Re_L = \frac{2/33 \times 30}{14/51 \times 10^{-6}} = 3/62 \times 10^6$$

$$Nu_L = Pr^{1/4} \left[0.37 Re_L^{1/4} - 871 \right] \Rightarrow \bar{h} = \frac{0.0252}{30} \left(0.71 \right)^{1/4} \left[0.37 \times 3/62 \times 10^6 \right]^{1/4} - 871 = 5/29 \text{ W/m}^2\text{C}$$

$$q = \bar{h} A (T_w - T_\infty) = 5/29 (20) (60) (300 - 277) = 2/57 \times 10^6 \text{ W}$$

۴۵- هوا با فشار ۱ atm و دمای ۳۰°C بر روی صفحه مربعی به ضلع ۱۵ cm با سرعت ۱۰ m/s می‌وزد. ضخامت لایه مرزی ماکزیمم را حساب کنید.

حل: خواص هوا در دمای ۳۰۰ K عبارتند از:

$$\nu = 15/69 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, Re_L = \frac{10 \times 0.15}{15/69 \times 10^{-6}} = 9/56 \times 10^5$$

$$\frac{\delta}{L} = \frac{0.64}{(Re_L)^{1/2}} \Rightarrow \delta = 0.15 \times (9/56 \times 10^5)^{-1/2} (0.64) = 0.022 \text{ m} \quad \text{جریان آرام}$$

۴۶- هوا با فشار ۰/۲ MPa و دمای ۲۵°C بر روی صفحه تختی با سرعت ۶۰ m/s می‌وزد. صفحه مربعی به ضلع ۰/۵ m و دمای ثابت ۱۶۶°C است. اتلاف گرمایی صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{25 + 150}{2} = 87.5^\circ\text{C} = 360.15 \text{ K}, \mu = 2/119 \times 10^{-3} \text{ kg/m.s}, k = 0.0308 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0.692, \rho = \frac{0.2 \times 10^6}{287 \times 360.15} = 1/932 \text{ kg/m}^3, Re_L = \frac{1/932 \times 60 \times 0.5}{2/119 \times 10^{-3}} = 2/32 \times 10^6$$

$$Nu = Pr^{1/4} \left[0.37 Re_L^{1/4} - 871 \right] \Rightarrow \bar{h} = \frac{0.0308}{0.5} (0.692)^{1/4} \left[0.37 \times 2/32 \times 10^6 \right]^{1/4} - 871 = 220.14 \text{ W/m}^2\text{C}$$

$$q = \bar{h} A (T_w - T_\infty) = 220.14 (0.5)^2 (150 - 25) = 7511 \text{ W}$$

۴۷- هلیوم با فشار ۱۵۰ kPa، دمای ۲۰°C و سرعت ۵۰ m/s بر روی صفحه مربعی به ضلع ۱ m می‌وزد. دمای ثابت صفحه ۱۰۰°C است. اتلاف گرمایی صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{20 + 100}{2} = 60^\circ\text{C} = 332 \text{ K}, \mu = 330 \times 10^{-4} \text{ kg/m.s}, k = 0.169 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0.71, \rho = \frac{150 \times 10^3}{2087 \times 332} = 0.216 \text{ kg/m}^3, Re_L = \frac{50 \times 1 \times 0.216}{330 \times 10^{-4}} = 3/69 \times 10^5$$

$$\bar{h} = \frac{0.169}{1} (0.71)^{1/4} (0.664) (3/69 \times 10^5)^{1/4} = 65/6 \text{ W/m}^2$$

$$q = \bar{h} A (T_w - T_\infty) = 65/6 (1) (100 - 20) = 5294 \text{ W}$$

۴۸- هوا در شرایط ۵۰ kPa و ۲۵۰ K بر روی صفحه مربعی به ضلع ۲ m با سرعت ۲۰ m/s می‌وزد. دمای ثابت صفحه ۳۵۰ K است. اتلاف گرمایی صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{250 + 250}{2} = 250 \text{ K}, \quad \mu = 1/8262 \times 10^{-6} \text{ kg/m.s}, \quad k = 0.02614 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0.71, \quad \rho = \frac{5000}{287 \times 250} = 0.007 \text{ kg/m}^3, \quad Re_L = \frac{0.007 \times 2 \times 2}{1/8262 \times 10^{-6}} = 1/26 \times 10^6$$

$$\bar{h} = \frac{k}{L} Pr^{\frac{1}{4}} \left[0.37 Re_L^{-1/4} - 0.71 \right] = \frac{0.02614}{2} (0.71)^{\frac{1}{4}} \left[0.37 (1/26 \times 10^6)^{-1/4} - 0.71 \right] = 22/9 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$q = \bar{h} A (T_w - T_\infty) = 22/9 (2)^2 (250 - 250) = 917 \text{ W}$$

۴۹- بر روی صفحه تختی ازت با فشار ۵۰ kPa و دمای ۳۰۰ K با سرعت ۱۰۰ m/s جریان دارد. طول صفحه ۱/۲ m و دمای ثابت آن ۴۰۰ K است. اتلاف گرما از صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{200 + 200}{2} = 200 \text{ K}, \quad \mu = 19/91 \times 10^{-6} \text{ kg/m.s}, \quad k = 0.0298 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0.7, \quad \rho = \frac{5000}{287 \times 200} = 0.007 \text{ kg/m}^3, \quad Re_L = \frac{0.007 \times 1/2 \times 100}{19/91 \times 10^{-6}} = 2/9 \times 10^6$$

$$\bar{h} = \frac{k}{L} Pr^{\frac{1}{4}} \left[0.37 Re_L^{-1/4} - 0.7 \right] = \frac{0.0298}{1/2} (0.7)^{\frac{1}{4}} \left[0.37 (2/9 \times 10^6)^{-1/4} - 0.7 \right] = 10/14 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$q = \bar{h} A (T_w - T_\infty) = 10/14 (1/2)^2 (200 - 200) = 1/22 \times 10^6 \text{ W/m}$$

۵۰- در عرض صفحه‌ای تخت و مربعی به ضلع ۱ m هیدروژن با فشار ۲ atm و دمای ۱۵۰°C و سرعت ۶ m/s جریان دارد. دمای ثابت صفحه ۱۳۹°C است. اتلاف گرما از صفحه را به دست آورید.

حل:

$$T_f = \frac{150 + 139}{2} = 144.5^\circ\text{C} = 250 \text{ K}, \quad \mu = 9/954 \times 10^{-6} \text{ kg/m.s}, \quad k = 0.026 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0.697, \quad \rho = \frac{2 \times 1/0.1 \times 10^5}{287 \times 250} = 0.139 \text{ kg/m}^3, \quad Re_L = \frac{0.139 \times 6 \times 1}{9/954 \times 10^{-6}} = 83952$$

$$\bar{h} = \left(\frac{k}{L} \right) (0.664) Re^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{4}}, \quad \bar{h} = \frac{0.026}{1} (0.664) (83952)^{\frac{1}{2}} (0.697)^{\frac{1}{4}} = 25/12 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

۵۱- آمونیاک مایع به دمای ۱۰°C را با فشار روی صفحه مربعی به ضلع ۴۵ cm با سرعت ۵ m/s می‌رانند. دمای صفحه ۵۰°C است. اتلاف گرما از صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{50 + 10}{2} = 30^\circ\text{C} = 303 \text{ K}, \quad \nu = 0.149 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0.057 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$Pr = 2/0.1, \quad Re_L = \frac{5 \times 0.45}{0.149 \times 10^{-6}} = 6/45 \times 10^6$$

$$\bar{h} = \frac{k}{L} Pr^{\frac{1}{4}} \left[0.37 Re_L^{-1/4} - 0.7 \right] = \frac{0.057}{0.45} (2/0.1)^{\frac{1}{4}} \left[0.37 (6/45 \times 10^6)^{-1/4} - 0.7 \right] = 13386 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$q = \bar{h} A (T_w - T_\infty) = 13386 \times (0.45)^2 \times (50 - 10) = 85670/77 \text{ W}$$

۵۲- روی صفحه مربعی به ضلع ۱ m هلیوم با سرعت ۵۰ m/s جریان دارد. فشار هلیوم ۴۵ kPa و دمای آن ۵۰°C است. دمای ثابت صفحه ۱۳۶°C می‌باشد. اتلاف گرما از صفحه را حساب کنید.



حل: $T_f = \frac{50 + 126}{2} = 93^\circ\text{C} = 366\text{ K}$, $\mu = 23.05 \times 10^{-4} \text{ kg/m.s}$, $k = 0.1691 \text{ W/m}^\circ\text{C}$

$$\rho = \frac{4/5 \times 10^3}{2.78 \times 266} = 0.592 \text{ kg/m}^3, Pr = 0.71, Re_L = \frac{0.592 \times 1 \times 50}{23.05 \times 10^{-4}} = 1/28 \times 10^5$$

$$\bar{h} = \left(\frac{k}{L}\right) (0.664) Re^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}} = \frac{0.1691}{1} \times (0.664) (1/28 \times 10^5)^{\frac{1}{2}} (0.71)^{\frac{1}{3}} = 25/88 \text{ W/m}^2\text{C}$$

$$q = \bar{h} A (T_w - T_\infty) = 25/88 \times (1)^2 \times (126 - 50) = 3.86 \text{ W}$$

۵۳- هوا با فشار ۱ atm و سرعت ۳۰۰ m/s روی صفحه تختی جریان دارد. دمای ثابت صفحه 100°C و دمای جریان آزاد هوا 10°C است. انتقال گرما برای صفحه مربعی به ضلع ۸۰ cm را بیابید.

حل: $T_f = \frac{100 + 10}{2} = 55^\circ\text{C} = 328 \text{ K}$, $\nu = 18/53 \times 10^{-6} \times 10 = 18/53 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, $k = 0.0284 \text{ W/m}^\circ\text{C}$

$$Pr = 0.7, Re_L = \frac{300 \times 0.18}{18/53 \times 10^{-5}} = 1/295 \times 10^6$$

$$\bar{h} = \frac{k}{L} Pr^{\frac{1}{3}} \left[0.37 Re_L^{-1/4} - 871 \right] = \frac{0.0284}{0.18} (0.7)^{\frac{1}{3}} \left[0.37 (1/295 \times 10^6)^{-1/4} - 871 \right] = 62/7 \text{ W/m}^2\text{C}$$

$$q = \bar{h} A (T_w - T_\infty) = 62/7 \times (0.18)^2 \times (100 - 10) = 367.0 \text{ W}$$

۵۴- آب با دمای 70°F و سرعت ۲۰ ft/s روی عرض صفحه تخت مربعی با ضلع ۱ ft جاری است. دمای ثابت صفحه 130°F می‌باشد. اتلاف گرمایی صفحه را حساب کنید.

حل: $T_f = \frac{70 + 130}{2} = 100^\circ\text{F}$, $\rho = 999 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 6/82 \times 10^{-4} \text{ kg/m.s}$, $k = 0.163 \text{ W/m}^\circ\text{C}$

$$Pr = 4/53, Re_L = \frac{999 \times 20 \times (0.3048)^2 (1)}{6/82 \times 10^{-4}} = 2/70.5 \times 10^6$$

$$\bar{h} = \frac{k}{L} Pr^{\frac{1}{3}} \left[0.37 Re_L^{-1/4} - 871 \right] = \frac{0.163}{1 \times 0.3048} (4/53)^{\frac{1}{3}} \left[0.37 (2/70.5 \times 10^6)^{-1/4} - 871 \right] = 14794 \text{ W/m}^2\text{C}$$

$$q = \bar{h} A (T_w - T_\infty) = 14794 \times (1)^2 \times (0.3048)^2 (130 - 70) \left(\frac{0}{9}\right) = 25812 \text{ W}$$

۵۵- هوا با سرعت ۳۰ m/s، فشار ۱ atm و دمای ۳۵۰ K بر روی صفحه تختی می‌وزد. جریان جرمی از لایه مرزی را در مکان‌هایی از x که 10^7 و 10^8 است حساب کنید.

حل: $\frac{u}{u_\infty} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{2}}$, $\dot{m} = \int_0^\delta \rho u dy = \int_0^\delta \rho u_\infty \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{2}} dy = \frac{\rho u_\infty}{\delta^{\frac{1}{2}}} \left[\frac{y^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \right]_0^\delta \Rightarrow \dot{m} = \frac{2}{3} \rho u_\infty \delta$

$$T = 350 \text{ K}, \nu = 20/76 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \rho = 0.998 \text{ kg/m}^3$$

$$Re_x = 10^8 = \frac{\rho u_\infty x}{\mu} \Rightarrow x = \frac{10^8 \times (20/76 \times 10^{-6})}{0.998} = 0.693 \text{ m} \quad (\text{الف})$$

$$\delta = x \left[(0.481) Re_x^{-\frac{1}{2}} - 1/256 Re_x^{-1} \right] = 9/54 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\dot{m} = \frac{2}{3} \times 0.998 \times 6 \times 9/54 \times 10^{-2} = 4/998 \times 10^{-2} \text{ kg/s}$$

$$Re_x = 10^7 \Rightarrow x = 6/92 \text{ m}, \delta = 0.979 \text{ m} \quad (\text{ب})$$

$$\dot{m} = \frac{2}{3} \times 0.998 \times 6 \times 0.979 = 0.513 \text{ kg/s}$$

۵۷- هوا با سرعت ۶ m/s در عرض صفحه مربعی به ضلع ۲۰ cm در فشار ۵۰ kPa و دمای ۳۰۰ K می‌وزد. یک گرم‌کن برقی در صفحه نصب شده است، به‌طوری که شار گرمایی ثابتی تولید می‌کند. کل گرمایی را که تلف می‌شود، در صورتی که دمای صفحه از ۶۰۰ K تجاوز نکند، به‌دست آورید.

حل:

$$T_f = \frac{300 + 600}{2} = 450 \text{ K}, \quad \rho = \frac{5000}{287 \times 450} = 0.0387 \text{ kg/m}^3, \quad \mu = 2.484 \times 10^{-5} \text{ kg/m.s}$$

$$k = 0.0377 \text{ W/m}^2\text{.C}, \quad Pr = 0.683, \quad Re_x = \frac{0.0387 \times 6 \times 0.12}{2.484 \times 10^{-5}} = 187.3$$

$$Nux = 0.332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3} = 0.332 \times (187.3)^{1/2} (0.683)^{1/3} = 54/56$$

$$q_w = \frac{k}{x} Nux (T_w - T_m) = \frac{0.0377}{0.12} (54/56) (600 - 300) = 30.34 \text{ W/m}^2$$

$$Q = q_w A = 30.34 (0.12)^2 = 1.21 \text{ W}$$

۵۸- جریان "اسلاگ" (slug) در لوله را می‌توان به‌صورت جریانی که در آن سرعت در کل سطح جریان لوله ثابت است، توصیف کرد. عبارتی برای ضریب انتقال گرما در این قسم جریان، در حالتی که در دیواره شرط شار گرمایی ثابت برقرار باشد، به‌دست آورید. نتایج حاصله را با آنچه در بخش (۱۰-۵) به‌دست آمده است، مقایسه کنید. دلیل تفاوت در جواب‌ها را از نظر فیزیکی توضیح دهید.

حل:

$$\frac{1}{ur} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial x} \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{u_0}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial x} \frac{r}{r} + \frac{c_1}{r}$$

$$T = \frac{u_0}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial x} \frac{r^2}{2} + c_1 \ln r + c_2, \quad \frac{c_1}{r} = f(x) = c, \quad c_1 = 0$$

$$r=0, T=T_c \Rightarrow T_c = c_2$$

$$T = \frac{u_0 r^2}{2\alpha} \frac{\partial T}{\partial x} + T_c$$

با جای‌گذاری مقادیر ثابت داریم:

$$T_b = \frac{\int_0^R \rho (2\pi r dr) u_{cp} T}{\int_0^R \rho (2\pi r dr) u_{cp}} = \frac{u_0 r^2}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial x} + T_c$$

$$r=R, T=T_w \Rightarrow T_w = \frac{u_0 R^2}{2\alpha} \frac{\partial T}{\partial x} + T_c$$

$$h = \frac{-k \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R}}{T_w - T_b}$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R} = \frac{u_0}{\alpha} \frac{r}{2} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{r=R} = \frac{u_0 R}{2\alpha} \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$h = \frac{-k \frac{u_0 R}{2\alpha} \frac{\partial T}{\partial x}}{\frac{u_0 R^2}{2\alpha} \frac{\partial T}{\partial x} + T_c - \left[\frac{u_0 R^2}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial x} + T_c \right]} = \frac{-k \frac{u_0 R}{2\alpha}}{\frac{u_0 R^2}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial x}} = \frac{-2k}{R} \Rightarrow h = \frac{2k}{d_0}, \quad Nu_d = 2$$

۵۹- فرض کنید که توزیع سرعت سراسر ناآرام برای جریان لوله‌ای به‌صورت زیر بیان شود:

$$\frac{u}{u_o} = \left(1 - \frac{r}{r_o}\right)^{\frac{1}{n}}$$

که u_o سرعت در مرکز لوله و r_o شعاع لوله است. می توان فرض کرد که سرعت در زیرلایه آرام نسبت به شعاع به صورت خطی تغییر کند. با استفاده از ضریب اصطکاک داده شده در معادله (۵-۱۱۵)، عبارتی برای ضخامت زیرلایه آرام به دست آورید. در این مسئله سرعت جریان متوسط را می توان فقط با استفاده از توزیع سرعت ناآرام حساب کرد.

حل:

$$\frac{u}{u_o} = \left(1 - \frac{r}{r_o}\right)^{\frac{1}{n}}, f = \frac{16}{Re r^{\frac{1}{n}}}$$

$$u_m = \frac{49}{60} u_o = 0.816 u_o$$

$$\frac{dp}{dx} = \frac{f \rho u_m}{2d}, \pi r_o^2 dp = \tau_w (2\pi r_o dx), \frac{dp}{dx} = \frac{2\tau_w}{r_o}, \tau_w = \mu \left. \frac{du}{dy} \right|_{r=r_o}, \tau = \mu b = \frac{\mu u_o}{\delta_L^{\frac{1}{n}} r_o^{\frac{1}{n}}}$$

$$u = a + br, r = r_o, u = 0 \Rightarrow a = -br$$

برای زیرلایه آرام پروفیل سرعت را خطی فرض می کنیم:

$$u_o = \left(1 - \frac{r_o - \delta_L}{r_o}\right)^{\frac{1}{n}} = -b \delta_L, b = -\frac{u_o}{\delta_L^{\frac{1}{n}} r_o^{\frac{1}{n}}}$$

$$\frac{dp}{dx} = \frac{16}{[\rho (0.816) (u_o) (2r_o)]^{\frac{1}{n}}} \left(\frac{1}{2r_o}\right) \rho \cdot \frac{(0.816)^{\frac{1}{n}} u_o}{2}$$

$$\delta_L^{\frac{1}{n}} = \frac{2\mu u_o}{\frac{1}{2} \times 0.816} \left[\frac{\rho (0.816) (u_o) (2r_o)}{\mu} \right]^{\frac{1}{n}} \frac{2r_o (2)}{(0.816)^{\frac{1}{n}} \rho (u_o)^{\frac{1}{n}}}$$

$$\delta_L = \left[32 \left(\frac{\mu}{u_o \rho} \right)^{\frac{1}{n}} r_o^{\frac{1}{n}} \right]^{\frac{n}{n-1}} = 81 \left(\frac{\mu}{u_o \rho} \right)^{\frac{1}{n}} r_o^{\frac{1}{n}} \Rightarrow \frac{\delta_L}{r_o} = 124 Re^{\frac{-1}{n}}$$

۶- با استفاده از نیم رخ سرعت در مسئله (۵-۵۹) عبارتی برای ضریب پخشیدگی گردایی اندازه حرکت به صورت تابعی از شعاع به دست آورید.

حل:

$$(\Delta p)(\pi r^2) = (\tau)(2\pi r)(\Delta x), \tau = \frac{\Delta p}{\Delta x} \cdot \frac{r}{2} = \rho(v + v_m) \frac{du}{dy}$$

$$\frac{u}{u_o} = \left(1 - \frac{r}{r_o}\right)^{\frac{1}{n}}, \frac{du}{dy} = (-u_o) \left(\frac{1}{r_o}\right) \left(1 - \frac{r}{r_o}\right)^{\frac{1}{n}-1} \left(-\frac{1}{r_o}\right)$$

$$\frac{du}{dy} = \left(\frac{u_o}{r_o}\right) \left(1 - \frac{r}{r_o}\right)^{\frac{1}{n}-1}$$

$$v_m = \frac{\tau}{\rho \frac{du}{dy}} - v = \frac{\frac{dp}{dx} \cdot \frac{r}{2}}{\left(\rho \frac{u_o}{r_o}\right) \left(1 - \frac{r}{r_o}\right)^{\frac{1}{n}-1}} - v$$

$$u_m = \frac{1}{\pi r_o^2} \int_0^{r_o} 2\pi r u dr = \frac{1}{\pi r_o^2} \int_0^{r_o} 2\pi r u_o \left(1 - \frac{r}{r_o}\right)^{\frac{1}{n}} dr$$

$$u_m = \frac{1}{\pi r_o^2} (2\pi r u_o) \left(\frac{y}{\lambda} \right) \left(\frac{y}{\lambda} \right) \left(\frac{y}{\lambda} \right) = 0.1816 u_o$$

$$\frac{dp}{dx} = \frac{f}{2r_o} \cdot \rho \cdot \frac{u_m^2}{2g_c} \cdot f = 0.1816 \left[\frac{2u_m r_o}{\nu} \right]^{-\frac{1}{4}} = 0.1816 \left[\frac{2 \times 0.1816 u_o r_o}{\nu} \right]^{-\frac{1}{4}}$$

$$\frac{dp}{dx} = 0.1816 \left[\frac{\nu}{2 \times 0.1816 u_o r_o} \right]^{\frac{1}{4}} \left(\frac{\rho}{2r_o} \right) \left(\frac{0.1816 u_o}{2g_c} \right)^2$$

$$s_m = 0.1816 \left[\frac{\nu}{2 \times 0.1816 u_o r_o} \right]^{\frac{1}{4}} \left(\frac{\rho}{2r_o} \right) \left(\frac{0.1816 u_o}{2g_c} \right)^2 \cdot \frac{r}{2} \cdot \frac{(1 - \frac{r}{r_o})^{\frac{5}{4}} \cdot (2r_o)}{\rho u_o} - \nu$$

$$s_m = 0.1816 \left(\frac{r}{r_o} \right) \left(\frac{u_o^2}{g_c} \right) \left(\frac{\nu}{r_o} \right)^{\frac{1}{4}} \left(1 - \frac{r}{r_o} \right)^{\frac{5}{4}} - \nu$$

۶۲- آب در لوله‌ای به قطر ۲/۵ cm جریان دارد، به طوری که عدد رینولدز براساس قطر برابر ۱۵۰۰ است. جریان آرام فرض می‌شود. حداکثر سرعت آب را در نوله به دست آورید (یادآوری می‌شود که $u_m = 0.5 u_o$). ضریب انتقال گرما را برای این سیستم، چنانچه دیواره لوله در معرض شار گرمایی ثابتی بوده و نیم‌رخ‌های سرعت و دما کاملاً توسعه یافته باشند، پیدا کنید. خواص را در دمای کپهای بیابید. دمای کپهای متوسط آب ۳۵°C است.

حل:

$$T = 35^\circ\text{C}, d = 0.025 \text{ m}, \rho = 999 \text{ kg/m}^3, Re = \frac{\rho u_m d}{\mu}$$

$$\mu = 7/24 \times 10^{-4} \text{ kg/m.s}, k = 0.627 \text{ W/m}^\circ\text{C}, u_m = \frac{(1500)(7/24 \times 10^{-4})}{(999)(0.025)} = 0.0437 \text{ m/s}$$

$$u_o = 2u_m = 0.0875 \text{ m/s}, h = \frac{2/464 k}{d} = \frac{2/464 \times 0.627}{0.025} = 10.94 \text{ W/m}^2\text{.}^\circ\text{C}$$

۶۴- هوا با عدد ماخ برابر ۴، فشار ۳ psia و دمای ۲۰۰°F بر روی صفحه تختی جریان می‌یابد. دمای صفحه ثابت و برابر ۲۰۰°F است. اگر طول صفحه ۱۸ in باشد، چه مقدار سرمایش برای ایجاد این دما لازم است؟

حل:

$$M_\infty = 4, p = 3 \text{ psia}, T_\infty = 200^\circ\text{F}, T_w = 200^\circ\text{F} = L = 18 \text{ in}, \gamma = 1/4.2$$

$$d = \sqrt{\gamma g_c RT} = 1.52 \text{ ft/s}, u_\infty = 1/51 \times 10^4 \text{ ft/hr}, \rho_\infty = 0.0126 \mu_\infty = 0.393 \text{ lb/ft}^3$$

$$Re_{L_\infty} = \frac{u_\infty \cdot X}{\nu_\infty} = 9/98 \times 10^4, T_o = T_\infty \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2 \right) = 1940^\circ\text{R} \quad \text{برای قسمت آرام:}$$

$$Pr = 0.681, r = Pr^{\frac{1}{2}} = 0.825, r = \frac{T_{aw} - T_\infty}{T_o - T_\infty} \Rightarrow T_{aw} = 1680^\circ\text{R}$$

$$T^* = T_\infty + 0.5 (T_w - T_\infty) + 0.22 (T_{aw} - T_\infty) = 829^\circ\text{R}, p^* = 0.0977 \text{ psia}, \mu^* = 0.61$$

$$k^* = 0.0218, c_p = 0.2444, Pr = 0.682$$

$$Pr = 0.682, r = Pr^{\frac{1}{2}} = 0.825, T_{aw} = 1800^\circ\text{R}, T^* = 855^\circ\text{R} \Rightarrow Pr = 0.681 \quad \text{برای قسمت آشفتگی:}$$

$$p^* = 0.0947, \mu^* = 0.626, c_p^* = 0.245, u_\infty = 1/51 \times 10^4, X = 1/5 \text{ ft}$$

$$X_o = \frac{R_{sc}^* \mu^*}{\rho^* u_\infty^2} = 0.06 \text{ ft}, Nu^* = \frac{\bar{h} X_o}{k^*} \quad \text{انتقال گرمای لایه‌ای:}$$



$$\overline{Nu}^* = (0.1564) (R_{ao}^*)^{\frac{1}{4}} (Pr^*)^{\frac{1}{4}} = 416, \quad q = \bar{h} A_s (T_w - T_\infty) = -9750 \text{ Btu/hr}$$

$$h_x = (Pr^*)^{\frac{1}{4}} (\rho^* c_p^* u_\infty) (0.0288) \left(\frac{\rho^* u_\infty X}{\mu^*} \right)^{-\frac{1}{2}} = 69 X^{-\frac{1}{2}} \quad \text{انتقال گرمای اشفتند}$$

$$\bar{h} = \int_{0.028}^{0.156} h_x dx / \int_{0.028}^{0.156} dx = 77/4 \text{ Btu/hr.ft}^2 \cdot \text{F}, \quad q = \bar{h} A_s (T_w - T_\infty) = -10800 \text{ Btu/hr}$$

$$\text{کل سرمايش} = -117250 \text{ Btu/hr}$$

۶۵- هوا بر روی صفحه‌ای هم‌دمای به دمای ثابت 65°C جریان دارد. سرعت هوا در خواص ایستایی 15°C و 7 kPa برابر 600 m/s است. ضریب انتقال گرمای متوسط را برای صفحه‌ای به طول 1 m حساب کنید.

حل:

$$u_\infty = 600 \text{ m/s}, \quad p = 7 \text{ psia}, \quad T_\infty = 15^\circ\text{C} = 288 \text{ K}, \quad P = 7000 \text{ N/m}^2, \quad L = 1 \text{ m}$$

$$a = \left[\left(\frac{1}{4} \right) (288) (288) \right]^{\frac{1}{4}} = 33.0/2 \text{ m/s}, \quad M = \frac{600}{33.0/2} = 17.94, \quad T_o = 288 \left[1 + \left(\frac{1}{2} \right) (17.94)^2 \right] = 467 \text{ K}$$

$$r = \left(\frac{1}{N} \right)^{\frac{1}{4}} = \frac{T_{aw} - 288}{467 - 288} \Rightarrow T_{aw} = 348 \text{ K} \quad \text{برای جریان آرام: فرض کنید } Pr = 0.7$$

$$T^* = 288 + 0.5 (467 - 288) + 0.22 (348 - 288) = 336 \text{ K}, \quad \rho = \frac{7000}{(288)(17.94)} = 0.135 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu = 2.17 \times 10^{-5} \text{ kg/m.s}, \quad k = 0.0297 \text{ W/m}^\circ\text{C}, \quad Pr = 0.7, \quad X_c = \frac{5 \times 10^{-5} \times 2.17 \times 10^{-5}}{0.135 \times 600} = 0.000135 \text{ m}$$

برای قسمت اشفتند:

$$r = Pr^{\frac{1}{4}} = 0.7^{\frac{1}{4}} = \frac{T_{aw} - 288}{467 - 288} \Rightarrow T_{aw} = 337 \text{ K}, \quad \rho = \frac{7000}{(288)(17.94)} = 0.135 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu = 2.17 \times 10^{-5} \text{ kg/m.s}, \quad c_p = 1009 \text{ J/kg}^\circ\text{C}, \quad k = 0.0298 \text{ W/m}^\circ\text{C}, \quad Pr = 0.7$$

$$h_x = (0.135)(600)(1009)(0.0288) \left(\frac{2.17 \times 10^{-5}}{0.135 \times 600} \right)^{-\frac{1}{2}} X^{-\frac{1}{2}} = 87/24 X^{-\frac{1}{2}}$$

$$\int_{X_c}^L h_x dx = (87/24) \left(\frac{5}{4} \right) \left[\left(\frac{1}{X_c} \right)^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{1}{L} \right)^{\frac{1}{2}} \right] = 73/66 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$\bar{h} = \frac{0.1564 \times 0.02974}{0.0288} (5 \times 10^{-5})^{\frac{1}{4}} (0.7)^{\frac{1}{4}} = 50/59 \text{ W/m}^\circ\text{C} \quad \text{ضریب انتقال گرمای لایه‌ای}$$

$$\bar{h} = \int \frac{h_x dx}{L} = \frac{(50/59)(0.0288) + 73/66}{1} = 16/10 \text{ W/m}^\circ\text{C} \quad \text{برای کل صفحه}$$

۶۶- بر روی صفحه تختی هوا با فشار 7 kPa و دمای -40°C با عدد ماخ ۴ جریان دارد. دمای صفحه 35°C و طول آن 60 cm است. دمای بی‌دررو (آدیاباتیک) دیوار را برای ناحیه آرام لایه مرزی حساب کنید.

حل:

$$Pr = 0.69, T_e = 222 \left[1 + (0.2) (4)^{1/4} \right] = 279 \text{ K}$$

$$r = (Pr)^{1/4} = (0.69)^{1/4} = \frac{T_{aw} - 222}{279 - 222} \Rightarrow T_{aw} = 252 \text{ K}$$

۶۷- تونل بادی به منظور تولید شرایط جریان ماخ $2/8$ در -20°C و $p = 5 \text{ kPa}$ ساخته شده است. دمای رکود برای این شرایط چیست؟ دمای بی‌دررو (آدیاباتیک) دیواره برای نواحی آرام و ناآرام لایه مرزی روی صفحه تخت چه خواهد بود. اگر صفحه تختی در تونل نصب شود به‌طوری که $R_{eL} = 10^7$ باشد، انتقال گرما به‌ازای دمای ثابت دیواره در 0°C چه خواهد بود؟

حل:

$$T_\infty = -20^\circ\text{C} = 222 \text{ K}, a = \left[(1/2) (1) (287) (222) \right]^{1/2} = 306 \text{ m/s}$$

$$u_\infty = (2/8) (306) = 256 \text{ m/s}, T_0 = (222) \left[1 + (0.2) (2/8)^2 \right] = 298 \text{ K}$$

$$T^* = 250 \text{ K} \Rightarrow Pr = 0.69$$

$$r = Pr^{1/4} = 0.83 \Rightarrow T_{aw} = (0.83) (298 - 222) + 222 = 246 \text{ K} \quad \text{جریان آرام}$$

$$r = Pr^{1/4} = 0.88 \Rightarrow T_{aw} = (0.88) (298 - 222) + 222 = 255 \text{ K} \quad \text{جریان آشفته}$$

۶۸- گلیسرین در دمای 30°C بر روی صفحه تخت مربعی به ضلع 30 cm با سرعت $1/5 \text{ m/s}$ جریان دارد. نیروی کششی هر دو طرف صفحه $8/9 \text{ N}$ است. ضریب انتقال گرما را برای این سیستم جریان به‌دست آورید.

حل:

$$T_\infty = 30^\circ\text{C} = 302 \text{ K}, \rho = 1258 \text{ kg/m}^3, L = 0.3 \text{ m}, c_p = 2445 \text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$$

$$u_\infty = 1/5 \text{ m/s}, Pr = 5280$$

$$D = 8/9 \text{ N} = (\tau_w) (A) \quad A: \text{در این جامه‌ساخت دو طرف صفحه است.}$$

$$\tau_w = \frac{8/9}{(2) (0.3)^2} = 49/44 \text{ N/m}^2, \tau_w = \frac{C_f}{2} \rho u_\infty^2 \Rightarrow C_f = \frac{(2) (49/44)}{(1258) (1/5)^2} = 0.349$$

$$st.Pr^{1/3} = \frac{C_f}{2} \Rightarrow st = \frac{0.349}{2} (5280)^{-1/3} = 5/689 \times 10^{-5}$$

$$\bar{h} = (5/689 \times 10^{-5}) (1258) (1/5) (2445) = 262 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$$

۷۰- نیروی کششی (اصطکاک-لزوجت) روی صفحه تخت مسأله (۵-۲۱) را در شرایطی که هیچ انتقال گرمایی وجود ندارد حساب کنید. از تشابه بین اصطکاک سیال و انتقال گرما برای این مسأله استفاده نکنید؛ یعنی کشش را مستقیماً با ارزیابی تنش برشی لزجی در دیوار به‌دست آورید.



حل:

$$T_{\infty} = 25^{\circ}\text{C}, L = 0.7 \text{ m}, T_w = 250^{\circ}\text{C}, u_{\infty} = 6 \text{ m/s}, P = 14000 \text{ N/m}^2$$

$$T_f = \frac{250 + 25}{2} = 137.5^{\circ}\text{C} = 410.6 \text{ K} \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{14000}{(287)(410.6)} = 0.117 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu = 2/399 \times 10^{-5} \text{ kg/m.s}, k = 0.03374 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}, Pr = 0.685$$

$$Re = \frac{(0.117)(6)(0.7)}{2/399 \times 10^{-5}} = 8966 \quad \text{جریان آرام می‌باشد.}$$

$$\frac{C_f}{\gamma} = 0.664 Re^{-1/2} \quad \Rightarrow \quad C_f = (2)(0.664)(8966)^{-1/2} = 0.014$$

$$D = (\tau_w)(A) \quad \tau_w = \frac{C_f}{\gamma} \rho u_{\infty}^2 = \left(\frac{0.014}{2}\right)(0.117)(6)^2 = 0.0295 \text{ N/m}^2 \quad \text{اگر هوا تنها بر یک صفحه بوزد، داریم:}$$

$$D = (0.0295)(0.7)^2 = 0.0146 \text{ N}$$

$$D = 2 \times 0.0146 = 0.0291 \text{ N}$$

اگر هوا بر دو طرف صفحه بوزد:

۷۱- روی صفحه تخت مربعی به ضلع $1/3 \text{ cm}$ ، ازت با فشار 100 kPa ، دمای 20°C و سرعت 3 m/s می‌وزد. دمای صفحه ثابت و برابر 100°C است. ضریب اصطکاک متوسط و انتقال گرما از صفحه را بیابید.

حل:

$$T_f = 60^{\circ}\text{C} = 333 \text{ K}, \rho = 1.046 \text{ kg/m}^3, c_p = 1.022 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}, \mu = 19/22 \times 10^{-6} \text{ kg/m.s}$$

$$k = 0.02858 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}, Re = \frac{(1.046)(3)(1/3)}{19/22 \times 10^{-6}} = 2/122 \times 10^5$$

$$\bar{h} = \frac{0.02858}{1/3} (0.664) (2/122 \times 10^5)^{1/2} (0.7)^{1/4} = 5/97 \text{ W/m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}$$

$$q = (5/97) (1/3)^2 (100 - 20) = 8.7/2 \text{ W}$$

$$C_f = (2) (0.664) (2/122 \times 10^5)^{-1/2} = 2/882 \times 10^{-3}$$

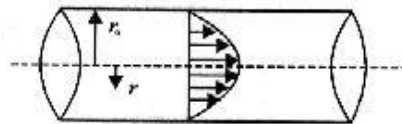
۷۲- با استفاده از توزیع سرعت برای جریان آرام توسعه یافته در یک لوله، عبارتی برای ضریب اصطکاک، به صورتی که در معادله (۵-۱۱۲) تعریف شده، به دست آورید.

حل:

$$\frac{u}{u_c} = 1 - \left(\frac{r}{r_c}\right)^2, \Delta P = f \frac{L}{\alpha} \rho u_m^2$$

$$f = \frac{(\Delta P)(d)(2g_c)}{(L)(\rho)(u_m^2)} = \left(\frac{\Delta P}{L}\right) \frac{(d)(2g_c)}{(\rho)(u_m^2)}$$

$$\frac{dP}{dX} = \frac{2\mu}{r} \cdot \frac{du}{dr} = \frac{\Delta P}{L}$$



$$f = \frac{\gamma \mu}{r} \cdot \frac{du}{dr} \cdot \frac{(d)(\gamma g_c)}{(\rho)(u_m^2)}, \quad du = -\gamma r dr \left(\frac{u_o}{r_o^2} \right)$$

$$\frac{du}{dr} = \frac{-\gamma r u_o}{r_o^2}, \quad f = \left(\frac{\gamma \mu}{r} \right) \left(\frac{-\gamma r u_o}{r_o^2} \right) \frac{(d)(\gamma g_c)}{(\rho)(u_m^2)}$$

$$u_m = \frac{\int_0^r \gamma \pi r u dr}{\pi r_o^2} = \frac{\gamma u_o \int_0^r \left(1 - \frac{r^2}{r_o^2} \right) r dr}{r_o^2} = \frac{u_o}{2} \Rightarrow f = \frac{64 g_c}{\rho u_m d} = \frac{64}{Re d}$$

۷۳- روغن موتور با دمای 10°C روی صفحهٔ مربعی به ضلع 15 cm که سطح بالایی آن در معرض شار گرمایی ثابت 10 kW/m^2 قرار گرفته است، جریان دارد. (الف) اختلاف دمای متوسط، (ب) اختلاف دما در لبهٔ بالارونده و (پ) ضریب انتقال گرمای متوسط را معین کنید. از رابطهٔ چرچیل [معادله (۵-۵۱)] استفاده نمایید. فرض کنید $u_\infty = 0.5\text{ m/s}$

حل:

$$q_w = 10\text{ kW/m}^2, L = 0.15\text{ m}, T_\infty = 20^\circ\text{C}$$

$$Nu_x = \frac{0.7549 R_{ex}^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}}}{\left[1 + \left(\frac{0.468}{Pr} \right)^{\frac{1}{4}} \right]^{\frac{1}{4}}} = C X^{\frac{1}{2}}$$

$$T = 20^\circ\text{C}: \quad \rho = 888\text{ kg/m}^3, \quad \nu = 1.0 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0.145\text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}, \quad Pr = 1040$$

$$T_w - T_\infty = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{q_w \cdot X}{k Nu_x} dX = \frac{1}{L} \cdot \frac{q_w}{k} \cdot \frac{1}{C} \cdot \frac{L^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{X}} = \frac{\gamma}{2} \cdot \frac{q_w}{k} \cdot \frac{L}{Nu_L}$$

$$R_{eL} = \frac{0.15 \times 0.5}{1.0 \times 10^{-6}} = 75000 \quad \text{در دمای } 20^\circ\text{C}$$

$$Nu_L = 67146 \Rightarrow T_w - T_\infty = \left(\frac{\gamma}{2} \right) \left(\frac{1000}{0.145} \right) \left(\frac{0.15}{67146} \right) = 102/22^\circ\text{C}$$

$$T_w = 112/22^\circ\text{C} \Rightarrow T_f = \frac{112/22 + 20}{2} = 71/11^\circ\text{C}$$

$$\nu = 1.6 \times 10^{-7}\text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0.139\text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}, \quad Pr = 790$$

$$R_{eL} = \frac{0.15 \times 0.5}{1.6 \times 10^{-7}} = 46875, \quad Nu_L = 110/21 \Rightarrow T_w - T_\infty = \left(\frac{\gamma}{2} \right) \left(\frac{1000}{0.139} \right) \left(\frac{0.15}{110/21} \right) = 65^\circ\text{C}$$

$$X = L: \quad T_w - T_\infty = \frac{q_w}{k} \cdot \frac{L}{Nu_L} = 97/73^\circ\text{C}, \quad \bar{h} = \frac{(0.139)(110/21)}{0.15} = 102/31\text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$$

۷۴- مسأله (۵-۷۳) را در حالتی که دمای سطح صفحه ثابت و برابر دمای لبهٔ بالارونده باشد حل کنید و انتقال گرمای کل را بیابید.

حل:

$$\bar{h} = \frac{0.129}{0.15} (0.166)^{\frac{1}{4}} (1250)^{\frac{1}{4}} (790)^{\frac{1}{4}} = 20.1/10 \text{ W/m}^2\text{C}$$

$$q = (20.1/10) (0.15)^2 (9783) = 442/2 \text{ W}$$

۷۵- برای هوا در فشار ۱ atm، دمای ۲۵°C و سرعت جریان آزاد ۲۵ m/s، طولی از صفحه تخت را تعیین کنید که اعداد رینولدز 5×10^5 و 10^8 تولید شوند. ضخامت لایه مرزی در این اعداد رینولدز را حساب کنید.

حل:

$$T_{\infty} = 25^{\circ}\text{C}, u_{\infty} = 25 \text{ m/s}, P = 1 \text{ atm}$$

$$\rho = \frac{P}{RT} = \frac{101000}{(287)(273 + 25)} = 1/18 \text{ kg/m}^3, \mu = 1/8462 \times 10^{-5} \text{ kg/m.s}$$

$$Re = \frac{\rho u_{\infty} L}{\mu} \Rightarrow L_1 = \frac{(5 \times 10^5) (1/8462 \times 10^{-5})}{(1/18) (25)} = 0.173 \text{ m} \quad (\text{الف})$$

$$L_2 = \frac{(10^8) (1/8462 \times 10^{-5})}{(1/18) (25)} = 23.76 \text{ m}$$

$$\frac{\delta}{x} = \frac{4.64}{\sqrt{Re_x}} \Rightarrow \delta_1 = \frac{(4.64) (0.173)}{\sqrt{5 \times 10^5}} = 1/12 \times 10^{-2} \text{ m}, \delta_2 = 0.161 \text{ m} \quad (\text{ب})$$

۷۶- ضخامت لایه مرزی را برای عدد رینولدز 5×10^5 در سیالات زیر که روی صفحه تخت با سرعت ۲۰ m/s جریان دارند، به دست آورید. (الف) هوا در ۱ atm و ۱۰°C، (ب) آب مایع اشباع در ۱۰°C، (پ) هیدروژن در ۱ atm و ۱۰°C، (ت) آمونیاک مایع اشباع در ۱۰°C و (ث) فریون مایع اشباع در ۱۰°C.

حل:

سیال	Pr	ρ	μ
آب	۹۴۰	۹۹۲/۲	$1/31 \times 10^{-3}$
هوا	۰/۶۹	۰/۹۳	$2/186 \times 10^{-5}$
هیدروژن	۰/۶۹۳	۰/۰۶۵	$10/4 \times 10^{-6}$
آمونیاک	۲/۰۴	۶۲۶/۱۶	$230/33 \times 10^{-6}$
فریون-۱۲	۳/۶	۱۳۶۴/۲۰	$276/9 \times 10^{-6}$

$$Re = \frac{\rho u_{\infty} L}{\mu} \Rightarrow L = \frac{Re \cdot \mu}{\rho u_{\infty}}, \quad Re = 5 \times 10^5$$

$$L_1 = \frac{(5 \times 10^5) (2/186 \times 10^{-5})}{(0/93) (20)} = 0.587 \text{ m} \quad \text{هوا}$$

$$L_2 = \frac{(5 \times 10^5) (1/31 \times 10^{-3})}{(999/2) (20)} = 0.32 \text{ m} \quad \text{آب}$$

$$L_r = \frac{(5 \times 10^{-5}) (1/3 \times 10^{-5})}{(0.165) (20)} = 0.14 \text{ m} \quad \text{هیدروژن}$$

$$L_{Ar} = \frac{(5 \times 10^{-5}) (2/3 \times 10^{-7})}{(626/16) (20)} = 0.0091 \text{ m} \quad \text{آمونیاک}$$

$$L_{H_2} = \frac{(5 \times 10^{-5}) (2/769 \times 10^{-5})}{(1364/3) (20)} = 0.000507 \text{ m} \quad \text{فریون-۱۲}$$

$$\frac{\delta}{X} = \frac{4/64}{\sqrt{Re}} \quad \frac{\delta_L}{\delta} = Pr^{-\frac{1}{4}}$$

$$\delta_1 = \frac{(2/64) (0.0887)}{\sqrt{5 \times 10^{-5}}} = 0.00385 \text{ m} , \quad \delta_{L_1} = 0.00385 (0.169)^{-\frac{1}{4}} = 0.0044 \text{ m}$$

$$\delta_r = 2/0.9 \times 10^{-7} \text{ m} , \quad \delta_{Lr} = 9/9 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$\delta_r = 2/64 \times 10^{-7} \text{ m} , \quad \delta_{Lr} = 2/96 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\delta_r = 5/97 \times 10^{-5} \text{ m} , \quad \delta_{Lr} = 4/70.8 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$\delta_{H_2} = 2/96 \times 10^{-7} \text{ m} , \quad \delta_{L_{H_2}} = 1/92 \times 10^{-7} \text{ m}$$

روابط تجربی در انتقال گرمای جابه‌جایی اجباری

۱- روغن موتور با دمای 120°C وارد لوله‌ای به قطر 5 mm می‌شود. دمای دیواره لوله 50°C بوده و عدد رینولدز ورودی 1000 است انتقال گرما، ضریب انتقال گرمای متوسط، دمای روغن خروجی را برای لوله‌هایی به طول 20 cm و 50 cm حساب کنید.

حل:

$$L = 20\text{ cm}, \quad \frac{L}{d} = 40, \quad T = 120^{\circ}\text{C}, \quad Pr = 175, \quad k = 0.125, \quad C_p = 2180.7$$

$$\mu = (0.124 \times 10^{-3}) (829) \text{ kg/m.s}, \quad h = \frac{0.125}{0.005} \left(\frac{1}{186} \right) (175000)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{4} \right)^{\frac{1}{4}} = 821/4, \quad \dot{m} = 0.0404 \text{ kg/s}$$

$$(0.0404) (2180.7) (120 - T_c) = (821/4) (\pi) (0.005) (2) \left[\left(60 + \frac{T_c}{4} \right) - 50 \right] \quad (a) \quad \Rightarrow \quad T_c = 118/1^{\circ}\text{C}$$

$$T_w = 50^{\circ}\text{C}, \quad v = 0.00057 \text{ m}^2/\text{s}, \quad \bar{h} = (821/4) \left(\frac{0.124 \times 10^{-3}}{0.00057} \right)^{0.7} = 280/6 \text{ W/m}^2\cdot^{\circ}\text{C}$$

با محاسبه دوباره T_c از معادله (a) داریم:

$$T_c = 118/9^{\circ}\text{C}$$

$$q = (0.0404) (2180.7) (120 - 118/9) = 104/8 \text{ W}$$

۲- آب با دمای کپه‌ای متوسط 80°F و سرعت 0.125 ft/s در لوله صاف افقی جاری است. طول لوله 6 ft قطر آن 1 in و دمای دیواره آن 180°F است. نرخ انتقال گرما را حساب کنید.

حل:

$$T_b = 80^{\circ}\text{F}, \quad C_p = 2179 \text{ J/kg}\cdot^{\circ}\text{C}, \quad \rho = 995/8 \text{ kg/m}^3, \quad \mu = 8/6 \times 10^{-4} \text{ pa.s}$$

$$k = 0.614 \text{ W/m}\cdot^{\circ}\text{C}, \quad Pr = 5/85, \quad u = 0.1281 \text{ m/s}, \quad d = 0.0254 \text{ m}, \quad L = 1/8288 \text{ m}$$

$$Re = \frac{(995/8) (0.1281) (0.0254)}{8/6 \times 10^{-4}} = 1120/55$$

$$Gz = Re \cdot Pr \cdot \frac{d}{L} = 91/0.44, \quad \frac{1}{Gz} = 0.01098, \quad \overline{Nud} = 7/1$$

$$\begin{aligned}\bar{h} &= \frac{(7/1)(0.613)}{0.252} = 171/64 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C} \\ \dot{m} &= \rho \cdot u \cdot A = (995)(0.0281)(\pi) \frac{(0.252)^2}{4} = 0.192 \text{ kg/s} \\ q &= \dot{m} \cdot C_p \cdot \Delta T_b = h \cdot \pi \cdot d \cdot L (T_w - T_b) \\ (0.192)(4179)(T_w - 80) &= (171/64)(\pi)(0.252)(1/8288)(180 - 40 - \frac{T_w}{2}) \\ T_w &= 102^\circ\text{F} \quad , \quad q = 120.4/65 \text{ W}\end{aligned}$$

۳- آمونیاک مایع در کانالی با مقطع مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۱ cm جریان دارد. دمای کپهای متوسط 20°C بوده و دمای دیواره کانال 50°C است. جریان آرام کاملاً توسعه یافته با عدد رینولدز ۱۰۰۰ به وجود می‌آید. انتقال گرما به ازای واحد طول کانال را حساب کنید.

حل:

$$\begin{aligned}Nu_T &= 2.44 \quad , \quad k = 0.521 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} \quad , \quad D_H = \frac{4A}{P} = \frac{(2)(1)(\frac{1}{2})}{3} (0.186) = 0.5744 \text{ cm} \\ h &= \frac{(2.44)(0.521)}{0.05744} = 222/9 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C} \quad , \quad \frac{q}{L} = (222/9)(0.03)(50 - 20) = 20.0/6 \text{ W/m}\end{aligned}$$

۴- آب در کانالی به سطح مقطع $10 \times 5 \text{ mm}$ به دمای کپهای متوسط 20°C جریان دارد. چنانچه دمای دیواره کانال در 60°C ثابت و جریان آرام کاملاً توسعه یافته باشد، انتقال گرما به ازای واحد طول را حساب کنید.

حل:

$$\begin{aligned}D_H &= \frac{4A}{P} = \frac{(2)(5)(10)}{30} = 6/667 \text{ mm} \quad , \quad k = 0.6 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} \quad , \quad Nu_T = 2/391 \\ h &= \frac{(2/391)(0.6)}{6/667 \times 10^{-3}} = 205/12 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C} \quad , \quad \frac{q}{L} = (205/12)(30 \times 10^{-3})(60 - 20) = 266 \text{ W/m}\end{aligned}$$

۵- آب با آهنگ ۳ kg/s ضمن عبور از لوله مسی به قطر داخلی ۵ cm از ۵ تا 15°C گرم می‌شود. دمای دیواره لوله 90°C است. طول لوله چقدر است؟

حل:

$$\begin{aligned}q &= (3)(4175)(15 - 5) = 125850 \text{ W} \quad , \quad T = 10^\circ\text{C} \quad , \quad \mu = 1/41 \times 10^{-3} \text{ kg/m.s} \\ k &= 0.585 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} \quad , \quad pr = 9/40 \quad , \quad Red = \frac{(0.05)(3)(3)}{(\pi)(0.05)^2(1/41) \times 10^{-3}} = 58316 \\ h &= \frac{0.585}{0.05} (0.033)(58316)^{0.4} (9/40)^{0.14} = 2282 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C} \\ q &= 125850 = (2282)(0.05)(L)(90 - 10) \longrightarrow L = 2/228 \text{ m}\end{aligned}$$

ع- آب با آهنگ 0.8 kg/s با عبور از لوله‌ای به قطر $2/5 \text{ cm}$ از 35°C تا 40°C گرم می‌شود. دمای سطح لوله 90°C است. طول لوله چه قدر باشد تا این گرمایش انجام شود؟

حل:

$$q = (0.8) (4221) (40 - 35) = 16884 \text{ W}, \quad \mu = 6/82 \times 10^{-3} \text{ kg/m.s}$$

$$\rho = 998 \text{ kg/m}^3, \quad k = 0.62 \text{ W/m}^\circ\text{C}, \quad pr = 4/53, \quad Re = \frac{(0.8) (0.0025) (9)}{(\pi) (0.0025)^2 (6/82 \times 10^{-3})} = 59741$$

$$h = \frac{(0.62) (0.62)}{0.0025} (59741)^{1/4} (4/53)^{1/4} = 7024 \text{ W/m}^2\text{.}^\circ\text{C}$$

$$q = 16884 = (7024) (\pi) (0.0025) (L) (90 - 37/5) \rightarrow \boxed{L = 0.528 \text{ m}}$$

۷- در لوله‌ای به قطر داخلی $2/5 \text{ cm}$ و طول $1/5 \text{ m}$ آب با آهنگ 1 kg/s جاری است. افت فشار در طول $1/5 \text{ m}$ برابر 7 kPa است. دمای دیواره لوله توسط یک بخار چگالنده در 50°C ثابت نگه‌داشته شده و دمای ورودی آب 20°C است. دمای خروجی آب را پیدا کنید.

حل:

$$2D = \frac{1/5}{0.0025} = 80, \quad T_{fm} = \frac{50 + 20}{2} = 35^\circ\text{C}, \quad T = 20^\circ\text{C}, \quad \rho = 998 \text{ kg/m}^3$$

$$C_p = 4180 \text{ J/kg}^\circ\text{C}, \quad T = 35^\circ\text{C}, \quad pr = 5/45, \quad m = 1 = \frac{(\pi) (0.0025)^2 u_m}{4}$$

$$u_m = 70.4 \text{ m/s}, \quad 7000 = f(80) \frac{(998) (70.4)^3}{4} \Rightarrow f = 0.062$$

$$St_b = \frac{(0.062) (5/45)}{80} = 2/268 \times 10^{-3}$$

$$h = (2/268 \times 10^{-3}) (998) (4180) (70.4) = 19297 \text{ W/m}^2\text{.}^\circ\text{C}$$

$$q = (19297) (\pi) (0.0025) (1/5) \left[50 - \frac{T_{b,out} + 20}{2} \right] = (1) (4180) [T_{b,out} - 20] \Rightarrow \boxed{T_{b,out} = 32/83^\circ\text{C}}$$

۸- آب با آهنگ 1 kg/s در لوله‌ای به قطر داخلی $2/5 \text{ cm}$ جریان دارد. دمای ورودی آب 15°C و دمای خروجی 50°C است. دمای دیواره لوله 12°C بیشتر از دمای آب در سراسر لوله است. طول لوله چه قدر است؟

حل:

$$T_{b,mean} = \frac{15 + 50}{2} = 32/5^\circ\text{C}, \quad q = (1) (4180) (50 - 15) = 145950 \text{ W}$$

$$pr = 5/1, \quad \mu = 7/7 \times 10^{-3} \text{ kg/m.s}, \quad k = 0.623 \text{ W/m}^\circ\text{C}, \quad Re = \frac{(1) (0.0025) (1)}{(\pi) (0.0025)^2 (7/7 \times 10^{-3})} = 66142$$

$$h = \frac{(0.623) (0.623)}{0.0025} (66142)^{1/4} (5/1)^{1/4} = 7901 \text{ W/m}^2\text{.}^\circ\text{C}$$

$$q = 145950 = (7901) (\pi) (0.0025) (L) (12) \Rightarrow \boxed{L = 16/8 \text{ m}}$$

۹- روغن موتور با دمای 38°C وارد لوله‌ای به قطر $1/25\text{ cm}$ و طول 3 m می‌شود. دمای دیواره لوله 65°C و سرعت جریان 0.3 m/s است. کل انتقال گرما به روغن و دمای خروجی آن را به دست آورید.

حل: فرض کنید که دمای کپه متوسط 50°C باشد.

$$T_{b,\text{mean}} = 50^{\circ}\text{C}, \quad \rho = 870\text{ kg/m}^3, \quad C_p = 2000\text{ J/kg}\cdot^{\circ}\text{C}, \quad u_m = 0.3\text{ m/s}$$

$$k = 0.149\text{ W/m}\cdot^{\circ}\text{C}, \quad \nu = 1/24 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}, \quad \mu_r = 1960, \quad Re = \frac{(0.3)(0.0125)}{1/24 \times 10^{-6}} = 30/23$$

$$Nu = (1/86) \left[(30/23)^{1/4} (1960) \left(\frac{0.0125}{3} \right) \right]^{1/4} \left(\frac{1/24}{1/23} \right)^{1/4} = 12/59$$

$$h = \frac{(12/59)(0.149)}{0.0125} = 139/9\text{ W/m}^2\cdot^{\circ}\text{C}$$

$$q = (139/9)(\pi)(0.0125)(3) \left[65 - \frac{T_c}{2} - \frac{T_h}{2} \right] = (870) \frac{\pi (0.0125)^2}{4} (0.3)(2000)(T_c - 38)$$

$$49/829 = 1/287 T_c, \quad T_c = 34/16^{\circ}\text{C}, \quad q = 294/6\text{ W}$$

۱۰- هوا با فشار 100 kPa و دمای 15°C در کانال مستطیلی طولی به ابعاد $1.5\text{ cm} \times 7/5$ جریان دارد. دما در $1/8$ از کانال در 120°C ثابت نگه‌داشته شده و دمای متوسط هوای خروجی 65°C است. آهنگ جریان هوا و کل انتقال گرما را حساب کنید.

حل:

$$Nu = 3/391, \quad T_f = 30^{\circ}\text{C}, \quad \nu = 1/9 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}, \quad \rho = 1/8\text{ kg/m}^3, \quad \mu_r = 0/7$$

$$k = 0.37\text{ W/m}\cdot^{\circ}\text{C}, \quad Nu = \frac{h \cdot k}{d}, \quad C_p = 1/005\text{ kJ/kg}\cdot^{\circ}\text{C}$$

$$D_H = \frac{4A}{P} = \frac{(4)(0.015)(0.015)}{(2)(0.015 + 0.015)} = 0/8, \quad h = \frac{(3/391)(0/8)}{0.37} = 12/56\text{ W/m}^2\cdot^{\circ}\text{C}$$

$$q = (12/56)(1/8)(4)(0.015)(0.015)(65 - 15) = (\dot{m})(1/005 \times 10^3)(120 - 30)$$

$$\dot{m} = 0/0113\text{ kg/s}, \quad q = 91/557\text{ W}$$

۱۱- آب با آهنگ 0.5 kg/s در لوله صافی به قطر داخلی $2/5\text{ cm}$ و طول 1.5 m جریان دارد. دمای ورودی آب 10°C و دمای دیواره لوله 15°C بیشتر از دمای آب در کل طول لوله است. دمای خروجی آب چه قدر است؟

حل:

$$\mu = 1/31 \times 10^{-3}\text{ kg/m}\cdot\text{s}, \quad k = 0.585\text{ W/m}\cdot^{\circ}\text{C}, \quad \mu_r = 9/4$$

$$Re = \frac{(0/5)(0.025)(3)}{(\pi)(0.025)^2(1/31 \times 10^{-3})} = 19339$$

$$h = \frac{(0/23)(0.585)}{(0.025)} (19339)^{1/4} (9/4)^{1/4} = 3557\text{ W/m}^2\cdot^{\circ}\text{C}$$

$$q = (3557)(0.025)(15)(15) = (0/5)(3190) \Delta T_b \Rightarrow \Delta T_b = 30/11^{\circ}\text{C} \Rightarrow T_{\text{out}} = 40/11^{\circ}\text{C}$$



۱۲- آب با دمای متوسط 300 K و آهنگ 0.7 kg/s در لوله‌ای به قطر 2.5 cm و طول 6 m جریان دارد. افت فشار 2 kPa اندازه‌گیری می‌شود. فشار گرمایی ثابت اعمال شده و دمای متوسط دیواره 55°C است. دمای خروجی آب را به دست آورید.

حل:

$$\Delta p = f \frac{L}{D} \frac{\rho u_m^2}{2} \quad , \quad T_f = \frac{27 + 55}{2} = 41^\circ\text{C} \quad , \quad P_f = 2/22$$

$$\rho = 996\text{ kg/m}^3 \quad , \quad \mu = 8/6 \times 10^{-4}\text{ kg/m.s} \quad , \quad k = 0.614\text{ W/m}^\circ\text{C} \quad , \quad Pr = 5/85$$

$$C_p = 4179\text{ J/kg}^\circ\text{C} \quad , \quad u_m = \frac{0.7}{(\pi)(0.025)^2} = 1/43\text{ m/s} \quad , \quad f = \frac{(2000)(0.025)(2)}{(6)(996)(1/43)} = 8/16 \times 10^{-2}$$

$$St_b \cdot P_f^{1/4} = \frac{f}{8} \quad , \quad h = \frac{(8/16 \times 10^{-2})(996)(1/43)(4179)(4/22)^{1/4}}{8} = 2321\text{ W/m}^2\text{C}$$

$$q = h \cdot A (T_w - T_b) = \dot{m} \cdot C_p \cdot \Delta T_b \quad \Rightarrow \quad \Delta T_b = \frac{(2321)(\pi)(0.025)(6)(55 - 27)}{(0.7)(4179)} = 10/47^\circ\text{C}$$

$$T_{out} = 27 + 10/47 = 32/24^\circ\text{C}$$

۱۳- روغن با $pr = 1960$ و $\rho = 860\text{ kg/m}^3$ و $\nu = 1/6 \times 10^{-4}\text{ m}^2/\text{s}$ و $k = 0.14\text{ W/m}^\circ\text{C}$ وارد لوله‌ای به قطر 2.5 mm و طول 0.6 m می‌شود. دمای ورودی روغن 20°C ، سرعت جریان متوسط 0.3 m/s و دمای دیواره لوله 120°C است. آهنگ انتقال گرما را حساب کنید.

حل:

$$Re = \frac{(0.3)(0.0025)}{1/6 \times 10^{-4}} = 4/69 \quad , \quad Re \cdot Pr \cdot \frac{d}{L} = (4/69)(1960)\left(\frac{0.0025}{0.6}\right) = 2/28$$

$$h = \frac{0.14}{0.0025} (1/86) (2/28)^{1/4} = 251\text{ W/m}^2\text{C} \quad , \quad C_p = \frac{Pr \cdot k}{\mu} = \frac{(1960)(0.14)}{(1/6 \times 10^{-4})(860)} = 1994\text{ J/kg}^\circ\text{C}$$

$$\dot{m} = \frac{(860)(\pi)(0.0025)^2(0.3)}{4} = 1/266 \times 10^{-3}\text{ kg/s}$$

$$q = (1/266 \times 10^{-3})(1994)(T_e - 20) = (351)(\pi)(0.0025)(0.6)\left(120 - \frac{T_e + 20}{2}\right)$$

$$T_e = 69/26^\circ\text{C} \quad , \quad q = 120/67\text{ W}$$

۱۴- آمونیاک مایع در لوله صافی به قطر 2.5 cm و طول 2 m با آهنگ 1 lbm/s جریان دارد. آمونیاک در 10°C وارد و در 38°C خارج می‌شود. فشار حرارتی ثابتی روی دیواره لوله اعمال می‌شود. دمای متوسط دیواره را که برای این انتقال گرما لازم است، حساب کنید.

حل:

$$\dot{m} = 1 \text{ lbm/s} = 0.454 \text{ kg/s} \quad , \quad T_{b,m} = \frac{10 + 24}{2} = 17^\circ\text{C} \quad , \quad \rho = 60.5/6 \text{ kg/m}^3$$

$$\nu = 0.755 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \quad , \quad k = 0.515 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} \quad , \quad C_p = 2830 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C} \quad , \quad Pr = 2/2$$

$$Re = \frac{(0.454)(0.755)(2)}{(\pi)(0.755)^2(0.755 \times 10^{-6})(60.5/6)} = 1/14 \times 10^5$$

$$h = \frac{0.515}{0.755} (0.755)(1/14 \times 10^5)^{1/4} (2/2)^{-1/4} = 6969 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$q = (0.454)(2830)(24 - 10) = 6152 \text{ W} = (6969)(\pi)(0.755)(2/5)(T_w - 24) \Rightarrow T_w = 69^\circ\text{C}$$

۱۵- فرئون ۱۲۰۰ مایع (CCl₄, Pr) در لوله‌ای به قطر ۱/۲۵ cm با سرعت ۳ m/s جریان دارد. ضریب انتقال گرما را برای دمای کپه‌ای ۱۰°C به دست آورید و با نتایج حاصل از آب در همان شرایط مقایسه کنید؟

حل: $Pr = 3/6$, $\nu = 0.23 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $k = 0.73 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$, $\rho = 1324 \text{ kg/m}^3$, $F = 12$

$$Re = \frac{(3)(0.125)}{0.23 \times 10^{-6}} = 184700 \quad , \quad h = \frac{0.73}{0.125} (0.23)(184700)^{1/4} (3/6)^{-1/4} = 2663 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

آب: $\rho = 999 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 1/31 \times 10^{-3} \text{ kg/m.s}$, $k = 0.515 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$, $Pr = 9/4$

$$Re = \frac{(999)(3)(0.125)}{1/31 \times 10^{-3}} = 57195 \Rightarrow h = \frac{0.515}{0.125} (0.23)(57195)^{1/4} (9/4)^{-1/4} = 16870 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

۱۶- آب با دمای متوسط ۱۰°C و آهنگ ۰/۴ kg/s در لوله‌ای به قطر ۲/۵ cm و طول ۶ m جریان دارد. افت فشار اندازه‌گیری شده ۳ kPa است. شار گرمایی ثابتی اعمال می‌شود و دمای متوسط دیواره ۵۰°C است. دمای خروجی آب را پیدا کنید.

حل: $T_f = \frac{50 + 10}{2} = 30^\circ\text{C}$, $L = 6 \text{ m}$, $d = 2/5 \text{ cm}$, $\dot{m} = 0.4 \text{ kg/s}$, $\Delta p = 3000 \text{ N/m}^2$

$\rho = 999 \text{ kg/m}^3$, $C_p = 4195 \text{ J/Kg} \cdot ^\circ\text{C}$ در 10°C

در 30°C $Pr = 5/22$, $\nu = \frac{(999)(\pi)(0.755)^2 u_m}{4} \Rightarrow u_m = 0.116 \text{ m/s}$

$$\Delta p = f \frac{L}{D} \cdot \rho \cdot \frac{u_m^2}{2} \quad , \quad f = \frac{(3000)(2)(0.755)}{(6)(0.116)^2(999)} = 0.3776$$

$$St_h Pr_f^{1/4} = \frac{f}{\lambda} \quad , \quad St_h = \frac{(0.3776)(5/22)^{-1/4}}{\lambda} = 1/56 \times 10^{-2}$$

$$h = (1/56 \times 10^{-2})(999)(4195)(0.116) = 5338 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$q = (5338)(\pi)(0.755)(6)(50 - 10) = (0.4)(4195) \Delta T_b$$

$$q = 100600 \text{ W} \quad , \quad \Delta T_b = 60^\circ\text{C} \quad , \quad T_{out} = T_f + 10 = 40^\circ\text{C}$$



۱۷- آب با آهنگ 0.5 kg/s از 71°C تا 32°C خنک می‌شود. افت فشار در کدام حالت کمتر است؟ جاری کردن آب: الف در لوله‌ای به قطر $1/25 \text{ cm}$ با دمای ثابت 2°C ب: در لوله‌ای به قطر $2/5 \text{ cm}$ با دمای ثابت 20°C .

حل:

$$q = (0.5)(4175)(71 - 32) = 81412 \text{ W}$$

$$T_{b, \text{mean}} = 51.5^\circ\text{C} = 125^\circ\text{F}, \quad \mu = 5/48 \times 10^{-3} \text{ kg/m.s}, \quad k = 0.647 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$Pr = 4/47, \quad \rho = 987 \text{ kg/m}^3$$

$$d = 1/25 \text{ cm}, \quad Re = \frac{(0.5)(0.125)(4)}{(\pi)(0.125)^2(5/48 \times 10^{-3})} = 94664 \quad (\text{الف})$$

$$h = \frac{0.647}{0.125} (0.125)(94664)^{1/4} (4/47)^{-1/4} = 16549 \text{ W/m}^2\text{C}$$

$$q = 81412 \text{ W} = (16549)(\pi)(0.125)(L)(51.5 - 2) \Rightarrow L = 2/64 \text{ m}$$

$$u_m = \frac{(0.5)(4)}{(\pi)(0.125)^2(987)} = 4/12 \text{ m/s}, \quad f = 0.185$$

$$\Delta p = (0.185) \left(\frac{4/12}{0.125} \right) \left(\frac{987}{2} \right) (4/12)^2 = 22/9 \text{ kPa}$$

$$d = 2/5 \text{ cm}, \quad T_w = 20^\circ\text{C}, \quad Re = 47222, \quad h = \frac{(0.647)(0.125)(47222)^{1/4} (4/47)^{-1/4}}{0.125} = 4701 \text{ W/m}^2\text{C} \quad (\text{ب})$$

$$81412 = (4701)(\pi)(0.125)(L)(51.5 - 20) \Rightarrow L = 7 \text{ m}, \quad f = 0.21, \quad u = \frac{4/12}{4} = 1/33 \text{ m/s}$$

$$\Delta p = \frac{(0.125)(4)}{0.125} \left(\frac{987}{2} \right) (1/33)^2 = 3/9 \text{ kPa}$$

۱۸- هوا با آهنگ 0.5 kg/s و 1200 kPa وارد کانالی به قطر 75 mm و طول 6 m می‌شود. دمای متوسط دیواره کانال 500 K و دمای متوسط هوا در کانال 550 K است. کاهش دمای هوا ضمن عبور از کانال چه قدر خواهد بود؟

حل:

$$T_b = 550 \text{ K}, \quad \mu = 2/848 \times 10^{-3} \text{ kg/m.s}, \quad k = 0.426 \text{ W/m}^\circ\text{C}, \quad Pr = 0.68$$

$$C_p = 1/39 \text{ kJ/kg}^\circ\text{C}, \quad \rho = \frac{1/4 \times 10^3}{(287)(550)} = 1/87 \text{ kg/m}^3$$

$$Re = \frac{(0.175)(4)(0.125)}{(\pi)(0.175)^2(1/87 \times 10^{-3})} = 29800, \quad Nu = 0.426 Re^{1/4} Pr^{1/4} \left(\frac{d}{L} \right)^{-1/4}$$

$$h = (29800/5)(\pi)(0.175)(6)(550 - 500) = (0.125)(1039) \Delta T_b = 24493 \text{ W} \Rightarrow \Delta T_b = 37/15^\circ\text{C}$$

۱۹- دو لوله هم‌مرکز متداخل به قطرهای ۴ cm و ۵ cm موجودند. در فضای بین دو لوله گلیکول اتیلنی با سرعت ۶/۹ m/s جریان دارد. دمای ورودی ۲۰°C و دمای خروجی ۴۰°C است. فقط سطح لوله داخلی گرم بوده و دمای آن ۸۰°C است. طول دو لوله داخل هم چه قدر باشد تا انتقال گرما انجام شود؟

حل:

$$\bar{T}_b = 30^\circ\text{C}, \quad \nu_b = 13/94 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0/382 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}, \quad Pr = 148$$

$$C_p = 2/478 \text{ kJ/kg} \cdot ^\circ\text{C}, \quad \nu_w = 2/98 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}, \quad \rho = 1109 \text{ kg/m}^3, \quad D_H = 5 - 4 = 1 \text{ cm}$$

$$\dot{m} = \rho \cdot A \cdot u_m = (1109) \left(\frac{\pi}{4} \right) (0/05^2 - 0/04^2) (6/9) = 5/409 \text{ kg/s}$$

$$\dot{q} = \dot{m} \cdot C_p \cdot \Delta T_b = (5/409) (2478) (30 - 20) = 2/627 \times 10^3 \text{ W}$$

$$Re_{DH} = \frac{(6/9)(0/01)}{13/94 \times 10^{-6}} = 4950$$

$$h = \frac{0/382}{0/01} (0/027) (4950)^{0/4} (148)^{1/4} \left(\frac{13/94}{2/98} \right)^{1/4} = 4033 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$q = h \cdot \pi \cdot d_i \cdot L \cdot (T_w - \bar{T}_b) \Rightarrow 2/627 \times 10^3 = (4033) (\pi) (0/04) (L) (80 - 30) \Rightarrow \boxed{L = 10/37 \text{ m}}$$

۲۰- مقطع کانال هوا در سیستم تهویه مطبوعی ۰/۴۵ m در ۰/۹ m است. در این کانال هوا با سرعت ۷/۵ m/s در شرایط ۱۰۰ kPa و ۳۰۰ K جاری است. ضریب انتقال گرمای سیستم و افت فشار به ازای واحد طول را حساب کنید.

حل:

$$T = 300 \text{ K}, \quad P = 1 \text{ atm}, \quad \nu = 15/69 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad \rho = 1/1774 \text{ kg/m}^3$$

$$k = 0/02624 \text{ W/kg} \cdot ^\circ\text{C}, \quad Pr = 0/708, \quad D_H = \frac{(4)(45)(90)}{(2)(45+90)} = 60 \text{ cm} = 0/6 \text{ m}$$

$$Re = \frac{(0/6)(7/5)}{15/69 \times 10^{-6}} = 2/87 \times 10^5, \quad h = \frac{0/02624}{0/6} (0/027) (2/87 \times 10^5)^{0/4} (0/708)^{1/4}$$

$$h = 20/25 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}, \quad \Delta P = f \frac{L}{d} \rho \frac{u_m^2}{2}, \quad f = 0/045$$

$$\Delta P = (0/045) \frac{(1)}{(0/6)} \frac{(1/1774)(7/5)^2}{2} = 0/8 \text{ Pa}$$

۲۱- آب در لوله‌ای به قطر ۳ cm، زبری نسبی ۰/۰۰۲ و دمای ثابت دیواره ۸۰°C جریان دارد. اگر آب در ۲۰°C وارد شود، ضریب جابه‌جایی را به‌ازای رینولدز ۱۰۵ ارزیابی کنید.

حل: فرض کنید که $\bar{T}_b$ حدوداً 38°C باشد:

$$\bar{T}_b = 38^\circ\text{C} = 101^\circ\text{F}, \quad \rho = 993 \text{ kg/m}^3, \quad C_p = 4174 \text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$$

$$\mu = 618 \times 10^{-4} \text{ kg/m}\cdot\text{s}, \quad k = 0.16 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}, \quad Pr_f = 2/9$$

$$Re = \frac{\rho \cdot u_m \cdot d}{\mu} = 10 = \frac{(993)(u)(0.01)}{618 \times 10^{-4}} \Rightarrow u = 2/29 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad \rho u = 2274$$

$$f = 0.0255, \quad St_b \cdot Pr_f^{1/4} = \frac{f}{8}, \quad h = \frac{0.0255}{8} (2274)(4174)(2/9)^{-1/4} \Rightarrow h = 14878 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$$

۲۲- فرئون مایع ۱۲ (CCl_4F_7) با دمای صفر درجه سانتی‌گراد و چنان آهنگی وارد لوله‌ای به قطر ۳/۵ mm می‌شود که عدد رینولدز در شرایط ورودی ۷۰۰ است. طول لوله چه قدر باشد تا دمای سیال 20°C افزایش یابد؟ دمای دیواره لوله ثابت و برابر 40°C است.

حل:

$$\bar{T}_b = 10^\circ\text{C}, \quad T_w = 40^\circ\text{C}, \quad C_p = 0.9325 \text{ kJ/kg}\cdot^\circ\text{C}$$

$$v = 0.024 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}, \quad \rho = 1397 \text{ kg/m}^3, \quad Re = \frac{\rho u d}{\mu} \quad \therefore ^\circ\text{C} \text{ در}$$

$$u = \frac{(700)(0.024 \times 10^{-3})}{0.0035} = 0.428 \text{ m/s}$$

$$q = (1397)(9325/5)(0.0035) \left(\frac{\pi}{4} \right) (0.428)^2 (40 - 10) = 10.75 \text{ W}$$

$$k = 0.07 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}, \quad Pr = 2/9 \quad \text{در } 10^\circ\text{C}$$

$$q = hA(T_w - \bar{T}_b) = (h)(\pi)(0.0035)(L)(40 - 10) = 10.75 \text{ W}$$

$$\bar{h}L = 32/59, \quad Gz = Re \cdot Pr \cdot \frac{d}{L} = (700)(2/9) \left(\frac{d}{L} \right) = 152 \cdot \frac{d}{L}$$

$$\overline{Nu}_d = \frac{\bar{h}L}{k} \cdot \frac{d}{L} = \frac{32/59}{0.07} \times \frac{d}{L} = 346/7 \frac{d}{L}$$

از شکل داریم:

$\frac{1}{Gz}$	$\frac{d}{L}$	$\overline{Nu}_d$	$346/7 \frac{d}{L}$
0.1	0.00097	4/3	1/771
0.1	0.00097	7/5	17/77
0.03	0.0032	5/4	5/89
0.035	0.0034	5/2	5/0.6

$$\frac{d}{L} = 0.0034, \quad L = \frac{0.0035}{0.0034} = 0.0612 \text{ m}$$

۲۳- هوا وارد کانال کوچکی با مقطع مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۳ mm می‌شود. دمای ورودی هوا ۲۷°C و دمای خروجی آن ۷۷°C است. اگر آهنگ جریان 5×10^{-5} kg/s، فشار ۱۰۰ kPa و طول لوله ۳۰ cm باشد، دمای لوله را برای اینکه انتقال گرما عملی شود، حساب کنید. افت فشار را نیز تعیین کنید.

حل:

$$\bar{T}_b = \frac{27 + 77}{2} = 52^\circ\text{C} = 325^\circ\text{K}, \quad \mu = 1.96 \times 10^{-5} \text{ kg/m.s}, \quad k = 0.0282 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0.7, \quad C_p = 1.07 \text{ kJ/kg}^\circ\text{C}, \quad L = 30 \text{ cm}, \quad \rho = 1.088 \text{ kg/m}^3$$

$$D_H = \frac{(4)(0.003)^2}{(\pi)(0.003)} = 0.002 \text{ m}, \quad Re = \frac{(0.003)(5 \times 10^{-5})(325)}{(0.003)(1.96 \times 10^{-5})} = 1134$$

$$\dot{q} = \dot{m} C_p \Delta T_b = (5 \times 10^{-5})(1.07)(77 - 27) = 2.618 \text{ W}$$

$$Re \cdot Pr \cdot \frac{d}{L} = (1134)(0.7) \left(\frac{0.002}{0.3} \right) = 5.292 \quad \text{از شکل کتاب داریم:}$$

$$\frac{1}{Gz} = \frac{1}{5.292} = 0.189, \quad Nu_D = 4 \quad \text{جریان نیز تقریباً توسعه یافته است.}$$

$$Nu_{DH} = (2.44) \left(\frac{4}{\pi \cdot 0.002} \right) = 2.44, \quad h = \frac{(2.44)(0.0282)}{0.002} = 34.1 \text{ W/m}^2\text{C}$$

$$q = hA(T_w - T_b), \quad T_w - T_b = \frac{2.618}{(34.1)(\pi)(0.003)(0.3)} = 24.5^\circ\text{C} \Rightarrow T_w = 24.5 + 52 = 76.5^\circ\text{C}$$

۲۴- مواد در ۹۰ kPa و ۲۷°C با آهنگ جرمی 7×10^{-5} kg/s وارد لوله‌ای به قطر ۴ mm می‌شود، فشار گرمایی ثابتی بر سطح لوله اعمال می‌شود، به طوری که دمای دیواره لوله ۷۰°C بالاتر از دمای کپه‌ای سیال می‌رسد. دمای هوای خروجی را برای طول لوله حساب کنید.

حل:

$$27^\circ\text{C} = 300^\circ\text{K}, \quad \mu = 1.8462 \times 10^{-5} \text{ kg/m.s}, \quad k = 0.02624 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0.7, \quad \rho = \frac{90000}{(289)(300)} = 1.045 \text{ kg/m}^3, \quad Re = \frac{(0.004)(7 \times 10^{-5})(300)}{(\pi)(0.004)(1.8462 \times 10^{-5})} = 1207$$

$$Gz = (1207)(0.7) \left(\frac{0.004}{0.12} \right) = 2848 > 10$$

$$T_w = 27 + 70 = 97^\circ\text{C} = 370^\circ\text{K} \approx 400^\circ\text{K}, \quad \mu_w = 2.186 \times 10^{-5} \text{ kg/m.s}$$

$$h = \frac{k}{d} (1.86) Gz^{\frac{1}{4}} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14} = \left(\frac{0.02624}{0.004} \right) (1.86) (2848)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{1.8462}{2.186} \right)^{0.14} = 36.16 \text{ W/m}^2\text{C}$$

$$q = hA(T_w - T_b) = \dot{m} C_p \Delta T_b \Rightarrow \Delta T_b = \frac{(36.16)(\pi)(0.004)(0.12)(70)}{(7 \times 10^{-5})(1.07)} = 54^\circ\text{C}$$

$$T_{b0} = 54/15 + 27 = 81/15^\circ\text{C}$$



۲۵- هوا در ۱۱۰ kPa و ۴۰°C با آهنگ جرمی 8×10^{-5} kg/s وارد لوله‌ای به قطر ۶ mm می‌شود. دمای ثابت دیواره لوله ۱۴۰°C است. دمای هوای خروجی را برای لوله‌ای به طول ۱۴ cm حساب کنید.

حل:

$$\text{در } 40^\circ\text{C} = 313^\circ\text{K}, \quad \mu = 1/906 \times 10^{-5} \text{ kg/m.s}, \quad k = 0.0272 \text{ W/m}^\circ\text{C}, \quad pr = 0.7$$

$$\rho = \frac{110 \times 10^3}{(287)(313)} = 1/225 \text{ kg/m}^3, \quad Re = \frac{(0.006)(8 \times 10^{-5})(313)}{(\pi)(0.006)^2(1/906 \times 10^{-5})} = 891$$

$$Gz = (891)(0.7) \left(\frac{0.006}{0.014} \right) = 26/73, \quad \frac{1}{Gz} = 0.0374, \quad \overline{Nu}_d = 5/2$$

$$h = \frac{(5/2)(0.0272)}{0.006} = 22/57 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$q = hA(T_w - T_b) = \dot{m}C_p\Delta T_b$$

$$(22/57)(\pi)(0.006)(0.014)(140 - 20 - \frac{T_{be}}{4}) = (8 \times 10^{-5})(1005)(T_{be} - 40) \Rightarrow T_{be} = 95/8^\circ\text{C}$$

۲۶- روغن موتور در ۴۰°C وارد لوله‌ای به قطر ۱ cm می‌شود. آهنگ جریان به گونه‌ای است که عدد رینولدز در مدخل لوله ۵۰ است. در صورتی که دمای دیواره لوله ثابت و برابر ۸۰°C باشد، دمای روغن خروجی را برای لوله‌ای به طول ۸ cm حساب کنید.

حل:

$$\text{در } 40^\circ\text{C}, \quad \rho = 876 \text{ kg/m}^3, \quad C_p = 1/964 \text{ kJ/kg}^\circ\text{C}, \quad \nu = 0.00024 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$k = 0.114 \text{ W/m}^\circ\text{C}, \quad pr = 2870, \quad Re = 50 = \frac{(u)(0.01)}{0.00024}, \quad u = 1/2 \text{ m/s}$$

$$\dot{m} = \frac{(876)(1/2)(\pi)(0.01)^2}{4} = 0.0026 \text{ kg/s}, \quad Gz = (50)(2870) \left(\frac{0.01}{0.008} \right) = 1/794 \times 10^3$$

$$\text{در } T_w = 80^\circ\text{C}: \quad \nu_w = 0.00025 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\overline{Nu}_d = (1/86)(1/794 \times 10^3)^{1/4} \left(\frac{2/8}{0.0025} \right)^{1/5} = 64/3$$

$$h = \frac{(64/3)(0.114)}{0.008} = 926 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$q = (926)(\pi)(0.01)(0.008)(80 - 20 - \frac{T_e}{4}) = (0.0026)(1964)(T_e - 40) \Rightarrow T_e = 40/57^\circ\text{C}$$

۲۷- آب با سرعت متوسط ۸ m/s در لوله‌ای به قطر ۲ cm جاری است. اگر آب در ۲۰°C وارد و در ۳۰°C خارج شود و طول لوله ۱۰ m باشد، دمای متوسط لوله را برای آن که این انتقال گرما عملی شود، به دست آورید.

حل: $\bar{T}_b = 25^\circ\text{C} = 77^\circ\text{F}$, $\rho = 996 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 8/96 \times 10^{-4} \text{ kg/m.s}$

$k = 0/611 \text{ W/m}^\circ\text{C}$, $pr = 6/13$, $C_p = 4180 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$, $Re = \frac{(996)(8)(0/02)}{8/96 \times 10^{-4}} = 1/78 \times 10^5$

$h = (0/022) \frac{(0/611)}{0/02} (1/78 \times 10^5)^{-0/4} (6/13)^{-0/4} = 2300 \text{ W/m}^2\text{.}^\circ\text{C}$

$q = hA (\bar{T}_w - \bar{T}_b) = \dot{m} C_p \Delta T_b$

$(2300)(\pi)(0/02)(10)(\bar{T}_w - 25) = (996)(8)(\pi) \left(\frac{0/02}{4}\right)^2 (4180)(10) \Rightarrow \bar{T}_w = 32/2^\circ\text{C}$

۲۸- روغن موتور در 20°C و سرعت $1/2 \text{ m/s}$ وارد لوله‌ای به قطر 2 mm می‌شود. دمای دیواره لوله ثابت و برابر 60°C و طول لوله 1 m است. دمای روغن خروجی را حساب کنید.

حل: 20°C , $\rho = 888 \text{ kg/m}^3$, $C_p = 1880 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$, $v = 0/0009 \text{ m}^2/\text{s}$

$k = 0/145 \text{ W/m}^\circ\text{C}$, $pr = 10/400$, $Re = \frac{(1/2)(0/002)}{0/0009} = 2/67$

$Gz = (2/666)(10/400) \left(\frac{0/002}{1}\right) = 55/47 > 10$, $\frac{1}{Gz} = 0/018$

$\overline{Nu_d} = 6/1$, $h = \frac{(6/1)(0/145)}{0/002} = 437$

$q = (437)(\pi)(0/002)(1)(60 - 10 - \frac{T_e}{4}) = (888)(1/2) \left(\frac{\pi}{4}\right) (0/002)^2 (1880)(T_e - 20) \Rightarrow T_e = 34/96^\circ\text{C}$

۲۹- در داخل لوله‌های صاف به قطر 1 m آب با سرعت متوسط 10 ft/s جاری است. در دیواره لوله شار گرمایی ثابتی اعمال می‌شود، به طوری که دمای لوله همواره 20°C بالاتر از دمای آب است. آب در 30°C وارد لوله شده و در 50°C خارج می‌شود. طول لوله چه قدر باشد تا این گرمایش عملی شود؟

حل: $\bar{T}_b = 10^\circ\text{C} = 50^\circ\text{F}$, $\rho = 992 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 6/55 \times 10^{-4} \text{ kg/m.s}$

$k = 0/632 \text{ W/m}^\circ\text{C}$, $pr = 4/32$, $C_p = 4175 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$

$Re = \frac{(992)(1)(0/254)(10)(0/3048)}{6/55 \times 10^{-4}} = 1/17 \times 10^5$

$h = 0/632 \frac{(0/22)(0/254)(1/17 \times 10^5)^{-0/4} (4/32)^{-0/4}}{0/254} = 1170 \text{ W/m}^2\text{.}^\circ\text{C}$

$q = hA (\bar{T}_w - \bar{T}_b) = \dot{m} C_p \Delta T_b$

$(1170)(\pi) \frac{(0/254)^2}{4} \frac{(2/048)(4175)(50 - 10)}{4} = (1170)(\pi)(0/254)(L)(10) \Rightarrow L = 6/85 \text{ m}$

۳۰- آب در 21°C وارد لوله‌ای به قطر 3 mm شده و در 40°C آن را ترک می‌کند. آهنگ جریان 1 kg/s و دمای لوله 60°C می‌باشد. طول لوله را به دست آورید.

حل: $\bar{T}_b = \frac{21+40}{2} = 30.5^{\circ}\text{C}$, $\rho = 996\text{ kg/m}^3$, $\mu = 1/6 \times 10^{-3}\text{ kg/m.s}$

$$Re = 600 = \frac{\rho \cdot u \cdot d}{\mu} \quad u = \frac{(600)(1/6 \times 10^{-3})}{(996)(0.003)} = 0.173\text{ m/s}$$

$$\dot{m} = \rho \cdot u \cdot A = (996)(0.173)(\pi) \frac{(0.003)^2}{4} = 0.0122\text{ kg/s}$$

۳۱- آب در 60°F وارد لوله‌ای به قطر 3 cm شده و در 100°F از آن خارج می‌شود. آهنگ جریان 1 kg/s و دمای لوله 140°F می‌باشد. طول لوله را به دست آورید.

حل: $\bar{T}_b = 80^{\circ}\text{F}$, $\rho = 996\text{ kg/m}^3$, $\mu = 1/6 \times 10^{-3}\text{ kg/m.s}$

$$k = 0.612\text{ W/m} \cdot ^{\circ}\text{C} \quad pr = 5/15 \quad C_p = 4180\text{ J/kg} \cdot ^{\circ}\text{C} \quad Re = \frac{(0.173)(1)(3)}{(\pi)(0.003)^2(1/6 \times 10^{-3})} = 4935$$

$$h = \frac{(0.173)(0.173)}{0.173} (4935)^{0.4} (5/15)^{-0.4} = 5432\text{ W/m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}$$

$$q = \dot{m} C_p \Delta T_b = hA (T_w - \bar{T}_b)$$

$$(1)(4180)(100 - 60) \left(\frac{5}{15} \right) = (5432)(\pi)(0.03)(L)(140 - 80) \frac{5}{9} \Rightarrow L = 5/35\text{ m}$$

۳۲- گلیسرین در لوله‌ای به قطر 5 mm با چنان آهنگی جریان دارد که عدد رینولدز 10 می‌باشد. گلیسرین در 10°C وارد و در 30°C خارج می‌شود. دمای ثابت دیواره لوله 40°C است. طول لوله را حساب کنید.

حل:

$$\bar{T}_b = 20^{\circ}\text{C} \quad , \quad \rho = 1264\text{ kg/m}^3 \quad , \quad \nu = 0.102\text{ m}^2/\text{s} \quad , \quad C_p = 2386\text{ J/kg} \cdot ^{\circ}\text{C}$$

$$k = 0.1786\text{ W/m} \cdot ^{\circ}\text{C} \quad , \quad pr = 12/5 \times 10^3 \quad , \quad Re = 10 = \frac{u \cdot d}{\nu} \Rightarrow u = \frac{(10)(0.005)}{(0.102)} = 6\text{ m/s}$$

$$\dot{m} = \rho \cdot u \cdot A = (1264)(6)(\pi) \frac{(0.005)^2}{4} = 0.149\text{ kg/s}$$

$$q = \dot{m} C_p \Delta T_b = (0.149)(2386)(30 - 10) = 7106\text{ W}$$

$$q = hA (T_w - \bar{T}_b) = h(\pi)(0.005)(L)(40 - 20) \Rightarrow hL = 22619$$

$$h = \frac{22619}{L} \quad , \quad Nu = \frac{h \cdot d}{k} = (1/86)(Re \cdot pr \cdot \frac{d}{L})^{\frac{1}{4}} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14}$$

$$\text{در } T_w = 40^{\circ}\text{C} \quad , \quad \nu_w = 0.10022\text{ m}^2/\text{s}$$

$$\frac{(22619)(0.005)}{(0.1786)(L)} = 1/86 \left[\frac{(10)(12500)(0.005)}{L} \right]^{\frac{1}{4}} \left(\frac{0.102}{0.10022} \right)^{0.14}$$

$$L^{\frac{1}{4}} = 17/25 \Rightarrow L = 71/66 \text{ m}, \quad Gz = (10)(12500) \left(\frac{0/005}{71/66} \right) = 877 < 10$$

$$\frac{1}{Gz} = \frac{1}{877} = 0/115 \Rightarrow \bar{Nu}_d = 4/2$$

$$h = \frac{(4/2)(0/2286)}{0/005} = 370/2 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}, \quad L = \frac{22619}{370/2} = 94/2 \text{ m}$$

$$\frac{1}{Gz} = (0/115) \left(\frac{94/2}{71/66} \right) = 0/15$$

$$\bar{Nu}_d = 4, \quad h = 228/8 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}, \quad L = 98/8 \text{ m} \quad \text{سمی و خطای جدید}$$

$$\bar{Nu}_d = 3/66$$

برای جریان تقریباً توسعه یافته داریم:

۳۳- استوانه‌ای به قطر ۵ cm و دمای ۱۰۰°C، در جریان ازت با فشار ۲۰۰ kPa و دمای ۱۰°C قرار دارد. ازت با سرعت ۵ m/s روی استوانه جاری است. حرارت تلف شده به ازاء طول لوله را حساب کنید.

$$T_f = \frac{10 + 100}{2} = 55^\circ\text{C} = 328 \text{ K}, \quad \mu = 19 \times 10^{-6} \text{ kg/m.s} \quad \text{حل:}$$

$$k = 0/282 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}, \quad pr = 0/4, \quad \rho = \frac{(2)(10/1 \times 10^{-3})}{(397)(328)} = 2/8 \text{ kg/m}^3, \quad Re = \frac{(2/8)(5)(0/05)}{19/6 \times 10^{-6}} = 7377$$

$$C = 0/193, \quad n = 0/618, \quad h = \frac{k}{d} C Re^n pr^{\frac{1}{4}} = \frac{0/282}{0/05} (0/193) (7377)^{0/618} (0/4)^{\frac{1}{4}} = 537/4 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\frac{q}{L} = h \pi d (T_w - T_\infty) = (537/4)(\pi)(0/05)(100 - 10) = 755 \text{ W/m}$$

۳۴- هوا با فشار ۱۰۰ kPa و دمای صفر درجه سانتی‌گراد روی استوانه‌ای به قطر ۴ cm و دمای سطحی ۵۴°C می‌وزد. سرعت هوا ۲۵ m/s است. اتلاف گرمایی استوانه را به ازای واحد طول آن حساب کنید.

$$T_f = \frac{0 + 54}{2} = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}, \quad \nu = 15/69 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \quad \text{حل:}$$

$$k = 0/2624 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}, \quad pr = 0/708, \quad Re = \frac{\rho u d}{\mu} = \frac{(25)(0/04)}{15/69 \times 10^{-6}} = 63735$$

$$C = 0/266, \quad n = 0/805, \quad h = \frac{k}{d} C Re^n pr^{\frac{1}{4}} = \frac{0/2624}{0/04} (0/266) (63735)^{0/805} (0/708)^{\frac{1}{4}} = 114/6 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\frac{q}{L} = h \pi d (T_w - T_\infty) = (114/6)(\pi)(0/04)(54 - 0) = 778 \text{ W/m}$$

۳۵- هوا با فشار ۲۰۰ kPa و دمای ۱۰°C با سرعت ۲۵ m/s در عرض استوانه‌ای به قطر ۲۰ cm می‌وزد. دمای ثابت استوانه ۸۰°C است. انتقال گرما و نیروی کشش به ازای واحد طول را حساب کنید.

$$T_f = \frac{10 + 80}{2} = 45^\circ\text{C} = 318 \text{ K}, \quad \mu = 1929 \times 10^{-6} \text{ kg/m.s} \quad \text{حل:}$$

$$k = 0/276 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}, \quad pr = 0/7, \quad \rho = \frac{200 \times 10^3}{(378)(318)} = 2/191 \text{ kg/m}^3$$

$$Re = \frac{\rho u d}{\mu} = \frac{(2/191)(20)(0/02)}{1929 \times 10^{-6}} = 5/68 \times 10^3$$

$$Nu_d = 0/3 + \frac{(0/62)(5/68 \times 10^3)^{\frac{1}{4}}(0/7)^{\frac{1}{4}}}{\left[1 + \left(\frac{0/62}{5/68 \times 10^3} \right)^{\frac{4}{3}} \right]^{\frac{1}{4}}} \left[1 + \left(\frac{5/68 \times 10^3}{2320} \right)^{\frac{4}{3}} \right]^{\frac{1}{4}} = 769/7 \quad \text{معادله چرچیل:}$$

$$h = \frac{k}{d} Nu = \frac{(0.0276)(769.17)}{0.12} = 1067 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\frac{q}{L} = h \pi d (T_w - T_\infty) = (1067)(\pi)(0.12)(80 - 10) = 4672 \text{ W/m}$$

$$C_D = 0.4$$

از شکل (۶-۹) داریم:

$$F_D = C_D A \frac{\rho u_\infty^2}{2} = \frac{(0.4)(0.12)(2/191)(25)^2}{2} = 41/1 \text{ N/m}$$

۳۶- آب با آهنگ 6 kg/s و دمای 23°C درجه سانتی‌گراد به لوله‌ای به قطر داخلی 5 cm و زبری نسبی 0.002 وارد می‌شود. اگر طول لوله 9 m و دمای آن 71°C باشد، دمای آب خروجی و کل انتقال گرما را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{71 + 43}{2} = 57^\circ\text{C} = 135^\circ\text{F}, \quad \rho_b = 991 \text{ kg/m}^3$$

$$C_p = 4174 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}, \quad pr_f = 2/15, \quad \mu = 6/16 \times 10^{-4} \text{ kg/m.s}, \quad Re = \frac{(0.05)(6)(3)}{(\pi)(0.05)^2(6/16 \times 10^{-4})} = 2/48 \times 10^5$$

$$f = 0.14, \quad \dot{m} = \rho u_m A, \quad u_m = \frac{(6)(3)}{(991)(\pi)(0.05)^2} = 2/0.8 \text{ m/s}$$

$$St_h pr_f^{1/4} = \frac{f}{8}, \quad h = \frac{(0.14)(991)(2/0.8)(4174)}{(8)(2/15)^{1/4}} = 10288 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$q = hA(T_w - \bar{T}_b) = \dot{m} C_p \Delta T_b$$

$$(10288)(\pi)(0.05)(9)(71 - 21/5 - \frac{T_c}{2}) = (6)(4174)(T_c - 23) \Rightarrow T_c = 55/7^\circ\text{C}$$

۳۷- لوله کوتاهی به قطر $6/4 \text{ mm}$ و طول 15 cm موجود است. آب با سرعت $1/5 \text{ m/s}$ و دمای 38°C وارد لوله می‌شود اگر شار گرمایی ثابت اعمال شود، به‌طوری که دمای دیواره لوله 28°C بالاتر از دمای کپه‌ای آب باشد. آهنگ انتقال گرما و دمای آب خروجی را حساب کنید.

$$\rho = 993 \text{ kg/m}^3, \quad k = 0/64 \text{ W/m.s}$$

 حل: در 38°C

$$C_p = 4180 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}, \quad pr = 4/52, \quad \mu = 6/82 \times 10^{-4} \text{ kg/m.s}, \quad Re = \frac{(993)(1/5)(0.0064)}{6/82 \times 10^{-4}} = 13978$$

$$h = \frac{0/64}{0.0064} (0.126)(13978)^{0.4} (452)^{1/4} \left(\frac{0.0064}{0.15} \right)^{0.55} = 10213 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$q = (10213)(\pi)(0.0064)(0.15)(28) = (993) \left(\frac{\pi}{4} \right) (0.0064)(1/5)(4180)(T_c - 38) \Rightarrow T_c = 42/71^\circ\text{C}$$

$$q = 862/5 \text{ W}$$

۳۸- می‌خواهیم گلیکول اتیلن را در لوله‌ای به قطر ۳ cm از دمای ۶۰ تا ۴۰ °C خنک کنیم. دمای دیواره لوله ثابت و برابر ۲۰ °C است. گلیکول با سرعت ۱۰ m/s وارد لوله می‌شود. طول لوله لازم را برای انجام این عمل حساب کنید.

حل:

$$\rho = 1094 \text{ kg/m}^3, \quad k = 0.258 \text{ W/m.s}$$

$$C_p = 2518 \text{ J/kg.}^\circ\text{C}, \quad Pr = 72, \quad \nu = 6/72 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad \dot{m} = (1094)(10)(\pi)(0.03)^2/4 = 7/733 \text{ kg/s}$$

$$q = (7/733)(2518)(60 - 40) = 3/894 \times 10^6 \text{ W}$$

$$Re = \frac{(10)(0.03)}{6/72 \times 10^{-6}} = 4/464 \times 10^4, \quad v_w = 19/18 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$h = \frac{0.258}{0.03} (0.03)^{1/4} (4/464 \times 10^4)^{1/4} (72)^{1/4} \left(\frac{6/72}{19/18} \right)^{1/4} = 3375 \text{ W/m}^2.\text{}^\circ\text{C}$$

$$(3375)(\pi)(0.03)(L)(50 - 20) = 3/894 \times 10^6 \Rightarrow L = 3/15 \text{ m}$$

۳۹- هوا در فشار ۷۰ kPa، دمای ۲۰ °C و سرعت ۲۰ m/s روی لوله‌ای به قطر ۵ cm می‌وزد. نیروی مقاوم روی سیلندر را حساب کنید.

حل:

$$T = 20^\circ\text{C} = 293 \text{ K}, \quad \nu = 15 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad \rho = 1/17 \text{ kg/m}^3$$

$$Re = \frac{u_\infty d}{\nu} = \frac{(20)(0.05)}{15 \times 10^{-6}} = 66666/15, \quad C_D = 1 \quad (\text{از شکل ۹-۶})$$

$$F_D = C_D A \frac{\rho u_\infty^2}{2} = \frac{(1)(0.03)(1/17)(20)^2}{2} = 7/02 \text{ N/m}$$

۴۰- استوانه گرمی با دمای ۲۵۰ K و قطر ۲/۵ cm در جریان هوای جو به فشار ۱۰۰ kPa و دمای ۳۲۵ K قرار دارد. سرعت هوا ۳۰ m/s است. اتلاف گرما به ازای واحد طول استوانه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{450 + 325}{2} = 387/5 \text{ K}, \quad \nu = 24/62 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$k = 0.322 \text{ W/m.}^\circ\text{C}, \quad Pr = 0.69, \quad Re = \frac{(30)(0.025)}{24/62 \times 10^{-6}} = 2.463$$

$$C = 0.193, \quad n = 0.618, \quad h = \frac{0.322}{0.025} (0.193)(3.0663)^{0.618} (0.69)^{1/4} = 131/6 \text{ W/m}^2.\text{}^\circ\text{C}$$

$$\frac{q}{L} = h \pi d (T_w - T_\infty) = (131/6)(\pi)(0.025)(450 - 325) = 1293 \text{ W/m}$$

۴۱- با فرض آنکه بتوان شخصی را با استوانه‌ای به قطر ۱ ft و ارتفاع ۶ ft و دمای سطح ۷۵°F معادل گرفت، اتلاف گرما از این شخص را، اگر در مقابل بادی با سرعت ۳۰ mi/h و دمای ۳۰°F ایستاده باشد، حساب کنید.

حل:

$$T_f = 52/5 \text{ } ^\circ\text{F}, \quad \mu_f = 0.0428, \quad \rho = \frac{p}{RT} = 0.0778, \quad k_f = 0.0124, \quad Re_{df} = \frac{\rho \cdot u_\infty \cdot d}{\mu_f} = 288.000$$

$$h = (0.0239) \frac{k}{d} \left(\frac{\rho \cdot u_\infty \cdot d}{\mu_f} \right)^{0.8} = 8/5 \text{ Btu/hr.ft.}^\circ\text{F}$$

$$q = hA(T_w - T_\infty) = 7200 \text{ Btu/hr}$$

۴۳- سیمی به قطر ۱۳ mm در جریان هوایی با دمای ۳۰°C و فشار ۵۴ kPa قرار دارد. سرعت جریان ۲۳۰ m/s است. سیم به طریق الکتریکی گرم می‌شود. اگر طول سیم ۱/۲۵ mm باشد، توان الکتریکی لازم برای آن که دمای سطح آن در ۱۷۵°C حفظ شود، چه قدر است؟

حل:

$$T_f = \frac{(175) + (-30)}{2} = 72/5^\circ\text{C} = 345/5 \text{ K}, \quad \mu = 2/0.7 \times 10^{-3} \text{ kg/m.s}$$

$$k = 0.02 \text{ W/m.}^\circ\text{C}, \quad Pr = 0.7, \quad \rho = \frac{54000}{(287)(345/5)} = 0.544 \text{ kg/m}^3, \quad Re = \frac{(0.544)(0.013)(230)}{2/0.7 \times 10^{-3}} = 786/6$$

$$h = \frac{0.02}{0.013} (0.683)(786/6)^{0.777} (0.7)^{\frac{1}{4}} = 3129 \text{ W/m}^2\text{.}^\circ\text{C}$$

$$q = (3129)(\pi)(0.013)(0.0125)(175 + 30) = 2/25 \text{ W}$$

۴۴- هوا با دمای ۹۰°C، فشار ۱۰۰ kPa و سرعت ۶ m/s بر روی سیمی به قطر ۱/۶ mm جریان دارد. سیم تا دمای ۱۵۰°C گرم می‌شود. انتقال گرما به ازای واحد طول سیم را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{90 + 150}{2} = 120^\circ\text{C} = 293 \text{ K}, \quad \mu = 2/256 \times 10^{-3} \text{ kg/m.s}$$

$$k = 0.0221 \text{ W/m.}^\circ\text{C}, \quad Pr = 0.69, \quad \rho = 0.899 \text{ kg/m}^3, \quad Re = \frac{(0.899)(\frac{1}{6})(6)}{2/256 \times 10^{-3}} = 379/6$$

$$h = \frac{0.0221}{(\frac{1}{6})} (0.683)(379/6)^{0.777} (0.69)^{\frac{1}{4}} = 200/4 \text{ W/m}^2\text{.}^\circ\text{C}$$

$$\frac{q}{L} = (200/4)(\pi)(\frac{1}{6})(0.256)(150 - 90) = 59/95 \text{ W/m}$$

۴۶- ماگیم ۱ atm، ۳۲۵ K و سرعت ۹ m/s در روی استوانه‌ای به قطر ۳ mm که تا ۴۲۵ K گرم شده، جریان دارد. انتقال گرما به ازای واحد طول سیم را حساب کرده و این با انتقال گرما توسط هوا در همین شرایط مقایسه کنید.

حل:

$$T_f = \frac{225 + 225}{2} = 225 \text{ K} , \quad v = 181/4 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$k = 0.192 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} , \quad pr = 0.71 , \quad Re = \frac{(0.1003)(9)}{181/4 \times 10^{-6}} = 198/8$$

$$C = 0.682 , \quad n = 0.618 , \quad h = \frac{0.192}{0.1003} (0.682)(198/8)^{0.618} (0.71)^{\frac{1}{4}} = 85/86 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\frac{q}{L} = h \pi d (T_w - T_\infty) = (85/86)(\pi)(0.1003)(225 - 225) = 8.9 \text{ W/m}$$

۴۷- آهنگ انتقال گرما به ازای واحد طول را برای جریان از روی استوانه‌ای به قطر 0.25 mm و دمای 65°C به دست آورید. محاسبه را برای دو حالت زیر انجام دهید: الف) هوا در 20°C و 100 kPa و $u_\infty = 6 \text{ m/s}$ و ب) آب در دما 20°C و $u_\infty = 6 \text{ m/s}$.

حل:

$$T_f = \frac{65 + 20}{2} = 42/5^\circ\text{C} = 315/5 \text{ K}$$

$$\rho = 1/119 \text{ kg/m}^3 , \quad \mu = 2/0.12 \times 10^{-3} \text{ kg/m.s} \quad \text{هوا:}$$

$$k = 0.0274 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} , \quad pr = 0.71 , \quad Re = \frac{(1/119)(6)(0.25 \times 10^{-3})}{2/0.12 \times 10^{-3}} = 8/222$$

$$C = 0.811 , \quad n = 0.485 , \quad h = \frac{0.0274}{0.25 \times 10^{-3}} (0.811)(8/222)^{0.485} (0.71)^{\frac{1}{4}} = 2.06 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\frac{q}{L} = (2.06)(\pi)(0.25 \times 10^{-3})(65 - 20) = 7/0.91 \text{ W/m}$$

$$\rho = 911 \text{ kg/m}^3 , \quad \mu = 6/2 \times 10^{-4} \text{ kg/m.s} \quad \text{آب:}$$

$$k = 0.625 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} , \quad pr = 4/1 , \quad Re = \frac{(911)(6)(0.25 \times 10^{-3})}{6/2 \times 10^{-4}} = 229/8$$

$$C = 0.682 , \quad n = 0.466 , \quad h = \frac{0.625}{0.25 \times 10^{-3}} (0.682)(229/8)^{0.466} (4/1)^{\frac{1}{4}} = 3/57 \times 10^3 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\frac{q}{L} = (3/57 \times 10^3)(\pi)(0.25 \times 10^{-3})(65 - 20) = 1261 \text{ W/m}$$

۴۸- نتایج انتقال گرما به دست آمده از معادلات (۱۷-۶) و (۱۸-۶) را برای آب با اعداد رینولدز 10^3 ، 10^4 و 10^5 و دمای فیلم 90°C با هم مقایسه کنید.

$$\frac{h_i d}{k_f} = \left(\frac{u_{\infty} d}{\nu_f} \right)^n pr_f^{\frac{1}{2}} \quad (I) \quad , \quad Nu_f = (0.425 + 0.156 Re_f^{1/4}) pr_f^{1/4} \quad (II) \quad \text{حل:}$$

$$T_f = 90^\circ\text{C} \quad , \quad k_f = 0.1676 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} \quad , \quad pr = 2/1$$

$$\frac{h_i}{h_o} = \frac{[C Re_f^n]_i}{[0.425 + 0.156 Re_f^{1/4}]_o} \quad , \quad Re = 10^4 \quad , \quad C = 0.1683 \quad , \quad n = 0.466$$

$$\frac{h_i}{h_o} = \frac{(0.1683)(10^4)^{0.466}}{0.425 + (0.156)(10^4)^{1/4}} = 0.1825$$

$$Re = 10^4 \quad , \quad C = 0.1683 \quad , \quad n = 0.466 \quad , \quad \frac{h_i}{h_o} = 0.1825$$

$$Re = 10^4 \quad , \quad C = 0.1683 \quad , \quad n = 0.466 \quad , \quad \frac{h_i}{h_o} = 0.1825$$

۴۹- خط لوله‌ای به قطر ۵۰ cm در قطب شمال، روغن گرم به دمای 50°C را انتقال می‌دهد. باد شدید قطبی در عرض لوله با سرعت 13 m/s و دمای 35°C می‌وزد. اتلاف گرما به اِزاء واحد طول را لوله حساب کنید.

$$T_f = \frac{50 - 35}{2} = 7.5^\circ\text{C} = 280.5 \text{ K} \quad , \quad \rho = \frac{1 \cdot 10^{12} \times 10^6}{(280)(280.5)} = 1.259 \text{ kg/m}^3 \quad , \quad \mu = 1.79 \times 10^{-2} \text{ kg/m.s} \quad \text{حل:}$$

$$k = 0.1447 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} \quad , \quad pr = 0.171 \quad , \quad Re = \frac{(1.259)(13)(0.05)}{1.79 \times 10^{-2}} = 4570 \dots$$

$$C = 0.1666 \quad , \quad n = 0.466 \quad , \quad h = \frac{0.1666}{0.05} (0.1666)(4570 \dots)^{0.466} (0.171)^{\frac{1}{2}} = 42/21 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\frac{q}{L} = (42/21)(\pi)(0.05)(50 + 35) = 5636 \text{ W/m}$$

۵۰- دو لوله یکی به قطر ۴ cm و دیگری با مقطع مربعی به ضلع ۴ cm موجود است. هوا در 100 kPa و 27°C با سرعت 20 m/s روی لوله‌ها می‌وزد. انتقال گرما را در هر دو حالت به فرض آن که دمای دیواره لوله 50°C باشد، حساب کنید.

$$T_f = \frac{50 + 27}{2} = 38.5^\circ\text{C} = 311.5 \text{ K} \quad , \quad \nu = 17/74 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \quad \text{حل:}$$

$$k = 0.1711 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} \quad , \quad pr = 0.17 \quad , \quad Re = \frac{(20)(0.04)}{17/74 \times 10^{-6}} = 451 \times 10^4$$

$$h = \frac{0.1711}{0.04} (0.1711)(451 \times 10^4)^{0.466} (0.17)^{\frac{1}{2}} = 89/32 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C} \quad \text{لوله دایره‌ای:}$$

$$h = \frac{0.1711}{0.04} (0.1711)(451 \times 10^4)^{0.466} (0.17)^{\frac{1}{2}} = 89/32 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C} \quad \text{لوله مربعی:}$$

$$\frac{q}{L} = (89/32)(\pi)(0.04)(50 - 27) = 258/1 \text{ W/m}$$

$$\frac{q}{L} = (89/32)(4)(0.04)(50 - 27) = 212/9 \text{ W/m}$$

۵۱- استوانه‌ای به قطر ۳ cm در جریان دی‌اکسیدکربن به دمای 200°C و فشار ۲۰۰ kPa قرار می‌گیرد. دمای ثابت استوانه 50°C و سرعت دی‌اکسیدکربن ۴۰ m/s است. انتقال گرما به استوانه را به ازای واحد طول آن حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{200 + 50}{2} = 125^{\circ}\text{C} = 398 \text{ K}, \quad \nu = 14.35 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$k = 0.0246 \text{ W/m} \cdot ^{\circ}\text{C}, \quad Pr = 0.74, \quad Re = \frac{u_{\infty} d}{\nu} = \frac{(40)(0.03)}{14.35 \times 10^{-6}} = 83624$$

$$C = 0.0266, \quad n = 0.1805, \quad h = \frac{0.0246}{0.03} (0.0266)(83624)^{0.62}(0.74)^{\frac{1}{4}} = 181 \text{ W/m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}$$

$$\frac{q}{L} = h \pi d (T_w - T_{\infty}) = (181)(\pi)(0.03)(200 - 50) = 814 \text{ W/m}$$

$$Nu_d = 0.4 + \frac{(0.62)(83624)^{\frac{1}{4}}(0.74)^{\frac{1}{4}}}{\left[1 + \left(\frac{83624}{7000}\right)^{\frac{4}{5}}\right]^{\frac{1}{4}}} \left[1 + \left(\frac{83624}{2825}\right)^{\frac{1}{4}}\right] = 220/8$$

معادله جرجیل

$$h = \frac{(220/8)(0.0246)}{0.03} = 181 \text{ W/m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}$$

به مقدار معادله نزدیک است، پس دقت بالایی دارد

۵۲- حلیم در فشار ۱۵۰ kPa و دمای 20°C با سرعت ۵۰ m/s روی استوانه افقی به قطر ۳۰ cm و طول ۶ m رانده می‌شود اگر دمای ثابت سطح 100°C باشد اتلاف گرما از استوانه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{100 + 20}{2} = 60^{\circ}\text{C} = 333 \text{ K}, \quad \rho = \frac{150 \times 10^3}{(2.78)(333)} = 0.177 \text{ kg/m}^3, \quad \mu = 216 \times 10^{-6} \text{ kg/m.s}$$

$$k = 0.159 \text{ W/m} \cdot ^{\circ}\text{C}, \quad Pr = 0.7, \quad Re = \frac{(0.177)(50)(0.3)}{216 \times 10^{-6}} = 1/5 \times 10^5$$

$$C = 0.0266, \quad n = 0.1805, \quad h = \frac{0.159}{0.3} (0.0266)(1/5 \times 10^5)^{0.62}(0.7)^{\frac{1}{4}} = 184/7 \text{ W/m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}$$

$$q = h \pi d L (T_w - T_{\infty}) = (184/7)(\pi)(0.3)(6)(100 - 20) = 83260 \text{ W}$$

$$Nu_d = 0.4 + \frac{(0.62)(1/5 \times 10^5)^{\frac{1}{4}}(0.7)^{\frac{1}{4}}}{\left[1 + \left(\frac{1/5 \times 10^5}{2825}\right)^{\frac{4}{5}}\right]^{\frac{1}{4}}} \left[1 + \left(\frac{1/5 \times 10^5}{7000}\right)^{\frac{1}{4}}\right] = 323/7$$

معادله جرجیل:

$$h = \frac{(323/7)(0.159)}{0.3} = 171/4 \text{ W/m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}$$

حدود ۷٪ کمتر است.

۵۳- استوانه‌ای به قطر ۲۵/۰ اینچ و دمای ثابت 300°C ، در جریان CO_2 با فشار ۱۰۰ kPa و دمای 30°C قرار دارد. اگر سرعت CO_2 ۳۵ m/s باشد، اتلاف گرمای ۴/۵ m از استوانه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{300 + 30}{2} = 165^\circ\text{C} = 438\text{ K},$$

$$\nu = 16/5 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$k = 0.027 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0.725,$$

$$Re = \frac{(0.025)(0.0254)(35)}{16/5 \times 10^{-6}} = 13469.7$$

$$C = 0.193,$$

$$n = 0.618,$$

$$h = \frac{0.027}{(0.025)(0.0254)} (0.193) (13469.7)^{0.618} (0.725)^{\frac{1}{4}} = 262.74 \text{ W/m}^2\text{.}^\circ\text{C}$$

$$q = h \pi d L (T_w - T_\infty) = (262.74) (\pi) (0.0254) (3/5) (300 - 30) = 400.9 \text{ W}$$

۵۴- استوانه‌ای به قطر ۲۰ cm در جریان CO_2 با فشار ۱۰۰ kPa و ۳۰۰ K قرار دارد. دمای ثابت استوانه ۴۰۰ K و سرعت CO_2 ۵۰ m/s است. اتلاف گرما به ازاء واحد طول استوانه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{400 + 300}{2} = 350 \text{ K},$$

$$\nu = 11/19 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$k = 0.0207 \text{ W/m}^\circ\text{C},$$

$$Pr = 0.755,$$

$$Re = \frac{(50)(0.02)}{11/19 \times 10^{-6}} = 894 \times 10^3$$

$$Nu_d = 0.4 + \frac{(0.62) (894 \times 10^3)^{\frac{1}{4}} (0.755)^{\frac{1}{4}}}{\left[1 + \left(\frac{894 \times 10^3}{2825}\right)^{\frac{4}{3}}\right]^{\frac{1}{4}}} \left[1 + \left(\frac{0.7}{0.755}\right)^{\frac{4}{3}}\right]^{\frac{1}{4}} = 1151$$

معادله چرچیل:

$$h = \frac{(1151)(0.0207)}{0.02} = 117.8 \text{ W/m}^2\text{.}^\circ\text{C}$$

$$\frac{q}{L} = h \pi d (T_w - T_\infty) = (117.8) (\pi) (0.02) (400 - 300) = 74.1 \text{ W/m}$$

۵۵- هوا روی استوانه‌ای به سطح مقطع 2 cm^2 با سرعت ۱۰ m/s دارد. دمای سطحی 85°C و شرایط جریان هوای آزاد 20°C و ۶۰ kPa است. اتلاف گرما به ازاء واحد طول استوانه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{20 + 85}{2} = 52.5^\circ\text{C} = 325.5 \text{ K}, \quad \rho = \frac{(0.6)(1/10 \times 10^3)}{(28.9)(325.5/5)} = 0.651 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad \mu = 1/96 \times 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{m.s}}$$

$$k = 0.0281 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}},$$

$$Pr = 0.7,$$

$$Re = \frac{(0.651)(10)(0.02)}{1/96 \times 10^{-5}} = 13281$$

$$C = 0.102,$$

$$n = 0.675,$$

$$h = \frac{0.0281}{0.02} (0.102) (13281)^{0.675} (0.7)^{\frac{1}{4}} = 28.62 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{.}^\circ\text{C}}$$

$$\frac{q}{L} = h \pi d (T_w - T_\infty) = (28.62) (\pi) (0.02) (85 - 20) = 315.4 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

۵۶- بر روی کردای به قطر ۳ mm، آب با سرعت ۶ m/s جاری است. دمای جریان آزاد ۳۸°C و دمای کره ۹۳°C می‌باشد. آهنگ انتقال گرما را حساب کنید.

حل: $pr = 4/53$ ، $k = 0.63 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ، $\mu = 6/82 \times 10^{-4} \text{ kg/m.s}$ ، $\rho = 993 \text{ kg/m}^3$ در ۳۸°C

$$\text{در } 93^\circ\text{C} : \mu = 3/06 \times 10^{-4} \text{ kg/m.s} , \quad Re_\infty = \frac{(993)(0.003)(6)}{6/82 \times 10^{-4}} = 2620.8$$

$$h = \frac{0.63}{0.003} \left[\frac{1}{2} + (0.53)(2620.8)^{1/4} \right] \left(\frac{6/82}{3/06} \right)^{1/4} (4/53)^{1/4} = 52520 \text{ W/m}^2\text{.}^\circ\text{C}$$

$$q = (52520)(\pi)(0.0015)(93 - 38) = 81/67 \text{ W}$$

۵۸- دمای سطح مخزن کروی به قطر ۴ m ۴۰°C است. هوا در ۱۰۰ kPa و ۲۰°C با سرعت ۶ m/s بر روی مخزن می‌وزد. اتلاف گرمایی کره را به دست آورید.

حل: $T_\infty = 293 \text{ K}$ ، $\nu_\infty = 15/96 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ، $k = 0.026 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ، $pr = 0.71$

$$T_w = 313 \text{ K} , \quad \nu_w = 17/86 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} , \quad Re = \frac{(6)(4)}{15/96 \times 10^{-6}} = 1/5 \times 10^6$$

$$h = \frac{0.026}{4} \left\{ 2 + \left[(0.4)(1/5 \times 10^6)^{1/2} + (0.06)(1/5 \times 10^6)^{1/4} \right] \times (0.71)^{-1/4} \left(\frac{15/96}{17/86} \right)^{1/4} \right\} = 7/045 \text{ W/m}^2\text{.}^\circ\text{C}$$

$$q = (7/045)(\pi)(4)^2(40 - 20) = 70.82 \text{ W}$$

۵۹- قطر کره گرمی ۳ cm و دمای ثابت آن ۹۰°C بوده و در جریان آب ۲۰°C قرار دارد سرعت جریان آب ۳/۵ m/s است. اتلاف گرمایی از کره را حساب کنید.

حل: $pr = 6/7$ ، $k = 0.6 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ، $\mu = 9/75 \times 10^{-4} \text{ kg/m.s}$ ، $\rho = 997 \text{ kg/m}^3$ در $T_\infty = 20^\circ\text{C}$

$$\text{در } T_w = 90^\circ\text{C} , \quad \mu_w = 3/2 \times 10^{-4} \text{ kg/m.s} , \quad Re = \frac{(997)(3/5)(0.03)}{9/75 \times 10^{-4}} = 1/073 \times 10^4$$

$$Nu.pr^{1/4} \left(\frac{\mu_w}{\mu} \right)^{1/4} = 1/2 + 0.52 Re^{1/2} \quad \text{معادله (۶-۲۹)}$$

$$h = \frac{0.6}{0.03} \left[\frac{1}{2} + (0.53)(1/073 \times 10^4)^{1/2} \right] \left(\frac{9/75}{3/2} \right)^{1/4} (6/7)^{1/4} = 12957 \text{ W/m}^2\text{.}^\circ\text{C}$$

$$q = h(\pi r^2)(T_w - T_\infty) = (12957)(\pi)(0.015)^2(90 - 20) = 2564 \text{ W}$$



۶- داخل کره کوچکی به قطر ۶ mm یک گرمکن برقی قرار دارد که دمای سطح بیرونی آن را در 220°C نگه می‌دارد. کره در جریان هوایی با فشار ۱ atm، دمای 20°C و سرعت 20 m/s قرار دارد. آهنگ انتقال گرما به کره را حساب کنید.

حل: $T_f = \frac{220 + 20}{2} = 120^{\circ}\text{C} = 393\text{ K}$, $v = 2/256 \times 10^{-3}\text{ m/s}$

$k = 0.331\text{ W/m}\cdot^{\circ}\text{C}$, $Pr = 0.69$, $Re = \frac{u_{\infty} \cdot d}{\nu} = \frac{(20)(0.006)}{2/256 \times 10^{-3}} = 5919$

$\frac{h \cdot d}{k} = 0.331 Re^{1/2} \Rightarrow h = \frac{0.331}{0.006} (0.331)(5919)^{1/2} = 3511\text{ W/m}^2\cdot^{\circ}\text{C}$

$q = h(\pi r^2)(T_w - T_{\infty}) = (3511)(\pi)(0.003)^2(220 - 20) = 794\text{ W}$

۶۱- هوا با فشار ۳ atm بر روی صفحه تختی با سرعت 100 m/s جریان دارد. دمای صفحه 200°C و دمای جریان آزاد 30°C است. اتلاف گرما صفحه مربعی به ضلع ۱ m را محاسبه کنید.

حل:

$T_f = \frac{200 + 30}{2} = 115^{\circ}\text{C} = 388\text{ K}$, $\rho = \frac{(3)(1/0.1 \times 10^{-3})}{(289)(388)} = 2/73\text{ kg/m}^3$, $\mu = 2/325 \times 10^{-3}\text{ kg/m}\cdot\text{s}$

$k = 0.328\text{ W/m}\cdot^{\circ}\text{C}$, $Pr = 0.69$, $Re = \frac{(2/73)(100)(1)}{2/325 \times 10^{-3}} = 122 \times 10^3$

$\bar{h} = \frac{k}{L} Pr^{1/4} \left[0.14 Re^{1/4} + 0.6 \right] = \frac{0.328}{1} (0.69)^{1/4} \left[(0.14)(122 \times 10^3)^{1/4} + 0.6 \right] = 475\text{ W/m}^2\cdot^{\circ}\text{C}$

$q = \bar{h}A(T_w - T_{\infty}) = (475)(1)(200 - 30) = 8080\text{ W}$

۶۲- هوا با فشار ۳/۵ MPa و دمای 38°C روی دسته‌ای لوله، شامل ۴۰۰ لوله به قطر خارجی ۱/۲۵ cm که به صورت یک در میان و به ارتفاع ۲۰ ردیف آرایش یافته‌اند، جریان دارد؛ $S_p = 27/5$ و $S_n = 25\text{ mm}$ است. سرعت جریان ورودی 9 m/s است و دمای دیواره لوله، توسط یک بخار چگالنده در داخل لوله‌ها در 200°C ، ثابت نگه داشته می‌شود. طول لوله‌ها ۱/۵ m است. دمای هوای خروجی از دسته لوله‌ها را به دست آورید.

حل:

$T_f = \frac{200 + 38}{2} = 119^{\circ}\text{C} = 392\text{ K}$, در 38°C $\rho = \frac{3/5 \times 10^6}{(289)(392)} = 39/2\text{ kg/m}^3$, $\mu_f = 2/25 \times 10^{-3}\text{ kg/m}\cdot\text{s}$

$k_f = 0.331\text{ W/m}\cdot^{\circ}\text{C}$, $Pr_f = 0.69$, $\dot{m} = (39/2)(9)(1/5)(20)(0.025) = 264/4\text{ kg/s}$

$\rho_s = \frac{3/5 \times 10^6}{(289)(392)} = 39/2\text{ kg/m}^3$, $C_p = 1010\text{ J/kg}\cdot^{\circ}\text{C}$, $u_{max} = u_m \left(\frac{S_n}{S_n - d} \right) = 9 \left(\frac{2/5}{2/5 - 1/25} \right) = 18\text{ m/s}$

$$\frac{S_p}{d} = 2, \quad \frac{S_p}{d} = 2, \quad Re_{max} = \frac{(2/1)(18)(0.0125)}{2/25 \times 10^{-3}} = 21100$$

$$C = 0.488, \quad n = 0.462, \quad h = \frac{0.023}{0.0125} (0.488)(21100)^{0.462} (0.69)^{\frac{1}{4}} = 1395 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$q = \dot{m} C_p \Delta T = hA (T_w - T_{mean})$$

$$(2647)(1010)(T_s - 28) = (1395)(40)(\pi)(0.0125)(1/5) \left(200 - \frac{T_s + 28}{2} \right)$$

$$T_s = 56.76^\circ\text{C}, \quad q = 51.16 \text{ W}$$

۶۳. یک دسته لوله در یک ردیف آرایش یافته و در آن $S_n = S_p = 1/9 \text{ cm}$ و قطر لوله‌ها $6/32 \text{ mm}$ است. عمق دسته ۶ لوله و ارتفاع آن ۵۰ لوله است. دمای سطح لوله‌ها در 90°C ثابت است و هوای جو با دمای 20°C و سرعت $4/5 \text{ m/s}$ قبل از آنکه جریان وارد دسته لوله شود، از بین آنها عبور می‌کند. کل انتقال گرما به ازای واحد طول را برای دسته لوله حساب کنید. افت فشار را به دست آورید.

$$\frac{S_p}{d} = \frac{S_p}{d} = \frac{1/9}{0.00762} = 2, \quad u_\infty = 4/5 \text{ m/s}, \quad T_\infty = 293 \text{ K}, \quad P = 1 \text{ atm} \quad \text{حل:}$$

$$T_f = \frac{90 + 20}{2} = 55^\circ\text{C} = 328 \text{ K}, \quad \rho = 1.18 \text{ kg/m}^3, \quad \mu = 21.22 \times 10^{-3} \text{ kg/m.s}, \quad \rho = 1.077 \text{ kg/m}^3$$

$$k = 0.0284 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}, \quad Pr = 0.7, \quad C_p = 1007 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}, \quad u_{max} = u_\infty \left(\frac{S_n}{S_n - d} \right) = (4/5)(1/5) = 6/75 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{(1.077)(6/75)(0.00762)}{21.22 \times 10^{-3}} = 2262$$

$$C = 0.437, \quad n = 0.408, \quad h = \frac{0.0284}{0.00762} (0.437)(2262)^{0.408} (0.7)^{\frac{1}{4}} (0.94) = 1214 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\frac{q}{L} = (131/4)(6)(50)(\pi)(0.00762)(90 - \frac{T_s}{2} - \frac{20}{2}) = (118)(50)(0.00762)(4/5)(1007)(T_s - 20)$$

$$T_s = 201.2^\circ\text{C}, \quad \frac{q}{L} = 50.944 \text{ W/m}$$

$$Re_{max} = \frac{(1/37)(0.00762)}{21.22 \times 10^{-3}} = 2262, \quad G_{max} = (1.077)(6/75) = 7/75 \text{ Kg/m}^2 \cdot \text{s}$$

$$G_{max} = 526 \text{ lbm/ft}^2 \cdot \text{hr}, \quad \rho = 0.077 \text{ lbm/ft}^3$$

$$f = \left[0.324 + \frac{(0.077)^{1/4}}{2/25} \right] (2262)^{-0.45} = 0.0569$$

$$\text{در } 90^\circ\text{C}, \mu = 21.22 \times 10^{-3} \text{ kg/m.s} \quad \text{در } 20^\circ\text{C}, \mu = 1.8 \times 10^{-3} \text{ kg/m.s}$$

$$\Delta p = \frac{(0.0569)(526)(6)}{(0.077)(2/25 \times 10^{-3})} \left(\frac{2/37}{1.18} \right)^{0.25} = 0.625 \text{ lb}_f/\text{ft}^2$$



۶۴- مسأله (۶-۶۳) را برای آرایش یک درمیان با همان مقادیر S_p و S_n تکرار کنید.

حل:

$$u_{max} = \frac{u_{\infty} \left(\frac{S_n}{\gamma} \right)}{\left[\left(\frac{S_n}{\gamma} \right) + S_p \right]^{\frac{1}{n}} - d} = 2/186 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{\rho \cdot u_{max} \cdot d}{\mu} = 958/6, \quad C = -0.467, \quad n = 0.533$$

$$\frac{h \cdot d}{k_f} = C \left(\frac{u_{\infty} \cdot d}{\nu_f} \right)^n \cdot Pr_f^{\frac{1}{4}} \Rightarrow h = \frac{0.284}{0.00633} (0.467) (958)^{-0.533} (0.7)^{\frac{1}{4}} (0.95) = 284/14 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\frac{q}{L} = (284/14) (6) (50) (\pi) (0.00633) \left(90 - \frac{T_e}{\gamma} - \frac{\gamma}{\gamma} \right) = (1/18) (50) (0.00633) (4/5) (100) (T_e - 20)$$

$$T_e = 457^\circ\text{C}, \quad \frac{q}{L} = 130.551/15 \text{ W/m}$$

۶۵- بخار چگالنده به دمای 150°C را در داخل دسته لوله‌ای برای گرم کردن یک جریان متقاطع از CO_2 که در 300 kPa و 35°C و با سرعت 5 m/s وارد می‌شود، به کار می‌برند. این دسته لوله شامل ۱۰۰ لوله به قطر خارجی $1/25 \text{ cm}$ بوده که به طور مربع با آرایش در یک ردیف و $S_p = S_n = 1/875 \text{ cm}$ چیده شده‌اند. طول لوله‌ها 60 cm است. با فرض آن‌که دمای دیواره خروجی لوله در 150°C ثابت باشد، کل انتقال گرما به CO_2 و دمای خروجی آن را حساب کنید.

حل:

$$\frac{S_p}{d} = \frac{S_n}{d} = 1/5, \quad T_f = \frac{150 + 45}{\gamma} = 92/5^\circ\text{C} = 365/5 \text{ K}$$

$$\rho = 5/226 \text{ kg/m}^3, \quad \mu_f = 17/82 \times 10^{-6} \text{ kg/m.s}, \quad \rho_f = \frac{(\gamma)(1/0.132 \times 10^{-5})}{(189)(365/5)} = 2/204 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{در } 35^\circ\text{C} = 308 \text{ K}, k_f = 0.218 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}, Pr_f = 0.75, C_p = 921 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}, u_{max} = (5) \left(\frac{1/875}{1/875 - 1/25} \right) = 15 \text{ m/s}$$

$$Re_{max} = \frac{(2/204)(15)(0.0125)}{17/82 \times 10^{-6}} = 26339, \quad C = -0.278, \quad n = 0.67$$

$$h = \frac{0.218}{0.0125} (0.278) (26339)^{-0.27} (0.75)^{\frac{1}{4}} = 334/2 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$q = (334/2) (100) (\pi) (0.0125) (0.6) \left(150 - \frac{T_e - 45}{\gamma} \right) = (5/226) (100) (0.6) (0.0125) (5) (921)$$

$$T_e = 62/25^\circ\text{C}, \quad q = 74.59 \text{ W}$$

۶۶- دسته لوله‌ای در یک ردیف، از لوله‌های به قطر $2/5$ cm با 15 ردیف ارتفاع و 7 ردیف عمق ساخته شده است. دمای لوله‌ها 90°C است و هوای جو با 20°C و $u_\infty = 12$ m/s از روی آنها عبور می‌کند. در این آرایش $S_p = 3/75$ cm و $S_n = 5$ است. انتقال گرما از این دسته لوله را به ازای هر متر طول حساب کنید. افت فشار را نیز به دست آورید.

حل: $Pr = 0.7$, $k = 0.0284$ W/m. $^\circ\text{C}$, $u_\infty = 12$ m/s , $T_f = 55^\circ\text{C} = 328$ K

$$v = 19.4 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} , \quad d = 2/5 \text{ cm} , \quad u_{max} = (12) \left(\frac{d}{d - 7/5} \right) = 24 \text{ m/s}$$

$$Re_{max} = \frac{(24)(0.025)}{19.4 \times 10^{-6}} = 315 \times 10^3 , \quad C = 0.112 , \quad n = 0.72$$

$$h = \frac{0.0284}{0.025} (0.112) (315 \times 10^3)^{-0.72} (0.7)^{1/4} (0.96) = 156 \text{ W/m}^2.\text{C}$$

$$\frac{q}{L} = (156)(\pi)(0.025)(15)(7)(90 - 20) = 9 \times 10^4 \text{ W/m}$$

$$f' = \left[0.122 + \frac{(0.18)(1/5)}{1} \right] (315 \times 10^3)^{-0.15} = 2.468 \times 10^{-2}$$

$$G_{max} = (10.76)(24) = 258 \text{ kg/m}^2.\text{s} , \quad \rho = \frac{1.013 \times 10^5}{(287)(328)} = 1.076 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_\infty = 1.205 \text{ kg/m}^3 , \quad \Delta p = \frac{(2)(2.468 \times 10^{-2})(258/83)(7)(2/5)}{1/2.5} \left(\frac{2/5}{1/96} \right)^{1/2} = 272 \text{ Pa}$$

۶۷- هوا با دمای 300 K و فشار 1 atm به دسته لوله‌ای در یک ردیف وارد می‌شود. دسته لوله دارای 5 ردیف و هر ردیف شامل 10 لوله است. قطر لوله $2/5$ cm و $S_p = S_n = 5$ cm است. سرعت هوای ورودی 10 m/s و دمای ثابت دیواره لوله 350 K است. دمای هوای خروجی را حساب کنید.

حل: $Pr = 0.7$, $k = 0.0281$ W/m. $^\circ\text{C}$, $T_f = \frac{350 + 300}{2} = 325$ K

$$v = 18.22 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} , \quad u_{max} = (10) \left(\frac{d}{r} \right) = 20 \text{ m/s} , \quad Re_{max} = \frac{(20)(0.025)}{18.22 \times 10^{-6}} = 27427$$

$$\frac{S_n}{d} = \frac{S_p}{d} = \frac{d}{7/5} = 2 , \quad C = 0.1254 , \quad n = 0.622$$

$$h = \frac{0.0281}{0.025} (0.1254) (27427)^{-0.622} (0.7)^{1/4} = 161/8 \text{ W/m}^2.\text{C}$$

ضریب تصحیح برای 5 لوله: 0.92

$$h = (161/8)(0.92) = 148/8 \text{ W/m}^2.\text{C}$$

اگر از جدول Zukauskas استفاده کنیم:

$$C = 0.22 , \quad n = 0.62 , \quad h = 166/9 \text{ W/m}^2.\text{C}$$

0.92 = ضریب تصحیح

$$h = (166/9)(0.92) = 154/5 \text{ W/m}^2.\text{C}$$

تنها 3% تفاوت دارند.

۶۸- هوای جو با دمای 20°C و سرعت 15 m/s روی میله‌ای به سطح مقطع 5 cm^2 جریان دارد. سرعت بریکی از وجوه میله عمود است اگر دمای سطح 90°C باشد انتقال گرما به ازای واحد طول را به دست آورید.

حل: $T_f = \frac{90 + 20}{2} = 55^{\circ}\text{C} = 328\text{ K}$, $\rho = \frac{1/0.1 \times 10^{-5}}{(289)(328)} = 1/0.76\text{ kg/m}^3$, $\mu = 2/0.45 \times 10^{-5}\text{ Pa.s}$

$k = 0.0284\text{ W/m}^{\circ}\text{C}$, $pr = 0.7$, $Re = \frac{(1/0.76)(0.15)(15)}{2/0.45 \times 10^{-5}} = 39656$

$C = 0.102$, $n = 0.675$, $h = \frac{0.0284}{0.15} (0.102)(39656)^{0.675} (0.7)^{\frac{1}{4}} = 65/34\text{ W/m}^2\text{.}^{\circ}\text{C}$

$\frac{q}{L} = (65/34)(4)(0.15)(90 - 20) = 915\text{ W/m}$

۶۹- در نوعی گرم‌کن برقی خانگی برای پخش گرما از نوارهای فلزی نازک استفاده می‌شود. عرض نوارها 6 mm و عمود بر جریان هوایی قرار گرفته‌اند که توسط یک پنکه کوچک تولید می‌شود. سرعت هوا 2 m/s بوده و از هفت نوار 35 سانتی‌متر استفاده شده است. چنانچه نوارها تا 87°C گرم شوند، کل انتقال گرمای جابه‌جایی به هوای اتاق را در 20°C حساب کنید. (توجه کنید که در چنین گرم‌کنی قسمت اعظم انتقال گرما به طریق تابش گرمایی انجام می‌شود).

حل: $T_f = \frac{87 + 20}{2} = 53.5^{\circ}\text{C} = 326.5\text{ K}$, $\rho = \frac{1/0.1 \times 10^{-5}}{(289)(326.5)} = 0.492\text{ kg/m}^3$, $\mu = 2/286 \times 10^{-5}\text{ Pa.s}$

$pr = 0.685$, $Re = \frac{(0.492)(2)(0.106)}{2/286 \times 10^{-5}} = 174/37$

$C = 0.228$, $n = 0.73$, $h = \frac{0.054}{0.106} (0.228)(174/37)^{0.73} (0.685)^{\frac{1}{4}} = 77/2\text{ W/m}^2\text{.}^{\circ}\text{C}$

$q = (77/2)(7)(2)(0.106)(0.35)(87 - 20) = 1929\text{ W}$

۷۰- کانال مربعی به ابعاد 3 cm در 3 cm در دمای ثابت 30°C نگهداری می‌شود و جریان هوای 50°C و 1 atm با سرعت 6 m/s از روی آنها عبور می‌کند. گرمای کسب شده توسط کانال را حساب کنید. اگر سرعت جریان به نصف کاهش یابد، جریان گرمایی چه قدر کم خواهد شد؟

حل: $T_f = \frac{50 + 30}{2} = 40^{\circ}\text{C} = 313\text{ K}$, $\rho = \frac{1/0.1 \times 10^{-5}}{(289)(313)} = 1/128\text{ kg/m}^3$, $\mu = 2/0.7 \times 10^{-5}\text{ Pa.s}$

$pr = 0.7$, $Re = \frac{(1/128)(6)(3)}{2/0.7 \times 10^{-5}} = 10165$, $k = 0.0272\text{ W/m}^{\circ}\text{C}$

$C = 0.102$, $n = 0.675$, $h = \frac{0.0272}{0.106} (0.102)(10165)^{0.675} (0.7)^{\frac{1}{4}} = 19/64\text{ W/m}^2\text{.}^{\circ}\text{C}$

$\frac{q}{L} = (19/64)(4)(0.106)(50 - 30) = 471\text{ W/m}$

$h_{\frac{1}{2}} = (19/64) \left(\frac{1}{2}\right)^{0.675} = 12/29\text{ W/m}^2\text{.}^{\circ}\text{C}$ اگر سرعت نصف شود

$\frac{q}{L} = 294/96\text{ W/m}$ گرما به میزان $297/4\%$ کاهش پیدا کند.

۷۲- بیسموت مایع در دمای 400°C و با آهنگ 1 kg/s وارد لوله فولادی به قطر $2/5 \text{ cm}$ می‌شود. دمای دیواره لوله در 450°C ثابت نگه داشته می‌شود. دمای خروجی بیسموت را برای وقتی که طول لوله 60 cm باشد حساب کنید.

حل:

$$\text{در } 400^{\circ}\text{C} : \rho = 9950 \text{ kg/m}^3, \quad \mu = 1/47 \times 10^{-2} \text{ Pa.s}, \quad C_p = 0/15 \text{ kJ/kg}^{\circ}\text{C}$$

$$k = 16/3 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}, \quad Pr = 0/13, \quad Re = \frac{(0/025)(1)(4)}{(\pi)(0/025)^2(1/47 \times 10^{-2})} = 74645$$

$$Re.Pr = 45/4, \quad h = \frac{16/3}{0/025} \left[5 + 0/025 (45/4)^{0/4} \right] = 5422 \text{ W/m}^2\text{C}$$

$$q = (1)(150)(T_e - 400) = (5422)(\pi)(0/025)(0/6) \left(450 - \frac{T_e - 400}{4} \right)$$

$$T_e = 445/98^{\circ}\text{C} \quad q = 6898 \text{ W}$$

۷۳- سدیم مایع با آهنگ $2/3 \text{ kg/s}$ را باید از 120 تا 149°C گرم کنیم. لوله‌ای به قطر $2/5 \text{ cm}$ به طریق الکتریکی گرم می‌شود، موجود است (شار گرمایی ثابت). اگر دمای دیواره لوله از 200°C تجاوز نکند، کمترین طول لوله لازم را حساب کنید.

حل:

$$\text{در } 133/5^{\circ}\text{C} : \rho = 900 \text{ kg/m}^3, \quad \mu = 0/85 \times 10^{-2} \text{ Pa.s}, \quad C_p = 1345 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$$

$$k = 82 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}, \quad Pr = 0/8, \quad q = (2/3)(1345)(139 - 120) = 151/6 \text{ kW}$$

$$Re = \frac{(0/025)(2/3)(4)}{(\pi)(0/025)^2(0/85 \times 10^{-2})(900)} = 76020$$

$$Re.Pr = 70/8, \quad h = \frac{82}{0/025} \left[4/82 + 0/025 (70/8)^{0/4} \right] = 49500 \text{ W/m}^2\text{C}$$

$$151600 = (49500)(\pi)(0/025)(L)(200 - 139), \quad L = 0/765 \text{ m}$$

۷۴- عبارتی برای عدد ناسلت متوسط در مورد فلزات مایعی که بر روی صفحه تختی جریان دارند، به دست آورید. از معادله (۶-۴۲) به عنوان نقطه شروع استفاده کنید.

حل:

$$Nu_x = \frac{h_x X}{k} = 0/53 Re_x^{1/2} Pr^{1/4} \Rightarrow h_x = \frac{k}{X} (0/53) Re_x^{1/2} Pr^{1/4} = C X^{-1/2}$$

$$\bar{h} = \frac{\int_0^L h_x dX}{\int_0^L dX} = \bar{h}_{x=L}, \quad \frac{\bar{h}_L L}{k} = \bar{Nu}_L = 0/66 Re_L^{1/2} Pr^{1/4}$$

۷۵- آب با آهنگ 0.8 kg/s و دمای 93°C در لوله مسی به قطر داخلی 5 cm با سرعت مناسبی جریان دارد. ضخامت دیواره 0.8 mm است. هوا با دمای 15°C ، فشار جو و سرعت 15 m/s روی سطح خارجی لوله در جهتی عمود بر محور آن جریان دارد. اتلاف گرما به ازای واحد طول لوله چقدر است؟

حل: $T_f = \frac{93 + 15}{2} = 54^\circ\text{C} = 327 \text{ K}$, $\rho = \frac{1 \times 10^{-3}}{(2.87)(327)} = 1.08 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 2.03 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

$$k = 0.028 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} \quad , \quad Pr = 0.7 \quad , \quad Re = \frac{(1.08)(15)(0.005)}{2.03 \times 10^{-5}} = 41163$$

$$h_a = \frac{0.028}{0.005} (0.766)(41163)^{0.8} (0.7)^{1/4} = 6634 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

آب: $T = 93^\circ\text{C}$, $\mu = 2.1 \times 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, $k = 0.678 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$, $Pr = 1/9$

$$Re = \frac{(0.8)(0.005)(4)}{(\pi)(0.005)^2(2.1 \times 10^{-4})} = 66573$$

$$h_w = \frac{(0.678)(0.005)(66573)^{0.8}(1/9)^{1/4}}{0.005} = 2911 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\frac{q}{L} = \frac{(93 - 15)(\pi)(1)}{\frac{1}{(6634)(0.005)} + \frac{1}{(2911)(0.005)}} = 821 \text{ W/m}$$

۷۶- هوا با فشار 1 atm ، دمای 350 K و آهنگ 35 g/s وارد لوله‌ای به قطر $1/25 \text{ cm}$ می‌شود. دمای سطح لوله 300 K و طول آن 12 m است. اتلاف گرمایی هوا و دمای خروجی آن را تعیین کنید.

حل: $T = 350 \text{ K}$, $\rho = 0.998 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 2.06 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, $\mu = 2.075 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$

$$k = 0.0203 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} \quad , \quad Pr = 0.697 \quad , \quad C_p = 1009 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C} \quad , \quad Re = \frac{(0.035)(4)(0.002)}{(\pi)(0.002)^2(2.075 \times 10^{-5})} = 17181.63$$

$$Gz = Re \cdot Pr \cdot \frac{d}{L} = (17181.63)(0.697) \left(\frac{0.002}{12} \right) = 115.14 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\frac{1}{Gz} = 8.68 \times 10^{-3} \quad , \quad \bar{Nu}_d = 12.5 \quad , \quad \bar{h} = \frac{(12.5)(0.0203)}{0.002} = 30.3 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$q = hA (\bar{T}_b - T_w) = \dot{m} C_p (T_i - T_e)$$

$$(30.3)(\pi)(0.002)(12) \left(175 + \frac{T_e}{2} - 300 \right) = (0.035)(1009)(350 - T_e) \quad , \quad T_e = 331 \text{ K} \quad , \quad q = 5894 \text{ W}$$

۷۷- هوا در عرض لوله صافی به قطر ۵ cm با شرایط جریان آزاد 20°C ، ۱ atm و $u_\infty = 25 \text{ m/s}$ می‌وزد اگر دمای سطح لوله 77°C باشد، اتلاف گرما به ازای واحد طول را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{20 + 77}{2} = 48.5^\circ\text{C} = 321.5 \text{ K}, \quad \rho = 1.0877 \text{ kg/m}^3, \quad \mu = 1.96 \times 10^{-4} \text{ Pa.s}$$

$$k = 0.028 \text{ W/m}^\circ\text{C}, \quad Pr = 0.7, \quad Re = \frac{(1.0877)(25)(0.05)}{1.96 \times 10^{-4}} = 6946.62$$

$$Nu_d = 0.72 + \frac{(0.67)(6946.62)^{1/4}(0.7)^{1/4}}{\left[1 + \left(\frac{0.7}{0.72}\right)^{4/5}\right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{6946.62}{2825}\right)^{4/5}\right]^{1/4} = 19.077$$

$$h = \frac{k}{d} Nu = \frac{(0.028)(19.077)}{0.05} = 10.655 \text{ W/m}^2\text{C}$$

$$\frac{q}{L} = h \pi d (T_w - T_\infty) = (10.655)(\pi)(0.05)(77 - 20) = 95.4 \text{ W/m}$$

۷۸- روغن موتور در دمای 20°C وارد لوله بلندی به طول ۸ m می‌شود. قطر لوله ۱ in و آهنگ جریان 0.4 kg/s است. اگر دمای سطح لوله 80°C باشد، دمای خروجی روغن را حساب کنید.

حل: فرض کنید که دمای کپه‌ای متوسط 50°C باشد.

$$T_{b,mean} = 50^\circ\text{C}, \quad \rho = 870 \text{ kg/m}^3, \quad v = 1/24 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}, \quad \mu = 0.10788 \times 10^{-3} \text{ Pa.s}, \quad v_w = 0.375 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$k = 0.149 \text{ W/m}^\circ\text{C}, \quad Pr = 1960, \quad C_p = 2000 \text{ J/kg}^\circ\text{C}, \quad Re = \frac{(0.4)(2)(0.0254)}{(\pi)(0.10788)(0.1078)} = 185.86$$

$$Nu = (1/86) \left[(185.86)(1960) \left(\frac{0.1078}{\lambda} \right) \right]^{1/4} \left(\frac{1/24}{0.375} \right)^{-0.14} = 22.08 \quad \text{معادله (۶-۱۰)}$$

$$h = \frac{(22.08)(0.149)}{(0.0254)} = 126.21 \text{ W/m}^2\text{C}$$

$$q = h \pi d L (T_w - \bar{T}_b) = \dot{m} C_p \Delta T_b$$

$$(126.21)(\pi)(0.0254)(8)(80 - \frac{T_o}{2} - \frac{T_o}{2}) = (0.4)(2000)(T_o - 20), \quad T_o = 25.75^\circ\text{C}$$

۷۹- هوا با فشار ۱ atm، دمای ۳۰۰ K و آهنگ 0.4 kg/s وارد کانال مستطیلی به ابعاد $20 \times 10 \text{ cm}$ و طول ۲۵۰ cm می‌شود. اگر دمای سطح کانال در ۴۰۰ K ثابت بماند، انتقال گرما به هوا و دمای هوای خروجی را حساب کنید.



حل:

$$Nu = 3791, \quad T_f = 350 \text{ K}, \quad k = 0.0202 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}, \quad C_p = 1009 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$D_H = \frac{4A}{P} = \frac{(4)(0.02)(0.01)}{2(0.02+0.01)} = 0.033 \text{ m}$$

$$h = \frac{(3791)(0.033)}{0.0202} = 62056 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$q = (62056)(2/5)(0.02)(0.01)(4)\left(400 - 150 - \frac{T_g}{4}\right) = (0.02)(1009)(T_g - 400)$$

$$T_g = 30.15 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad q = 2.4772 \text{ W}$$

۸۰- هوا در شرایط ۱ atm و ۳۰۰ K درون لوله مسانی به قطر ۱/۵ mm به قسمی جریان دارد که عدد رینولدز ۱۲۰۰ می باشد. ضرایب انتقال گرما را برای طول های ۱، ۰.۱۰ و ۲۰ cm و لوله حساب کنید.

حل:

$$T_f = 400 \text{ K}, \quad k = 0.02624 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}, \quad Pr = 0.708, \quad d = 0.0015, \quad L = 0.1 \text{ m}$$

$$Gz = Re.Pr \frac{d}{L} = (1200)(0.708) \left(\frac{0.0015}{0.1} \right) = 127.44$$

$$\frac{1}{Gz} = 7/84 \times 10^{-2}, \quad Nu_d = 11/1, \quad h = \frac{(11/1)(0.02624)}{0.0015} = 194/176 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$L = 0.1, \quad Gz = (1200)(0.708) \left(\frac{0.0015}{0.1} \right) = 127.44, \quad \frac{1}{Gz} = 7/84 \times 10^{-2}, \quad Nu_d = 5/2$$

$$h = 9.96 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

برای طول های بعد لازم است بدانیم سیال سرد می شود یا گرم، تا توان عدد پراختل مشخص شود.

$$\text{گرم کردن: } \begin{cases} n = 0.4 \\ L = 0.2 \end{cases}, \quad Nu = (0.023)(1200)^{0.4}(0.708)^{0.4} = 5/82, \quad h = 10.1/84 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

۸۱- آب با دمای کپه ای متوسط 10°C در کانالی به شکل مثلث منساوی الاضلاع به ضلع ۲/۵ cm جریان دارد. آهنگ جریان به قسمی است که عدد رینولدز ۵۰۰۰۰ است. اگر دمای سطح لوله 15°C بالاتر از دمای کپه ای آب باشد، طول لوله را به قسمی تعیین کنید که دمای کپه ای آب 10°C افزایش یابد. کل انتقال گرما در این شرایط را حساب کنید.

حل: $\bar{T}_b = 10^\circ\text{C} = 283\text{ K}$, $\rho = 1165\text{ kg/m}^3$, $\gamma = 14 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$

$k = 0.125\text{ W/m}^\circ\text{C}$, $C_p = 1005/6$, $D_H = \frac{4A}{P} = \frac{(4)(0.125)^2}{(\pi)(0.125)} = 0.167\text{ m}$

$Re = 5000 = \frac{u \cdot d}{\gamma}$, $u = \frac{(5000)(14 \times 10^{-6})}{0.167} = 42\text{ m/s}$

$\dot{m} = \rho \cdot u \cdot A = (1165)(42)(\pi) \left(\frac{0.167}{2} \right)^2 = 0.0483\text{ kg/s}$, $Nu = 2/47$ (از جدول ۶-۱)

$h = \frac{(2/47)(0.125)}{0.167} = 3/7\text{ W/m}^\circ\text{C}$

$q = (4/7)(0.125)(\pi)(L)(15) = (0.0483)(1005/6)(10)$, $L = 11/66\text{ m}$, $q = 48/57\text{ W}$

۸۳- هوا در شرایط ۱ atm و ۳۰۰k روی کره‌ای جریان دارد به طوری که عدد رینولدز ۵۰۰۰۰ است. معادلات (۶-۲۵) و (۶-۲۶) را برای این شرایط با هم مقایسه کنید. هم چنین یا معادله (۶-۳۰) مقایسه کنید.

حل: (۶-۲۵) $Nu = 0.37 Re^{1/4} = (0.37)(50000)^{1/4} = 332/11$

(۶-۲۶) $Nu = 2 + (0.42 + 3 \times 10^{-5} Re^{1/4})^{1/4} = 10.1/48$

(۶-۳۰) $Nu = 2 + (0.37 Re_d^{1/4} + 0.62 Re_d^{-1/4}) Pr^{-1/4} \left(\frac{\mu_b}{\mu_s} \right)^{1/4}$

$T = 300\text{ K}$, $Pr = 0.708$, $\mu_\infty = \mu_w$ چون دمای دیواره را نداریم، فرض می‌کنیم که

$Nu = 150/83$

۸۴- آب با دمای ۱۰°C روی کره‌ای به قطر ۲/۵ cm با سرعت آزاد ۴ m/s جریان دارد. اگر دمای سطح کره ۶۰°C باشد، انلاف گرما را حساب کنید.

حل: $T = 10^\circ\text{C}$: $\rho = 999/7\text{ kg/m}^3$, $\mu = 1/31 \times 10^{-3}\text{ Pa.s}$

$k = 0.585\text{ W/m}^\circ\text{C}$, $Pr = 9/40$, $T = 60^\circ\text{C}$: $\mu = 4/71 \times 10^{-3}\text{ Pa.s}$

$Re_\infty = \frac{(999/7)(0.125)(4)}{1/31 \times 10^{-3}} = 76274/81$

(معادله ۶-۳۹) $h = \frac{0.585}{0.125} \left[1/2 + (0.42)(76274/81)^{1/4} \right] \left(\frac{1/31}{4/71} \right)^{1/4} (9/4)^{-1/4} = 13652/48\text{ W/m}^\circ\text{C}$

$q = (13652/48)(\pi)(0.125)^2(60 - 10) = 1340/4\text{ W}$

۸۶- خطاهای زیادی در مورد انتخاب صحیح شکل هندسی برای یک مسأله وجود دارد. سه حالت هندسی زیر را برای هوا با فشار ۱ atm، دمای ۳۰۰ K و عدد رینولدز ۵۰۰۰۰ در نظر بگیرید (الف): جریان روی استوانه‌ای به قطر ۱۰ cm، (ب) جریان درون لوله‌ای به قطر ۱۰ cm و (ج) جریان روی صفحه تختی به طول ۱۰ cm. ضریب انتقال گرمای متوسط برای هر یک از حالات هندسی بالا را به دست آورید.

حل:

$$T = 300 \text{ K} , \quad \rho = 1.1774 \text{ kg/m}^3 , \quad \mu = 1.8462 \times 10^{-5} \text{ Pa.s}$$

$$k = 0.02624 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} , \quad Pr = 0.708 , \quad Re = 50000 , \quad C = 0.0266 , \quad n = 0.805$$

$$h = \frac{0.02624}{0.1} (0.0266) (50000)^{0.805} (0.708)^{\frac{1}{4}} = 377.16 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C} \quad (\text{الف})$$

$$Nu = \frac{h.d}{k} = (0.023) Re^{0.8} Pr^{0.4} \quad (\text{ب})$$

$$n = 0.4 , \quad \text{گرمایش} : h = \frac{0.02624}{0.1} (0.023) (50000)^{0.8} (0.708)^{0.4} = 301.91 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$n = 0.3 , \quad \text{سرمایش} : h = 312.6 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C} \quad (\text{ج})$$

$$\bar{h} = (0.664) (Re)^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}} = 132.33 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

۸۷- قابل ذکر است که انتقال گرمای جابه‌جایی به خواص سیال و در نتیجه به دما بستگی دارد. جریان هوا با آهنگ 0.12 kg/s را در لوله صافی به قطر $2/5 \text{ cm}$ در نظر بگیرید. فرض کنید که رابطه *Dittus-Boelter* (معادله ۴-۶) صادق است، ضریب انتقال گرما را در صورتی که خواص در دماهای ۳۰۰، ۴۰۰، ۵۰۰ و ۸۰۰ K ارزیابی شود، حساب کنید.

حل:

$$T = 300 \text{ K} , \quad \nu = 15.69 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} , \quad \mu = 1.8462 \times 10^{-5} \text{ Pa.s} \quad (\text{الف})$$

$$k = 0.02624 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} , \quad Pr = 0.708 , \quad Re = \frac{(0.12)(0.0025)(4)}{(\pi)(0.0025)(1.8462 \times 10^{-5})} = 331.3$$

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4}$$

$$h = \frac{0.02624}{0.0025} (0.023) (331.3)^{0.8} (0.708)^{0.4} = 88.85 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$T = 300 \text{ K} , \quad \mu = 2.186 \times 10^{-5} \text{ Pa.s} \quad (\text{ب})$$

$$k = 0.03003 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} , \quad Pr = 0.697 , \quad Re = 26774$$

$$h = \frac{0.03003}{0.0025} (0.023) (26774)^{0.8} (0.697)^{0.4} = 85.26 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$T = 500 \text{ K} , \quad \mu = 21671 \times 10^{-5} \text{ Pa.s} \quad (ع)$$

$$k = 0.04038 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} , \quad Pr = 0.68$$

$$Re = 22881 , \quad h = 100/40.5 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$T = 800 \text{ K} , \quad \mu = 21625 \times 10^{-5} \text{ Pa.s} \quad (د)$$

$$k = 0.05779 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} , \quad Pr = 0.689$$

$$Re = 16859 , \quad h = 113/25 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

توجه: فرایند راسرمایش ($n = 0.4$) در نظر گرفته‌ایم.

۸۸- مسأله (۶-۸۷) را برای هلیوم با همان جریان جرمی در دماهای ۲۷۷، ۲۵۵ و ۷۰۰ K تکرار کنید.

حل:

$$T = 255 \text{ K} , \quad \mu = 1817 \times 10^{-5} \text{ Pa.s} \quad (\text{الف})$$

$$k = 0.1355 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} , \quad Pr = 0.7 , \quad Re = \frac{(0.12)(0.125)(4)}{(\pi)(0.125)(1817 \times 10^{-5})} = 33635$$

$$h = \frac{0.1355}{0.125} (0.123)(33635)^{-0.4} (0.7)^{-0.4} = 369/17 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$T = 277 \text{ K} , \quad \mu = 175 \times 10^{-5} \text{ Pa.s} , \quad k = 0.197 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} , \quad Pr = 0.72 \quad (\text{ب})$$

$$Re = 22233/8 , \quad h = 393/0.5 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$T = 700 \text{ K} , \quad \mu = 2817 \times 10^{-5} \text{ Pa.s} , \quad k = 0.275 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} , \quad Pr = 0.72 \quad (\text{پ})$$

$$Re = 16011 , \quad h = 529/286 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

۸۹- هوا با دمای ۳۰۰ K در لوله‌ای به قطر ۵ mm با چنان آهنگی جریان دارد که عدد رینولدز ۵۰۰۰۰ است. طول لوله ۵۰ mm می‌باشد. ضریب انتقال گرما برای شار گرمایی ثابت در دیواره‌ها را به دست آورید.

حل:

$$T = 300 \text{ K} , \quad k = 0.02622 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} , \quad Pr = 0.708$$

فرض می‌کنیم که فرایند گرمایش باشد ($n = 0.4$)

$$h = \frac{0.02622}{0.05} (0.123)(50000)^{-0.4} (0.708)^{-0.4} = 603/82 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

۹۰- آب در دمای ۱۵/۶°C در لوله‌ای به قطر ۵ mm و طول ۵۰ mm دارد. آهنگ جریان به نحوی است که عدد پکلت (pcclet) ۱۰۰۰ است. اگر دمای دیواره لوله در ۴۹°C ثابت باشد، افزایش دمای آب را حساب کنید.



$$Re_{pr} \frac{d}{L} = pe \frac{d}{L} = 100 > 10$$

حل:

$$T_{b,mean} \approx 30^\circ\text{C},$$

پس معادله (۶-۱۰) صادق است.

فرض می‌کنیم که دمای کبه‌ای متوسط 30°C باشد.

$$\rho = 995 \text{ kg/m}^3, \quad \mu = 718 \times 10^{-6} \text{ Pa.s}, \quad \mu_w = 516 \times 10^{-6}$$

$$k = 0.162 \text{ W/m}^\circ\text{C}, \quad pr = 5/4, \quad C_p = 4177 \text{ J/kg}^\circ\text{C}, \quad Re = \frac{1000}{5/4} = 192/30, \quad A = 1/96 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$Nu_d = (1/186)(1000)^{1/4} \left(\frac{d}{0.1} \right)^{1/4} \left(\frac{1/16}{5/4} \right)^{1/4} = 9.44$$

$$h = \frac{(9.44)(0.162)}{(0.1 \times 0.5)} = 1121 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$\dot{m} = \rho u A, \quad u = \frac{(Re)(\mu)}{\rho d}, \quad \dot{m} = \frac{(Re)(\mu)(A)}{d} = \frac{(192/30)(718 \times 10^{-6})(1/96 \times 10^{-2})}{(0.1 \times 0.5)} = 5/89 \times 10^{-4} \text{ kg/s}$$

$$q = \dot{m} C_p \Delta T_b = h \pi d L (T_w - T_b)$$

$$(5/89 \times 10^{-4})(4177)(T_w - 15/6) = (1121)(\pi)(0.1 \times 0.5)(T_w - \frac{15/6}{4} - \frac{T_c}{4})$$

$$T_w = 25/74^\circ\text{C}, \quad \Delta T_b = 10/14^\circ\text{C}$$

افزایش دمای آب

۹۲- گلیسرین در دمای 10°C در کانال مستطیلی به ابعاد $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$ و طول 1 m جریان دارد. آهنگ جریان به نحوی است که عدد رینولدز 250 است. ضریب انتقال گرمای متوسط را برای حالتی که دمای دیواره ثابت باشد، حساب کنید.

$$T = 10^\circ\text{C}, \quad k = 0.2384 \text{ W/m}^\circ\text{C}, \quad Pr = 31 \times 10^3$$

حل:

$$Nu = 5/597, \quad D_H = \frac{4A}{P} = 0.177 \text{ m}, \quad h = \frac{(5/597)(0.2384)}{(0.1 \times 177)} = 89/41 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

۱۰۰- نتایج به دست آمده از معادلات (۶-۱۷)، (۶-۲۱)، (۶-۲۲)، (۶-۲۳) را برای هوا در شرایط 1 atm و 300 K که روی استوانه‌ای در دمای 400 K جریان دارد، در اعداد رینولدز 50000 و 100000 با هم مقایسه کنید.

حل:

$$T_f = 350 \text{ K}, \quad k_f = 0.03003 \text{ W/m}^\circ\text{C}, \quad Pr_f = 0.697$$

$$\mu_w = 2/286 \times 10^{-5} \text{ Pa.s}, \quad \mu_w = 1/8462 \times 10^{-5}$$

$$Re = 50000 : Nu_d = 142/98, \quad Re = 100000 : Nu_d = 239/81 \quad (6-17)$$

$$Re = 50000 : Nu_d = 136/171, \quad Re = 100000 : Nu_d = 213/75 \quad (6-21)$$

$$Re = 50000 : Nu_d = 152/49, \quad Re = 100000 : Nu_d = 242/53 \quad (6-22)$$

$$Re = 50000 : Nu_d = 140/20, \quad Re = 100000 : Nu_d = 209/85 \quad (6-23)$$

۱۰۴- معادلات (۶-۱۹)، (۶-۲۰) و (۶-۲۱) را با معادله (۶-۱۷) برای گازی با $Pr = 0.7$ در ریتولدهای زیر مقایسه کنید: (الف) ۵۰۰، (ل) ۱۰۰۰، (پ) ۲۰۰۰، (ت) ۱۰۰۰۰، (ث) ۱۰۰۰۰۰.

حل:

$$Nu_d = 42/28 \quad (۶-۱۷)$$

$$Nu_d = 10/12 \quad pr_f \approx pr_w \quad (۶-۱۹)$$

$$Nu_d = 9/8 \quad pr_f \approx pr_w \quad (۶-۲۰)$$

$$Nu_d = 10/96 \quad (۶-۲۱)$$

بقیه ریتولدها نیز به همین ترتیب به دست می‌آید.

۱۰۷- کاربرد معادله *Dimus-Boelter* (معادله ۶-۲۹) را برای جریان آشفته هوا در لوله صاف، در شرایط جریان آشفته توسعه‌یافته، در نظر بگیرید. برای آهنگ جریان و قطر لوله ثابت (اختیاری) تأثیر دمای کپه‌ای را روی ضریب انتقال گرما از طریق محاسبه مقادیر h در دماهای کپه‌ای متوسط ۲۰، ۵۰، ۱۰۰، ۲۰۰، ۳۰۰°C بررسی کنید. با توجه به نتایج، وابستگی ضریب انتقال گرمای هوا را با دمای مطلق ارزیابی کنید.

حل: فرآیند را سرمایش سیال در نظر می‌گیریم.

حل:

$$Nu_d = 0.023 Re_d^{1/4} Pr^n \Rightarrow \frac{h_d d}{k} = 0.023 \left(\frac{\rho u d}{\mu} \right)^{1/4} pr^n$$

$$\dot{m} = \rho u A = \rho u \frac{\pi d^2}{4} = \text{ثابت} \Rightarrow h = A \mu^{-1/4} pr^n k$$

$$\frac{h}{A} = h_{\text{new}} = H = \frac{pr^n k}{\mu^{-1/4}} = \frac{k pr^{n/4}}{\mu^{-1/4}}$$

A مقداری ثابت است که $\dot{m}$ و d و بقیه ثابت‌ها در آن مستترند.

$$\bar{T}_b = 20^\circ\text{C}, \quad \mu = 1.75 \times 10^{-5} \text{ Pa.s} \quad (الف)$$

$$k = 0.025 \text{ W/m}^\circ\text{C}, \quad Pr = 0.7, \quad H = \frac{(0.025)(0.7)^{1/4}}{1.75 \times 10^{-5}} = 1282/6.$$

$$\bar{T}_b = 50^\circ\text{C}, \quad \mu = 1.96 \times 10^{-5} \text{ Pa.s} \quad (ب)$$

$$k = 0.0262 \text{ W/m}^\circ\text{C}, \quad Pr = 0.7, \quad H = 1201$$

$$\bar{T}_b = 100^\circ\text{C}, \quad \mu = 2.18 \times 10^{-5} \text{ Pa.s} \quad (پ)$$

$$k = 0.0315 \text{ W/m}^\circ\text{C}, \quad Pr = 0.69, \quad H = 1292$$

$$\bar{T}_b = 200^\circ\text{C}, \quad \mu = 2.5775 \times 10^{-5} \text{ Pa.s} \quad (ت)$$

$$k = 0.04877 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} , \quad Pr = 0.01815 , \quad H = 1328$$

$$\bar{T}_b = 200^\circ\text{C} , \quad \mu = 2.933 \times 10^{-4} \text{ Pa.s} \quad (\text{ث})$$

$$k = 0.04509 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} , \quad Pr = 0.018 , \quad H = 1328$$



سیستم‌های جابه‌جایی طبیعی

۱- می‌خواهیم ضرایب انتقال گرمای جابه‌جایی اجباری و جابه‌جایی آزاد روی صفحه عمودی تخت را با هم مقایسه کنیم. رابطه‌ای تقریبی بین اعداد رینولد و گراشف ارائه دهید، به‌طوری که ضرایب انتقال گرما برای جابه‌جایی اجباری خالص و جابه‌جایی آزاد خالص برابر باشند. جریان را آرام فرض کنید.

حل:

$$h_i = 0.1664 \frac{k}{L} Re_L^{\frac{1}{2}} Pr_f^{\frac{1}{3}}$$

جابه‌جایی اجباری:

$$h_n = \frac{k}{L} C (Gr_f Pr_f)^m$$

جابه‌جایی آزاد:

$$h_i = h_n \Rightarrow 0.1664 \frac{k}{L} Re_L^{\frac{1}{2}} Pr_f^{\frac{1}{3}} = C (Gr_f Pr_f)^m \frac{k}{L}$$

$$\frac{Gr_f^m}{Pr_f^m} = \frac{0.1664}{C} Pr_f^{\frac{1}{3}-m}$$

چون از مقدار دقیق C و m اطلاعی نداریم، رابطه به‌صورت بالا نوشته می‌شود.

۳- نشان دهید که برای یک گاز آرمانی که معادله حالت آن به‌صورت $P = \frac{\rho}{RT}$ می‌باشد، $\beta = \frac{1}{T}$ است.

حل:

$$\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P, \quad PV = nRT, \quad V = \frac{nRT}{P}, \quad \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = \frac{nR}{P} \Rightarrow \beta = \frac{1}{V} \cdot \frac{nR}{P} = \frac{nR}{P.V} = \frac{1}{T}$$

۴- دمای صفحه مربعی عمودی به ضلع ۱ ft برابر ۶۵°C بوده و در معرض هوای جو به دمای ۱۵°C قرار دارد. انتقال گرمای جابه‌جایی آزاد از این صفحه را با انتقال گرمای ناشی از رانش اجباری هوا بر روی صفحه با حداکثر سرعتی که در لایه مرزی جابه‌جایی آزاد اتفاق می‌افتد، مقایسه کنید. در مورد این مقایسه بحث کنید.

حل:

$$T = \frac{65 + 15}{2} = 40^\circ\text{C} = 313 \text{ K}, \quad \rho = \frac{1/(0.1) \times 10^5}{(287)(313)} = 1.128 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu = 2.006 \times 10^{-5} \text{ Pa.s}, \quad \beta = \frac{1}{T} = \frac{1}{313} = 3.195 \times 10^{-7}, \quad k = 0.0272 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0.7, \quad C_p = 1006 \text{ J/kg}^\circ\text{C}, \quad X = 1 \text{ ft} = 0.3048$$



$$Gr.Pr = \frac{(9/8.06)(1.0.6)(3/195 \times 10^{-7})(65 - 15)(1/128)^{-1}(-13.48)^{-2}}{(2/0.06 \times 10^{-9})(0.2722)} \quad 1/0.41 \times 10^8$$

$$h = \frac{0.2722}{0.27.48} (0.59)(1/0.41 \times 10^8)^{-1/2} = 5/318 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}$$

$$q = (5/318)(0.27.48)^{-1} (65 - 15) = 24/7 \text{ W}$$

$$u_{max} = \frac{4}{3V} (5/17) \left(\frac{2/0.06 \times 10^{-9}}{1/128} \right) \left(\frac{2.0}{3.1} + 0.17 \right)^{-1/2} \left[\frac{(9/8.06)(3/195 \times 10^{-7})(5.0)(0.27.48)(1/128)^{-1}}{(2/0.06 \times 10^{-9})} \right]^{1/2} = 0.212 \text{ m/s}$$

ع- عبارتی برای حداکثر سرعت در لایه مرزی جابه‌جایی آزاد روی یک صفحه تخت عمودی به دست آورید. در چه نقطه‌ای لایه مرزی حداکثر سرعت اتفاق می‌افتد.

حل:

$$\frac{u}{u_x} = \left(\frac{y}{\delta} \right) \left(1 - \frac{y}{\delta} \right)^2, \quad \frac{du}{dy} = u_x \left[\frac{y}{\delta} \left(-\frac{1}{\delta} \right) \left(1 - \frac{y}{\delta} \right) + \frac{1}{\delta} \left(1 - \frac{y}{\delta} \right)^2 \right]$$

$$y = \frac{\frac{y}{\delta} + \sqrt{\left(\frac{y}{\delta} \right)^2 - 4 \left(\frac{y}{\delta} \right)}}{\frac{1}{\delta}}$$

در $y = \frac{\delta}{3}$ حداکثر سرعت اتفاق می‌افتد.

$$u_{max} = u_x \left(\frac{y}{\delta} \right) \left(1 - \frac{y}{\delta} \right)^2 = \frac{4}{3V} u_x = \frac{4}{3V} C_1 X^m$$

۷- دو صفحه تخت عمودی به دمای 65°C را در مخزن آبی به دمای 25°C قرار می‌دهند. چنانچه ارتفاع صفحات ۳۰ cm باشد، حداقل فاصله آنها چه قدر باشد، تا لایه‌های مرزی جابه‌جایی آزاد تداخل نکنند؟

حل:

$$\frac{\delta}{X} = 3/93 Pr^{-1/2} (0.952 + Pr)^{1/4} Gr_x^{-1/4}$$

$$Gr_x = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)X^3}{\nu^2}$$

$$T_f = 45^\circ\text{C} = 1, \quad Pr = 3/85, \quad \frac{g\beta\rho^2 C_p}{\mu k} = \frac{Gr_x.Pr}{X^3 \Delta T} = 4/5 \times 10^7$$

$$Gr_x = \frac{(4/5 \times 10^7)(0.1)^3 (4.0)}{3/85} = 1/262 \times 10^7$$

$$\delta = (3/93)(3/85)^{-1/2} (0.952 + 3/85)^{1/4} (1/262 \times 10^7)^{-1/4} (0.1)$$

$$\delta = 2/652 \times 10^{-2} \text{ m} \quad \text{و} \quad \boxed{2\delta = 5/30.7 \times 10^{-2} \text{ m}}$$

حداقل فاصله بین دو صفحه

۸- استوانه عمودی به ارتفاع ۳۰ cm و دمای 100°C در هوای اتاق به دمای 15°C قرار دارد. حداقل قطر استوانه چه قدر باشد تا مشابه یک صفحه تخت عمودی رفتار کند؟

حل:

$$L = 0.1 \text{ m}, \quad T_f = 57/5^\circ\text{C} = 330/5 \text{ K}, \quad \nu = 19/23 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$Gr_L = \frac{\left(\frac{1}{330/5}\right) (0.1)^3 (9/8) (1000 - 15)}{19/23 \times 10^{-6}} = 1/84 \times 10^5$$

$$D = \frac{(0.1)^3 (35)}{(1/84 \times 10^5)^{1/4}} = 9.01 \times 10^{-2} = 9.01 \text{ cm}$$

۹- صفحه‌ مربعی عمودی به ضلع ۱ m را تا 400°C گرم کرده و در هوای اتاق به دمای 25°C قرار می‌دهند. اتلاف گرما از یک طرف صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{400 + 25}{2} = 212/5^\circ\text{C} = 485/5 \text{ K}, \quad \nu = 26/1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0.0394 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0.68, \quad Gr.Pr = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{485/5}\right) (1)^3 (400 - 25)}{(26/1 \times 10^{-6})^2} = 3/95 \times 10^5$$

$$h = \frac{0.0394}{1} (0.1) (3/95 \times 10^5)^{1/4} = 6/22 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$q = h.A.(T_w - T_\infty) = (6/22)(1)^2 (400 - 25) = 2334 \text{ W}$$

۱۰- دمای ثابت صفحه تخت عمودی 120°F بوده و در هوای جو به دمای 70°F قرار می‌گیرد. ضخامت لایه مرزی در فاصله ۱۴ in از لبه بالاروند صفحه ۱ in است. ضخامت لایه مرزی را در فاصله ۲۴ in از لبه بالاروند حساب کنید.

حل:

$$\delta \propto X^{1/2} \Rightarrow \frac{\delta_{24}}{\delta_{14}} = \left(\frac{24}{14}\right)^{1/2} \Rightarrow \delta_{24} = (1) = \left(\frac{24}{14}\right)^{1/2} = 1/14 \text{ in}$$

۱۱- استوانه عمودی به ارتفاع ۱/۸ m، قطر ۷/۵ cm و دمای 93°C در محیط جو به دمای 30°C قرار دارد. اتلاف گرما به طریق جابه‌جایی آزاد از استوانه را حساب کنید. در این محاسبه می‌توان استوانه را نظیر صفحه تخت عمودی در نظر گرفت.

حل:

$$T_f = \frac{93 + 30}{2} = 61/5^\circ\text{C}, \quad \beta = \frac{1}{334/5} = 2/99 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}, \quad \nu = 19/19 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$k = 0.0289 \text{ W/m}^\circ\text{C}, \quad Pr = 0.17, \quad Gr.Pr = \frac{(9/8) (2/99 \times 10^{-3}) (1/8)^3 (93 - 30)}{(19/19 \times 10^{-6})^2} (0.17) = 2/05 \times 10^5$$

$$h = \frac{0.0289}{1/8} = (0.1) (2/05 \times 10^5)^{1/4} = 4/394 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$q = (4/394)(\pi)(0.1)(93 - 30) = 117/4 \text{ W}$$



۱۲- دیوار بیرونی ساختمانی به ارتفاع ۶ m شار گرمایی تابشی متوسط 1100 W/m^2 را از خورشید دریافت می‌کند. اگر 95 W/m^2 از دیوار هدایت شود، دمای بیرونی را بیابید. به فرض دمای هوای جو در بیرون ساختمان 20°C است.

حل:

$$\frac{q}{A} = 1100 - 95 = 1005 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}, \quad T = 300 \text{ K}, \quad \beta = 2/33 \times 10^{-5}$$

$$\nu = 15/68 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}, \quad Pr = 0.7, \quad k = 0.02624 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$Gr^* = \frac{(9/80.6)(2/33 \times 10^{-5})(1005)(6)^3}{(15/68 \times 10^{-6})^2(0.02624)} = 6/59 \times 10^{10}$$

$$h = \frac{0.02624}{6} (-0.7)(6/59 \times 10^{10})^{1/4} = 6/7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$\Delta T = \frac{1005}{6/7} = 150^\circ\text{C}, \quad T_w = 150 + 20 = 170^\circ\text{C}$$

۱۳- به فرض بتوان بدن انسان را تقریباً به صورت استوانه‌ای عمودی به قطر ۱ ft و ارتفاع ۶ ft در نظر گرفت، اتلاف گرمای جابه‌جایی آزاد را برای سطحی به دمای 75°F در هوای محیط با دمای 68°F به دست آورید.

حل:

$$\Delta T = 75 - 68 = 7^\circ\text{F} = 3/888^\circ\text{C}, \quad h = (6/95)(3/888)^{1/4} = 1/494 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$q = (1/494)(\pi)(0.25)(1/8288)(3/888) = 10/17 \text{ W} = 34/71 \text{ Btu/hr}$$

۱۴- صفحه مربعی عمودی به ضلع ۳۰ cm با برق گرم می‌شود، به طوری که شار گرمایی ثابت با انتشار گرمای ۳۰ W برقرار می‌گردد. هوای محیط در فشار ۱۰۰ kPa و دمای 20°C است. ضریب انتقال گرما در ارتفاعات ۱۵ و ۳۰ cm را حساب کنید. ضریب انتقال گرمای متوسط را حساب کنید.

حل:

$$q_w = \frac{30}{(0.3)^2} = 333/3 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}, \quad T = 300 \text{ K}, \quad k = 0.02624 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$\beta = 2/33 \times 10^{-5}, \quad \nu = 15/68 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}, \quad Pr = 0.71$$

$$x = 15 \text{ cm}: Gr^* = \frac{(9/80.6)(2/33 \times 10^{-5})(333/3)(0.15)^3}{(15/68 \times 10^{-6})^2(0.02624)} = 8/541 \times 10^4$$

$$x = 30 \text{ cm}: Gr^* = 1/36 \times 10^5$$

$$\text{در } x = 15 \text{ cm}: h = \frac{0.02624}{0.15} (-0.6) \left[(8/541 \times 10^4)(0.7) \right]^{1/4} = 5/975 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$\text{در } x = 30 \text{ cm}: h = \frac{0.02624}{0.3} (-0.6) \left[(1/36 \times 10^5)(0.7) \right]^{1/4} = 5/1966 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$\bar{h} = \frac{2}{3} h_{x-L} = (1/25)(5/1966) = 6/495 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$$

۱۵- صفحه مربعی عمودی به ضلع 0.3 m و دمای 50°C در هوای اطاق به فشار 100 kPa و دمای 18°C قرار دارد. اتلاف گرما از دو طرف صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{50 + 18}{2} = 34^\circ\text{C} = 307 \text{ K}, \quad \nu = 16/4 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0.0268 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}, \quad Pr = 0.71$$

$$Gr.Pr = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{3 \cdot 0.3} \right) (50 - 18) (0.3)^3 (0.71)}{(16/4 \times 10^{-6})^2} = 7/19 \times 10^7$$

$$C = 0.59, \quad m = \frac{1}{4}, \quad h = \frac{0.0268}{0.3} (0.59) (7/19 \times 10^7)^{\frac{1}{4}} = 478 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$$

$$q = 2hA(T_w - T_\infty) = (2)(478)(0.3)^2(50 - 18) = 271 \text{ W}$$

۱۶- اتلاف گرما به طریق جابه‌جایی آزاد از صفحه‌ای مربعی و عمودی به ضلع 0.61 متر و دمای 100°C را که در معرض هلیوم به دمای 20°C و فشار 200 kPa قرار دارد، حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{100 + 20}{2} = 60^\circ\text{C} = 333 \text{ K}, \quad \mu = 2/16 \times 10^{-4} \text{ Pa}\cdot\text{s}, \quad \rho = \frac{(2)(1/0.61 \times 10^{-3})}{(333)(278)} = 0.293 \text{ kg/m}^3$$

$$k = 0.159 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}, \quad Pr = 0.71$$

$$Gr.Pr = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{333} \right) (0.293)^2 (100 - 20) (0.61)^3 (0.71)}{(2/16 \times 10^{-4})^2} = 678 \times 10^7$$

$$h = \frac{(0.159)(0.59)(678 \times 10^7)^{\frac{1}{4}}}{0.61} = 14 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$$

$$q = h.A(T_w - T_\infty) = (14)(0.61)^2(100 - 20) = 416/5 \text{ W}$$

۱۷- صفحه بزرگ عمودی به ارتفاع $6/1 \text{ m}$ و عرض $1/22 \text{ m}$ در دمای ثابت 57°C بوده و در هوای جو به دمای 4°C قرار دارد. اتلاف گرما از صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = 40/5^\circ\text{C} = 304/5 \text{ K}, \quad \nu = 16/1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0.0265 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0.71, \quad Gr.Pr = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{3 \cdot 0.045} \right) (57 - 4) (0.045)^3 (0.71)}{(16/1 \times 10^{-6})^2} = 1/04 \times 10^7$$

$$\overline{Nu}^{\frac{1}{4}} = 0.1825 + \frac{0.387 Ra^{\frac{1}{4}}}{\left[1 + \left(\frac{0.387}{Pr} \right)^{\frac{4}{3}} \right]^{\frac{1}{4}}} = 33/44, \quad Nu = 1118, \quad h = \frac{(1118)(0.0265)}{6/1} = 4/86 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$$

$$q = h.A(T_w - T_\infty) = (4/86)(6/1)(1/22)(57 - 4) = 1916/9 \text{ W}$$



۱۸- صفحه مربعی عمودی به ضلع 1 m و دمای 49°C ، در هوای اتاق به دمای 21°C قرار دارد. اتلاف گرما از صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{49 + 21}{2} = 35^\circ\text{C} = 308\text{ K}, \quad \nu = 16/5 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$k = 0.0268 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}, \quad Pr = 0.7$$

$$Gr.Pr = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{308} \right) (49 - 21)^2 (0.7)}{(16/5 \times 10^{-6})^2} = 2/29 \times 10^8$$

$$Nu^{\frac{1}{4}} = 0.1825 + \frac{0.7287 Ra^{\frac{1}{4}}}{\left[1 + \left(\frac{0.7287}{Pr} \right)^{\frac{4}{9}} \right]^{\frac{1}{4}}} = 12/57, \quad Nu = 158/1$$

$$h = \frac{(158/1)(0.0268)}{1} = 4/24 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$$

$$q = h.A(T_w - T_\infty) = (4/24)(1)(49 - 21) = 118/22 \text{ W}$$

۱۹- برای ایجاد عدد ریلی 10^4 در هوا در شرایط استاندارد و $\Delta T = 10^\circ\text{C}$ چه فاصله عمودی لازم است؟

حل:

$$\nu = 15/69 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0.02626 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}, \quad Pr = 0.7$$

$$10^4 = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{300} \right) (10)^2 (0.7)}{(15/69 \times 10^{-6})^2}, \quad \boxed{L = 10/25 \text{ m}}$$

۲۰- در صفحه قائمی به ابعاد $25 \times 25 \text{ cm}$ ، گرم‌کن برقی نصب شده و شار گرمایی ثابت 1000 W/m^2 برقرار شده است. این صفحه در آب 15°C فرو برده می‌شود. ضریب انتقال گرما و دمای متوسط صفحه را حساب کنید. در این دما چه قدر گرما از سطحی هم‌دما تلف می‌شود؟

حل: خواص در دمای $15/56^\circ\text{C}$ می‌باشند.

$$k = 0.595 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}, \quad \frac{g.\beta.\rho^2.C_p}{\mu.k} = 1/0.8 \times 10^9$$

$$Gr.Pr = \frac{(1/0.8 \times 10^9)(1000)(0.25)^2}{0.595} = 7/0.9 \times 10^8$$

$$h_s = \frac{0.595}{0.25} (-1/6)(7/0.9 \times 10^8)^{\frac{1}{4}} = 211 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C} \Rightarrow \bar{h} = 1/25 h_s = 264 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$$

$$\overline{\Delta T} = \frac{q_w}{\bar{h}} = \frac{1000}{264} = 3/79^\circ\text{C} \Rightarrow T_w = 2/79 + 15 = 18/79^\circ\text{C}$$

۲۱- به فرض به دلیل تقارن، در هر طرف استوانه افقی نیمی از انتقال گرما به طریق جابه‌جایی به وجود آید. با این

فرض، انتقال گرما در هر طرف استوانه را با انتقال گرما از صفحه تخت عمودی که ارتفاعش برابر فاصله محیطی نقطه رکود کف تا نقطه رکود سطح بالای استوانه است، مقایسه کنید. در مورد این مقایسه بحث کنید.

حل:

$$h = 1/42 = \left(\frac{\Delta T}{L}\right)^{\frac{1}{4}}, \quad \text{صفحه عمودی} \quad h = 1/32 = \left(\frac{\Delta T}{d}\right)^{\frac{1}{4}}, \quad \text{استوانه}$$

$$q = \left(\frac{1}{4}\right) \left(\frac{1}{32}\right) \left(\frac{\Delta T}{d}\right)^{\frac{1}{4}} (\pi) (d) (\Delta T) = 2/0.73 d^{\frac{1}{4}} \Delta T^{\frac{5}{4}}$$

$$\text{صفحه} \quad q = (1/42) \left(\frac{\Delta T}{L}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{\pi d}{4}\right) (\Delta T) = 1/992 d^{\frac{1}{4}} \Delta T^{\frac{5}{4}}$$

ملاحظه می‌شود که دو مقدار خیلی به هم نزدیک هستند.

۲۳- میله گرم‌کنی افقی به قطر ۳ cm و طول ۱ m در استواری از آمونیاک مایع اشباع به دمای ۲۰°C قرار دارد. دمای سطحی گرم‌کن ثابت و برابر ۷۰°C است. آهنگ انتقال گرما را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{70 + 20}{2} = 45^\circ\text{C} = 318 \text{ K}, \quad \nu = 0.335 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}, \quad k_f = 0.1485 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$Pr = 2, \quad \beta = 2/45 \times 10^{-3}, \quad GrPr = \frac{(9/8)(2/45 \times 10^{-3})(70 - 20)(0.03)^3(2)}{(0.335 \times 10^{-6})^2} = 5/75 \times 10^4$$

$$C = 0.53, \quad m = \frac{1}{4}, \quad h = \frac{0.1485}{0.335} (0.53)(5/75 \times 10^4)^{\frac{1}{4}} = 1328 \text{ W/m}^2\text{.}^\circ\text{C}$$

$$q = h \pi d L (T_s - T_\infty) = (1328)(\pi)(0.03)(1)(70 - 20) = 6260 \text{ W}$$

۲۴- از بخار چگالنده ۱۲۰°C که در داخل لوله‌ای افقی به قطر ۷/۵ cm جاری است، برای گرم کردن محلی با دمای هوای ۱۷°C استفاده می‌شود. کل بار گرمایی ۲۹/۳ kW است. طول لوله چه قدر باشد تا این گرمایش انجام شود؟

حل:

$$h = (1/32) \left(\frac{120 - 17}{0.0075}\right) = 11026 \text{ W/m}^2\text{.}^\circ\text{C}$$

$$q = 29300 \text{ W} = (11026)(\pi)(0.0075)(L)(120 - 17) \Rightarrow L = 150/2 \text{ m}$$

۲۵- سیم پلاتینی به طول ۱۰ cm و قطر ۰/۴ mm به طور افقی در ظرف آبی به دمای ۳۸°C قرار دارد. این ظرف به طریق الکتریکی گرم می‌شود، به طوری که دمای سطح آن در ۹۳°C باقی بماند. گرمای تلف شده از سیم را بیابید.

حل:

$$T_f = \frac{93 + 38}{2} = 65.5^\circ\text{C}, \quad k = 0.659 \text{ W/m}^\circ\text{C}, \quad GrPr = (7/62 \times 10^4)(93 - 38)(0.0004)^3 = 268/2$$

$$\log Nu = 0.41 \Rightarrow Nu = 2/57$$

$$h = \frac{(2/57)(0.659)}{0.0004} = 2235 \text{ W/m}^2\text{.}^\circ\text{C} \Rightarrow q = (2235)(\pi)(0.0004)(0.1)(93 - 38) = 29/27 \text{ W}$$

۲۶- آب با دبی 0.8 kg/s و دمای 90°C در لوله فولادی به قطر داخلی 2.5 cm و قطر خارجی 3 cm جاری است. دمای سطح بیرونی لوله 85°C و دمای هوای محیط 20°C می‌باشد. فشار هوای اطاق 1 atm بوده و طول لوله 15 m است. مقدار گرمای تلف شده به طریق جابه‌جایی آزاد به اطاق چه قدر است؟

حل:

$$h = (1/32) \left(\frac{85 - 20}{0.3} \right) = 9/0.6 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C} \quad \Rightarrow \quad q = (9/0.6)(\pi)(0.03)(15)(85 - 20) = 827/6 \text{ W}$$

۲۷- لوله افقی به قطر 8 cm را در اطاقی که محتوی هوای جو به دمای 20°C است، قرار می‌دهند. دمای سطحی لوله 140°C است. اتلاف گرما به طریق جابه‌جایی آزاد را به‌ازاء واحد طول لوله حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{140 + 20}{2} = 80^\circ\text{C} = 353 \text{ K}, \quad \nu = 21/0.7 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0.033 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0.697, \quad Gr.Pr = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{353} \right) (140 - 20)(0.08)^3 (0.697)}{(21/0.7 \times 10^{-6})^2} = 2/68 \times 10^6$$

$$C = 0.53, \quad m = \frac{1}{4}, \quad h = \frac{0.033 \times 2}{0.08} (-0.53)(2/68 \times 10^6)^{1/4} = 15/23 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\frac{q}{L} = h \cdot \pi \cdot d (T_w - T_\infty) = (15/23)(\pi)(0.08)(140 - 20) = 462 \text{ W/m}$$

۲۸- لوله افقی به قطر خارجی $1/25 \text{ cm}$ تا دمای سطحی 250°C گرم شده و در هوای اطاق به دمای 20°C و فشار 1 atm قرار می‌گیرد. انتقال گرما به طریق جابه‌جایی آزاد به‌ازاء واحد طول لوله چه قدر است؟

حل:

$$h = 1/32 \left(\frac{250 - 20}{0.025} \right)^{1/4} = 15/28 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\frac{q}{L} = h \cdot \pi \cdot d (T_w - T_\infty) \quad \Rightarrow \quad \frac{q}{L} = (15/28)(\pi)(0.025)(250 - 20) = 138/9 \text{ W/m}$$

۲۹- گرم‌کن برقی به قطر 2.5 cm را در حمام روغن سبک به دمای 93°C فرو می‌برند. دمای سطح گرم‌کن 150°C است. گرمای تلف شده را به‌ازای واحد طول گرم‌کن حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{150 + 93}{2} = 121/5^\circ\text{C}, \quad \nu = 0/124 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0/125 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}, \quad Pr = 175$$

$$\beta = 0/7 \times 10^{-3}, \quad Gr.Pr = \frac{(9/8) (0/7 \times 10^{-3}) (150 - 93)(0.025)^3 (175)}{(0/124 \times 10^{-6})^2} = 6/96 \times 10^6$$

$$h = \frac{0/125}{0.025} (-0.53)(6/96 \times 10^6)^{1/4} = 147 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\frac{q}{L} = (147)(\pi)(0.025)(150 - 93) = 658 \text{ W/m} = 200/6 \text{ W/in}$$

۳۰- کانال تهویه مطبوعی با مقطع مربع به ضلع 3 m حامل هوا در دمایی است که سطح خارجی کانال در

۱۵/۶°C حفظ می‌شود. اگر این کانال در هوای اتاق به دمای ۲۷°C قرار گرفته باشد، گرمای کسب شده را به ازای واحد طول کانال حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{27 + 15/6}{2} = 21/3^\circ\text{C} = 293/4\text{ K}, \quad \Delta T = 11/4^\circ\text{C}$$

جریان آرام:

$$h = 1/32 \left(\frac{11/4}{0/7} \right)^{1/4} = 3/277\text{ W/m}^2\cdot\text{C}$$

وجه بالا:

$$q = (3/277)(0/7)^2(11/4) = 3/262\text{ W}$$

$$h = 1/32 \left(\frac{11/4}{0/7} \right)^{1/4} = 2/525\text{ W/m}^2\cdot\text{C}$$

کنارها:

$$q = (3/525)(2)(0/7)^2(11/4) = 7/234\text{ W}$$

$$h = 0/61 \left(\frac{11/4}{0/7} \right)^{1/4} = 1/606\text{ W/m}^2\cdot\text{C}$$

وجه پایینی:

$$q = (1/606)(0/7)^2(11/4) = 1/648\text{ W}$$

$$q_{\text{کل}} = 3/262 + 7/234 + 1/648 = 12/234\text{ W/ft}$$

۳۱- سیم نازکی به قطر ۰/۰۰۱ in (۰/۰۲۵۴ mm) را که با عبور جریان الکتریکی گرم می‌شود، به طور افقی در اتاق حاوی هلبم به فشار ۳ atm و ۱۰°C قرار می‌دهند. اگر دمای سطحی سیم از ۲۴°C تجاوز نکند، توان الکتریکی داده شده به واحد طول سیم را به دست آورید.

حل:

$$T_f = \frac{24 + 10}{2} = 17^\circ\text{C} = 290\text{ K}, \quad v = 6/76 \times 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0/178\text{ W/m}\cdot\text{C}, \quad Pr = 0/71$$

$$GrPr = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{398} \right) (24 - 10) (2/54 \times 10^{-5})^2 (0/71)}{(6/76 \times 10^{-5})^3} = 1/42 \times 10^{-5}$$

$$Nu = 0/36 + \frac{(0/518)(1/42 \times 10^{-5})^{1/4}}{\left[1 + \left(\frac{0/559}{0/7} \right)^{1/4} \right]^{1/4}} = 0/384$$

$$h = \frac{(0/384)(0/178)}{2/54 \times 10^{-5}} = 2691\text{ W/m}^2\cdot\text{C} \quad \frac{q}{L} = (2691)(\pi)(2/54 \times 10^{-5})(24 - 10) = 49/4\text{ W/m}$$

۳۲- کانالی به منقطع دایره و قطر ۳ m، حاوی گازهای گرم به دمای ۲۵۰°C است. سطح بیرونی کانال در هوای اتاق به فشار ۱ atm و دمای ۲۰°C قرار دارد. گرمای تلف شده را به ازای واحد طول کانال حساب کنید.

حل:

$$T_f = 135^\circ\text{C} = 408\text{ K}, \quad \nu = 26/183 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0.332 \text{ W/m}^\circ\text{C}, \quad Pr = 0.688$$

$$GrPr = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{4.8} \right) (250 - 20)^3 (0.688)}{(26/183 \times 10^{-6})^2} = 1/33 \times 10^{11}$$

$$Nu^{1/2} = 0.36 + 0.387 \left\{ \frac{1/33 \times 10^{11}}{\left[1 + \left(\frac{0.489}{0.688} \right)^{1/4} \right]^4} \right\}^{1/4} = 23/78 \quad \Rightarrow \quad Nu = 2565/3$$

$$h = \frac{(2565/3)(0.332)}{r} = 6/44 \text{ W/m}^\circ\text{C} \quad \Rightarrow \quad \frac{q}{L} = (6/44)(\pi)(3)(250 - 20) = 13/97 \text{ kW/m}$$

۳۳- استوانه‌ای به قطر ۲ cm در مخزن گلیسرین به دمای 20°C قرار دارد. دمای سطح گرم‌کن 60°C و طول آن ۶۰ cm است. انتقال گرما را به ازاء واحد طول کانال حساب کنید.

حل:

$$T_f = 40^\circ\text{C} = 312\text{ K}, \quad \nu = 0.00022 \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0.268 \text{ W/m}^\circ\text{C}, \quad \beta = 0.15 \times 10^{-3}, \quad Pr = 2/45$$

$$GrPr = \frac{(9/8)(0.15 \times 10^{-3})(60 - 20)(0.2)^3(2/45)}{(0.00022)^2} = 79/37$$

$$Nu = 0.36 + \frac{(0.1518)(79/37)^{1/2}}{\left[1 + \left(\frac{0.489}{2/45} \right)^{1/4} \right]^4} = 1/677$$

$$h = \frac{(1/677)(0.268)}{0.02} = 22/98 \text{ W/m}^\circ\text{C} \quad \Rightarrow \quad q = (22/98)(\pi)(0.02)(0.06)(60 - 20) = 26/15 \text{ W}$$

۳۴- استوانه‌ای به قطر ۳/۵ cm حاوی گرم‌کن برقی است که شار گرمایی ثابت 1500 W/m^2 را در سطح آن ایجاد می‌کند. اگر این استوانه با افق زاویه 35° داشته و در هوای اتاق به دمای 20°C قرار گیرد، دمای سطحی متوسط را حساب کنید.

حل:

$$\frac{q}{A} = 1500 \text{ W/m}^2, \quad \beta = \frac{1}{293}, \quad \frac{q}{A} = (1500)(\pi)(0.035) = 165 \text{ W/m}^2$$

$$\Delta T \cong 100^\circ\text{C}, \quad \nu = 20/16 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0.303 \text{ W/m}^\circ\text{C} \quad \text{خواص در دمای } 350\text{ K عبارتند از:}$$

$$Pr = 0.7, \quad \theta = 65^\circ\text{C}, \quad L = 1 \text{ m}, \quad GrPr = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{293} \right) (100)(1)^3(0.7)}{(20/16 \times 10^{-6})^2} = 5/4 \times 10^9$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{17} (\sin \theta)^{1/4} = 0/37$$

$$Nu_L = \left[0.6 - (0.488)(\sin 65)^{1/4} \right] (5/4 \times 10^{-3})^{1/4} = 2.06/9 \quad \Rightarrow \quad h = \frac{(2.06/9)(0.103003)}{1} = 6/21$$

$$\Delta T = \frac{1500}{6/21} = 252^\circ\text{C}, \quad \Delta T = 252^\circ\text{C}, \quad T_f = 400\text{ K} \quad \text{اگر خواص در دمای 400 K باشند:}$$

$$\nu = 25/9 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}, \quad k = 0.02365 \text{ W/m}^\circ\text{C}, \quad Nu_L = 237/6, \quad Gr.Pr = 8/32 \times 10^5$$

$$h = 8 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}, \quad \Delta T = \frac{1500}{8} = 187.5^\circ\text{C}$$

$$T_w = 20 + 187.5 = 207.5^\circ\text{C} = 480.5\text{ K}, \quad \boxed{T_f = 286\text{ K}} \quad \text{که به اندازه کافی نزدیک است}$$

۳۵- لوله افقی به قطر ۳۰ cm و دمای ثابت ۲۵°C در هوای اتاق به دمای ۲۰°C قرار دارد. اتلاف گرما به طریق جابه‌جایی آزاد به‌ازای واحد طول لوله را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{25 + 20}{2} = 22.5^\circ\text{C} = 295.5\text{ K}, \quad \nu = 15/3 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0.0259 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0.7, \quad Gr.Pr = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{395/5} \right) (25 - 20) (0.03)^3 (0.7)}{(15/3 \times 10^{-6})^2} = 1.73 \times 10^5$$

$$C = 0.52, \quad m = \frac{1}{4}, \quad h = \frac{0.0259}{0.7} (0.52) (1.73 \times 10^5)^{\frac{1}{4}} = 2.77 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$\frac{q}{L} = h \pi d (T_w - T) = (2.77)(\pi)(0.03)(25 - 20) = 13.04 \text{ W/m}$$

۳۶- دمای ثابت کانالی به قطر ۵ in، حاوی گازهای حاصل از احتراق ۵۰۰°F است. این کانال به‌طور افقی در انباری با دمای ۶۰°F قرار دارد. طول کانال را برای تأمین ۱۲۵۰۰۰ BTU/h گرمایش جابه‌جایی حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{500 + 60}{2} = 280^\circ\text{F} = 411\text{ K}, \quad \nu = 27/18 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0.0244 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0.687, \quad Gr.Pr = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{411} \right) (500 - 60) \left(\frac{5}{8} \right) (0.0244)^3 (0.687)}{(27/18 \times 10^{-6})^2} = 1/11 \times 10^5$$

$$C = 0.52, \quad m = \frac{1}{4}, \quad h = \frac{0.0244}{0.6} (0.52) (1/11 \times 10^5)^{\frac{1}{4}} = 8/29 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$\frac{q}{L} = (125000) (3/413) = (8/29)(\pi)(5)^2 (0.0244) (L) (500 - 60) \left(\frac{5}{8} \right) \quad \Rightarrow \quad \boxed{L = 527/9 \text{ m} = 1332 \text{ ft}}$$

در این مسأله مقداری گرمای تشعشعی نیز داریم.

۳۷- استوانه افقی به قطر ۵ cm و طول ۳ m و دمای ۱۸۰°F در آب ۶۰°F فرو برده می‌شود. اتلاف گرمایی استوانه را بیابید.

حل:

$$T_f = \frac{180 + 60}{2} = 120^\circ\text{F}, \quad k = 0.0644 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}, \quad \frac{R \cdot \beta \cdot \rho \cdot C_p}{\mu \cdot k} = 4/89 \times 10^5$$

$$Gr.Pr = (4/89 \times 10^5) (0.105)^2 (180 - 60) \left(\frac{0.06}{0.1}\right) = 4/0.75 \times 10^4$$

$$C = 0.053, \quad m = \frac{1}{4}, \quad h = \frac{0.0644}{0.105} (0.053) (4/0.75 \times 10^4)^{\frac{1}{4}} = 970 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$q = h \cdot \pi \cdot d \cdot L (T_w - T_\infty) = (970) (\pi) (0.105) (3) (180 - 60) \left(\frac{0.06}{0.1}\right) = 3/0.47 \times 10^3 \text{ W}$$

۳۸- استوانه افقی به قطر ۲ m و دمای ثابت 77°C در انبار بزرگی به دمای 27°C قرار دارد. طول این استوانه ۲۰ m است. اتلاف گرمایی استوانه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{77 + 27}{2} = 52^\circ\text{C} = 325 \text{ K}, \quad v = 12/83 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0.0281 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0.7, \quad Gr.Pr = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{325}\right) (77 - 27) (2)^2 (0.7)}{(12/83 \times 10^{-6})^2} = 2/54 \times 10^{10}$$

$$\overline{Nu}^{\frac{1}{4}} = 0.6 + 0.73 \left\{ \frac{Gr.Pr}{\left[1 + \left(\frac{0.555}{Pr}\right)^{\frac{1}{4}}\right]^{\frac{4}{3}}}\right\}^{\frac{1}{4}} = 17/998, \quad Nu = 323/9$$

$$h = \frac{(323/9) (0.0281)}{2} = 5/55 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$q = h \cdot \pi \cdot d \cdot L (T_w - T_\infty) = (5/55) (\pi) (20) (77 - 27) = 2/86 \times 10^3 \text{ W}$$

$$C = 0.13, \quad m = \frac{1}{4}$$

اگر

$$Nu = (0.13) (2/54 \times 10^{10})^{\frac{1}{4}} = 293/7 \quad \text{۹\% کمتر می‌باشد.}$$

۳۹- آهنگ اتلاف گرما به طریق جابه‌جایی آزاد از کره‌ای به قطر ۳۰ cm و دمای 90°C را که در هوای جو به دمای 20°C قرار دارد، حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{90 + 20}{2} = 55^\circ\text{C} = 328 \text{ K}, \quad \beta = 2/0.49 \times 10^{-3}, \quad v = 18/52 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0.0284 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0.7, \quad Gr.Pr = \frac{(9/80.6) (2/0.49 \times 10^{-3}) (90 - 20) (0.3)^2 (0.7)}{(18/52 \times 10^{-6})^2} = 1/153 \times 10^{10}$$

$$h = \frac{0.0284}{0.3} \left[2 + (0.43) (1/153 \times 10^{10})^{\frac{1}{4}} \right] = 4/40.7 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$q = (4/40.7) (\pi) (0.15) (90 - 20) = 87/237 \text{ W}$$

۴۰- دمای کره‌ای به قطر ۲/۵ cm برابر 32°C بوده و در آب به دمای 10°C فرو برده شده است. آهنگ اتلاف گرما به طریق جابه‌جایی آزاد را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{32 + 10}{2} = 21^\circ\text{C}, \quad k = 0.0604 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}, \quad GrPr = (1/46 \times 10^{-6}) (20 - 10) (0.025)^3 = 5/0.19 \times 10^6$$

$$h = \frac{0.0604}{0.025} \left[2 + (0.43) (5/0.19 \times 10^6)^{1/4} \right] = 54.0 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}, \quad q = (54.0) (\pi) (0.025)^2 (32 - 10) = 22/32 \text{ W}$$

۴۱- بالون اتاقک‌دار کروی به قطر ۲/۴ m به ارتفاعی صعود می‌کند که فشار محیط ۱/۴ kPa و دمای محیط 50°C است. دمای سطح بیرونی این کره تقریباً صفر درجه سانتی‌گراد است. اتلاف گرما به طریق جابه‌جایی آزاد را از سطح بیرونی کره حساب کنید و آن را با اتلاف گرما به طریق جابه‌جایی اجباری از این کره، وقتی سرعت جریان آزاد کم و تقریباً ۳۰ cm/s باشد، مقایسه کنید.

حل:

$$T_f = -25^\circ\text{C} = 248 \text{ K}, \quad \rho = \frac{14.0}{(287)(248)} = 1/967 \times 10^{-7} \text{ kg/m}^3, \quad Pr = 0.72$$

$$\mu = 1/488 \times 10^{-5} \text{ Pa.s}, \quad \beta = 4/0.32 \times 10^{-5}, \quad k = 0.0223 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$GrPr = \frac{(9/8) (4/0.32 \times 10^{-5}) (1/967 \times 10^{-7}) (50) (2/4)^3 (0.72)}{(1/488 \times 10^{-5})^2} = 3/44 \times 10^7$$

$$h = \frac{0.0223}{2/4} \left[2 + (0.43) (3/44 \times 10^7)^{1/4} \right] = 0/325 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$q = (0/325) (\pi) (4) (1/2) (50) = 299 \text{ W}$$

جریان جابه‌جایی اجباری:

$$Re = \frac{(1/967 \times 10^{-7}) (0/3) (2/4)}{1/488 \times 10^{-5}} = 952, \quad h = \frac{0.0223}{2/4} (0/37) (952)^{1/2} = 0/211 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$q = (0/211) (\pi) (1/2) (50) = 191 \text{ W}$$

۴۲- دمای کره‌ای به قطر ۲/۵ cm برابر 38°C بوده و در آب 15°C فرو برده می‌شود. آهنگ انتقال گرما در این شرایط را بیابید.

حل:

$$T_f = \frac{38 + 15}{2} = 26/5^\circ\text{C}, \quad k = 0.614 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}, \quad GrPr = (1/91 \times 10^{-6}) (38 - 15) (0.025)^3 = 6/86 \times 10^6$$

$$h = \frac{0.614}{0.025} \left[2 + (0.43) (6/86 \times 10^6)^{1/4} \right] = 589/7 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$q = (589/7) (\pi) (0.025)^2 (38 - 15) = 26/63 \text{ W}$$

۴۵- دمای صفحه گرم مدوری به قطر ۱۵ cm در هوای 20°C در 150°C حفظ می‌شود. اگر صفحه در حالت افقی قرار داشته باشد، اتلاف گرما به طریق جابه‌جایی را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{150 + 20}{2} = 85^\circ\text{C} = 358\text{ K}, \quad \beta = 2.793 \times 10^{-5}, \quad \nu = 0.158 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0.0306 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0.7, \quad GrPr = \frac{(9/8.6)(2.793 \times 10^{-5})(150 - 20)(0.15)^3(0.7)}{(0.158 \times 10^{-6})^2} = 1/8.6 \times 10^7$$

$$h = \frac{0.0306}{0.15} (0.15)(1/8.6 \times 10^7)^{\frac{1}{4}} = 11.3 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}, \quad q = (11.3)(\pi)(0.075)^2(150 - 20) = 18.4 \text{ W}$$

۴۶- یک گرمکن روغن موتور از ظرف بزرگی تشکیل شده است که در کف آن گرم‌کنی برقی به شکل صفحه مربعی به ضلع ۳۰ cm قرار دارد. دمای ثابت این صفحه 60°C است. در صورتی که دمای روغن 20°C باشد، آهنگ انتقال گرما را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{60 + 20}{2} = 40^\circ\text{C}, \quad \nu = 0.0024 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}, \quad k = 0.144 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}, \quad Pr = 2870, \quad \beta = 0.7 \times 10^{-5}$$

$$GrPr = \frac{(9/8.6)(0.7 \times 10^{-5})(40 - 20)(0.3)^3(2870)}{(0.0024)^2} = 3/69 \times 10^8$$

$$h = \frac{0.144}{0.3} (0.15)(3/69 \times 10^8)^{\frac{1}{4}} = 51/6 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}, \quad q = (51/6)(0.3)^2(40 - 20) = 185/8 \text{ W}$$

۴۷- نوارهای گرم‌کن برقی کوچکی به عرض ۶ mm در وضعیت افقی قرار دارد. دمای نوارها 500°C بوده و در هوای اطراف به دمای 20°C قرار دارد. به فرض آن‌که این نوارها از سطوح بالا و پایین پخش گرما داشته باشند، طول نوار لازم برای پخش ۲kW گرما به طریق آزاد را حساب کنید.

حل: جریان آرام می‌باشد.

$$\text{عرض} = W = 6 \text{ mm}, \quad \Delta T = 500 - 20 = 480^\circ\text{C}, \quad q = 2 \text{ kW}$$

$$\text{وجه بالا: } h = 1/32 \left(\frac{480}{0.06} \right)^{\frac{1}{4}} = 22/2 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\text{وجه پایین: } h = 0.61 \left[\frac{480}{(0.06)} \right]^{\frac{1}{4}} = 16/23 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$q = 2000 = (16/23 + 22/2)(0.06)(L)(480) \Rightarrow L = 11/7 \text{ m}$$

۴۸- دمای سطح بالایی صفحه افقی به ابعاد $10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ برابر 25°C بوده و در هوای اتاق به دمای 28°C قرار دارد. مقدار انتقال گرما را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{25 + 28}{2} = 26/5^\circ\text{C} = 299/5 \text{ K}, \quad \nu = 16/84 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0.02624 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}, \quad Pr = 0.71$$

$$Gr.Pr = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{399/5} \right) (10)^3 (0.001)}{(16/84 \times 10^{-6})^3} = 2/47 \times 10^{11}$$

$$h = \frac{0.02624}{10} (0.15) (2/47 \times 10^{11})^{\frac{1}{4}} = 2/454 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C} \quad , \quad q = (2/454) (10)^3 (3) = 736 \text{ W}$$

۴۹- گرم‌کن افقی به ابعاد $4 \times 4 \text{ m}$ در هوای اطراف به دمای 15°C قرار دارد. سطوح بالا و پایین این صفحه تا 50°C گرم می‌شود. اتلاف گرمایی کل به طریق جابه‌جایی آزاد را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{15 + 50}{2} = 32.5^\circ\text{C} = 305/5 \text{ K} \quad , \quad \nu = 16/25 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \quad , \quad k = 0.0267 \text{ W/m} \cdot \text{C} \quad , \quad Pr = 0.7$$

$$Gr.Pr = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{39.5/5} \right) (50 - 15) (4)^3 (0.7)}{(16/25 \times 10^{-6})^3} = 1/9 \times 10^{11}$$

$$\text{سطح بالا: } h_u = \frac{0.0267}{4} (0.15) (1/9 \times 10^{11})^{\frac{1}{4}} = 5/75 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}$$

$$\text{سطح پایین: } h_l = \frac{0.0267}{4} (0.27) (1/9 \times 10^{11})^{\frac{1}{4}} = 1/19 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}$$

$$q = (5/75 + 1/19) (4)^2 (50 - 15) = 2886 \text{ W}$$

۵۰- صفحه‌ای افقی به دمای یکنواخت 400 K و به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع 45 cm در هوای جو به دمای 300 K قرار دارد. اتلاف گرمایی صفحه را بیابید.

حل:

$$T_f = \frac{400 + 300}{2} = 350 \text{ K} \quad , \quad \nu = 21.075 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad , \quad k = 0.03003 \text{ W/m} \cdot \text{C} \quad , \quad Pr = 0.697$$

$$X = \frac{L}{Pr} = \frac{(L) \left(\frac{L}{3} \right)}{(PrL)} = \frac{L}{3} = \frac{45}{3} = 15 \text{ cm}$$

$$Gr.Pr = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{350} \right) (400 - 300) (0.075)^3 (0.697)}{(21.075 \times 10^{-6})^3} = 1/91 \times 10^8$$

$$h = \frac{0.0303}{0.075} (0.15) (1/91 \times 10^8)^{\frac{1}{4}} = 34/58 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C} \quad , \quad q = (34/58) \left(\frac{0.45}{3} \right)^2 (400 - 300) = 250 \text{ W}$$

۵۱- یک صفحه گرم به ابعاد $20 \times 20 \text{ cm}$ با زاویه 60° نسبت به افق، در آب قرار گرفته است. شار گرمایی تقریباً ثابتی با دمای متوسط صفحه برابر 40°C برقرار بوده و سطح گرم رو به پایین است. دمای آب 20°C می‌باشد. اتلاف گرمایی صفحه را حساب کنید.



حل:

$$T_w = 40^\circ\text{C}, \quad T_m = 21^\circ\text{C}, \quad T_e = 40 - (0.125)(40 - 20) = 35^\circ\text{C}, \quad k = 0.626 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$GrPr = (2/89 \times 10^{-4})(0.12)^3(40 - 20) = 4624 \times 10^{-4}$$

$$\theta = 30^\circ, \quad \bar{h} = \frac{0.626}{0.12} (0.126) \left[(4624 \times 10^{-4})(\cos 30^\circ) \right]^{\frac{1}{4}} = 44.0 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$q = (44.0)(0.12)^2(40 - 20) = 352/7 \text{ W}$$

۵۲- مسأله (۷-۵۱) را برای صفحه گرم رو به بالا تکرار کنید.

حل:

$$\theta = -30^\circ, \quad \bar{Nu}_e = (0.14) \left[(4624 \times 10^{-4})^{\frac{1}{4}} - (2 \times 10^{-4})^{\frac{1}{4}} \right] + (0.126) \left[(4624 \times 10^{-4})^{\frac{1}{4}} (\cos 30^\circ) \right]^{\frac{1}{4}} = 197/72$$

$$h = \frac{(0.626)(197/72)}{0.12} = 618/9 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}, \quad q = (618/9)(0.12)^2(40 - 20) = 495/12 \text{ W}$$

۵۳- در پنجره دو جداره‌ای بین دو شیشه به فاصله $1/25 \text{ cm}$ هوا قرار دارد. ابعاد صفحه $1/2 \text{ m} \times 1/8 \text{ m}$ است. آهنگ انتقال گرما به طریق جابه‌جایی آزاد را از شکاف هوایی به ازای اختلاف دمای 30°C و 20°C حساب کنید.

حل:

$$T_f = 20 + \frac{30}{4} = 35^\circ\text{C} = 308 \text{ K}, \quad \beta = 2/247 \times 10^{-3}, \quad \nu = 16/49 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0.0268 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0.7, \quad GrPr = \frac{(9/8)(2/247 \times 10^{-3})(30)(0.125)^3(0.12)}{(16/49 \times 10^{-6})^2} = 48.3$$

$$ke \cong k, \quad q = \frac{(0.0268)(1/8)(1/2)(30)}{0.125} = 138/9 \text{ W}$$

۵۴- کلکتور آفتابی صفحه تختی به ضلع 1 m با افق زاویه 20° می‌سازد. دمای سطح گرم 160°C بوده و در محفظه شش با فشار 1 atm قرار دارد. در بالای سطح گرم و به موازات آن پنجره شیشه‌ای شفاف قرار دارد که انرژی تابشی آفتابی از آن عبور می‌کند. فاصله سطح گرم و پنجره 8 cm و دمای پنجره به دلیل جابه‌جایی به محیط اطراف 40°C است. انتقال گرما به طریق جابه‌جایی آزاد را بین سطح گرم و پنجره شفاف حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{160 + 40}{4} = 100^\circ\text{C} = 373 \text{ K}, \quad \beta = 2/68 \times 10^{-3}, \quad k = 0.0317 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0.69, \quad \rho = \frac{1/0.1 \times 1}{(373)^3} = 0.946 \text{ kg/m}^3, \quad \mu = 2/176 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

$$Gr_\delta = \frac{(9/8)(2/68 \times 10^{-3})(0.946)^2(160 - 40)(0.08)^3(0.69)}{(2/176 \times 10^{-3})^2} = 2/11 \times 10^4$$

$$\theta = 20^\circ\text{C}, \quad C = 0.212, \quad n = \frac{1}{4}$$

$$\frac{ke}{k} = (0.1212) \left[(2/11 \times 10^4)(\cos 20^\circ) \right]^{\frac{1}{4}} = 2/516, \quad q = (2/516)(0.0317)(1)(160 - 40) = 9/57 \text{ W}$$

۵۵- صفحه تختی به ابعاد 1×1 m با زاویه 30° نسبت به افق در هوای محیط به دمای 30°C و فشار 1 atm قرار دارد. این صفحه شار گرمایی انرژی تابشی خالص 700 W/m^2 را دریافت و به طریق جابه‌جایی آزاد و به محیط اطراف پخش می‌کند. دمای متوسط صفحه چه قدر است؟

حل:

$$q_w = 700 \text{ W/m}^2, \quad L = 1 \text{ m}, \quad \theta = 60^\circ, \quad T = 30^\circ\text{C}, \quad \nu = 15/98 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$Pr = 0.7, \quad \beta = 1/300 \text{ K}^{-1}, \quad k = 0.27 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}, \quad Gr^* = \frac{(9/8)(3/3 \times 10^{-3})(700)(1)^3}{(0.27)(15/98 \times 10^{-6})} = 3/286 \times 10^{12}$$

$$h = \frac{0.27}{\sqrt{1}} (0.17) \left[(3/286 \times 10^{12})(0.7) \right]^{1/4} = 5/65 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\Delta T = \frac{700}{5/65} = 123/8 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad T_w = 123/8 + 30 = 153/8 \text{ } ^\circ\text{C}$$

۵۶- استوانه افقی به قطر 5 cm و ضریب گسیل 0.5 در اتاق بزرگی که دمای دیوارهایش 25°C است، قرار دارد. استوانه به طریق جابه‌جایی طبیعی با $h = 6/5 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ گرما از دست می‌دهد. ترموکوپل حساسی روی سطح استوانه دمای 30°C را نشان می‌دهد. دمای هوای اتاق چه قدر است؟

حل:

$$\sigma \varepsilon A (T_w^4 - T_s^4) = h A_s (T_s - T_a) \quad \text{و گرما ی جله‌جایی} = \text{گرما ی تشعشعی}$$

$$(5/669 \times 10^{-8})(0.5)(30.8^4 - 30.3^4) = (6/5)(30.3 - T_a) \Rightarrow T_a = 30.0/5 \text{ K} = 27/5 \text{ } ^\circ\text{C}$$

۵۷- صفحه‌ای به ابعاد 10×10 cm و دمای 80°C با افق زاویه 45° می‌سازد. اتلاف گرما از دو طرف صفحه به هوای اتاق در دمای 20°C را بیابید.

حل:

$$T_s = 80 - \frac{1}{4}(80 - 20) = 65^\circ\text{C} = 338 \text{ K}, \quad \beta = \frac{1}{30.8}, \quad \nu = 19/54 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$k = 0.291 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}, \quad Pr = 0.7 \quad \text{سطح پایین:}$$

$$Gr.Pr = \frac{(9/8)\left(\frac{1}{30.8}\right)(80 - 20)(0.1)^3(0.7)}{(19/54 \times 10^{-6})} = 3/5 \times 10^8$$

$$h_d = \frac{0.291}{\sqrt{1}} (0.56) (3/5 \times 10^8 \times 0.7 \times 0.7)^{1/4} = 6/46 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$Gr_L = 1/0.5 \times 10^8, \quad Gr_L.Pr = 7/35 \times 10^8 \quad \text{سطح بالایی:}$$

$$Gr_L < Gr_c, \quad h_d = \frac{0.291}{\sqrt{1}} (0.56) (7/35 \times 10^8 \times 0.7 \times 0.7)^{1/4} = 6/46 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$q = (2)(6/46)(0.1)^2(80 - 20) = 7/725 \text{ W}$$

۵۸- صفحه‌ای به ابعاد 5×5 cm و دمای 50°C با افق زاویه 60° می‌سازد. اتلاف گرما از دو طرف صفحه به آب در دمای 20°C را حساب کنید.

حل:

$$T_s = 50 - \frac{1}{3}(50 - 20) = 42/5^\circ\text{C} = 338 \text{ K}, \quad \rho = 990 \text{ kg/m}^3, \quad \mu = 6/2 \times 10^{-4} \text{ Pa.s}$$

$$k = 0/635 \text{ W/m}^\circ\text{C}, \quad Pr = 4/1, \quad \theta = 30^\circ, \quad \cos \theta = 0/866$$

$$Gr.Pr = \frac{(9/8)(2/0.7 \times 10^{-3})(50 - 20)(0/05)^3(2/1)(990)^2}{(6/2 \times 10^{-4})^2} = 7/95 \times 10^7$$

$$h_d = \frac{0/635}{0/05} (-0/56)(7/95 \times 10^7 \times 0/866)^{1/4} = 637/8 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$h_u = h_d \quad \text{چون } Gr_c < Gr_L \text{ داریم}$$

$$q = (2)(637/8)(0/05)^2(50 - 20) = 97/2 \text{ W}$$

۵۹- داخل لوله‌ای به قطر $6/5$ mm هوا با فشار 1 atm و دمای 38°C و سرعت متوسط 30 m/s جریان دارد. دمای دیواره لوله 540°C و طول آن $0/3 \text{ m}$ است. ضریب انتقال گرما می‌توسط را حساب کنید. مسأله را به‌ازای سرعت 30 m/s و دمای دیواره لوله 800°C تکرار کنید.

حل:

$$T_f \cong 550 \text{ K}, \quad \nu = 44/3 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0/036 \text{ W/m}^\circ\text{C}, \quad Pr = 0/68, \quad Re = \frac{(30)(0/0065)}{44/3 \times 10^{-6}} = 4397$$

$$h = \frac{0/036}{0/0065} (-0/023)(4397)^{1/4}(0/68)^{-1/4} = 108/61 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$T_f \cong 675 \text{ K}, \quad \nu = 62/38 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0/051 \text{ W/m}^\circ\text{C}, \quad Pr = 0/681$$

$$Re = 3126, \quad \boxed{h = 96/74 \text{ W/m}^\circ\text{C}}$$

۶۰- بلوک مسی کوچکی که کف آن مربعی به ضلع $2/5$ cm و ارتفاع قائم آن 5 cm است در هوای اتاق با فشار 1 atm و 20°C خنک می‌شود. این بلوک در 93°C هم‌دم است. آنگاه انتقال گرما را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{93 + 20}{2} = 56/5^\circ\text{C} = 329/5 \text{ K}, \quad \beta = 2/0.3 \times 10^{-3}, \quad \nu = 18/23 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$k = 0/285 \text{ W/m}^\circ\text{C}, \quad Pr = 0/7, \quad \frac{1}{L} = \frac{1}{2/5} + \frac{1}{5} \Rightarrow L = 1/67 \text{ cm}$$

$$Gr.Pr = \frac{(9/8)(2/0.2 \times 10^{-3})(93 - 20)(0/0167)^2(0/7)}{(18/23 \times 10^{-6})^2} = 2/016 \times 10^7$$

$$\bar{h} = \frac{0.285}{0.165} (0.16)^{1/4} (2/0.16 \times 10^{-3})^{1/4} = 12/2 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}$$

$$A = (2/5)^2 (2) + (4) (2/5) (5) = 62/5 \text{ cm}^2$$

$$q = (12/2) (62/5 \times 10^{-3}) (93 - 20) = 5/567 \text{ W}$$

۶۱- صفحه‌ای افقی به شکل متساوی‌الاضلاع به ضلع ۴۰ cm و دمای ثابت ۵۵°C در هوای جو به دمای ۲۵°C قرار دارد. گرمای تلف شده از سطح بالایی صفحه را حساب کنید.

حل:

$$A = \frac{1}{2} (40)^2 \sin 60 = 692/8 \text{ cm}^2, \quad P = (3) (40) = 120 \text{ cm}, \quad L = \frac{A}{P} = \frac{692/8}{120} = 5/77 \text{ cm}$$

$$T_f = \frac{55 + 25}{2} = 40^\circ \text{C} = 313 \text{ K}, \quad \nu = 17 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad \beta = 3/195 \times 10^{-3}, \quad k = 0.0272 \text{ W/m} \cdot \text{C}$$

$$Pr = 0.7, \quad Gr.Pr = \frac{(9/8) (3/195 \times 10^{-3}) (55 - 25) (0.0577)^3 (0.7)}{(17 \times 10^{-6})^2} = 4/37 \times 10^5$$

$$h = \frac{0.0272}{0.0577} (0.54)^{1/4} (4/37 \times 10^5)^{1/4} = 6/546 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}, \quad q = (6/546) (0.0692) (55 - 25) = 13/61 \text{ W}$$

۶۲- گرم‌کن افقی کوچکی به شکل دیسک مدور به قطر ۳ cm موجود است. دمای دیسک ۵۰°C بوده و در هوای جو به دمای ۳۰°C قرار دارد. اتلاف گرما را حساب کنید.

حل:

$$T_f = 40^\circ \text{C} = 313 \text{ K}, \quad \nu = 17 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad \beta = 3/195 \times 10^{-3}, \quad k = 0.0272 \text{ W/m} \cdot \text{C}, \quad Pr = 0.7$$

$$Gr.Pr = \frac{(9/8) (3/195 \times 10^{-3}) (50 - 30) (0.03)^3 (0.7)}{(17 \times 10^{-6})^2} = 4/1 \times 10^5$$

$$h = \frac{0.0272}{0.0577} (0.54)^{1/4} (4/1 \times 10^5)^{1/4} = 6/97 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}, \quad q = (6/97) (\pi) (0.015)^2 (50 - 30) = 0.0985 \text{ W}$$

۶۳- بلوک سرامیکی به دمای ۴۰۰°C و ابعاد ۱۵ × ۱۵ × ۸ cm در هوای اتاق به دمای ۲۷°C قرار می‌گیرد. اتلاف گرما به طریق جابه‌جایی آزاد را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{400 + 27}{2} = 213/5^\circ \text{C} = 486/5 \text{ K}, \quad \nu = 36/22 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad \beta = \frac{1}{486/5} = 2/0.55 \times 10^{-3}$$

$$k = 0.0394 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}, \quad Pr = 0.681, \quad \frac{1}{L} = \frac{1}{15} + \frac{1}{8}, \quad L = 5/22 \text{ cm}$$

$$Gr.Pr = \frac{(9/8) (2/0.55 \times 10^{-3}) (400 - 25) (0.0522)^3 (0.681)}{(36/22 \times 10^{-6})^2} = 5/54 \times 10^5$$

$$h = \frac{1/0.3948}{1/0.522} (0.16) (5/54 \times 10^{-6})^{\frac{1}{4}} = 12/38 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}$$

$$A = (2)(15) + (4)(15)(8) = 930 \text{ cm}^2, \quad q = (12/38)(930 \times 10^{-4})(400 - 27) = 429 \text{ W}$$

۶۴- تقویت کننده مغناطیسی در جعبه‌ای مکعبی به ضلع in قرار گرفته و باید 50 W به هوای محیط در دمای 70°F انتشار دهد. دمای سطح را حساب کنید.

حل:

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \Rightarrow L = 3 \text{ in} = 7/62 \text{ cm} \quad k = 0.077 \text{ W/m} \cdot \text{C}, \quad v = 17 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$Pr = 0.7, \quad Gr.Pr = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{3.0} \right) (\Delta T) (0.0762) (0.7)}{(17 \times 10^{-6})^2} = 5 \times 10^4 \Delta T$$

$$A = 6^2 = 36 \text{ in}^2 = 0.232 \text{ m}^2, \quad h = \frac{1/0.027}{1/0.7} (0.16) (5 \times 10^{-4})^{\frac{1}{4}} \Delta T^{\frac{1}{4}} = 1/0.75 \Delta T^{\frac{1}{4}}$$

$$50 = (1/0.75) (0.232) (\Delta T)^{\frac{5}{4}}, \quad \Delta T = 9/87^\circ\text{C} = 17/5^\circ\text{F}, \quad T_w = 17/8 + 70 = 87/8^\circ\text{F}$$

۶۵- دماسنجی شیشه‌ای در اتاق بزرگی با دمای دیواره 10°C قرار دارد. ضریب جابه‌جایی بین این دماسنج و هوای اتاق $5 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}$ است و دماسنج دمای 30°C را نشان می‌دهد. دمای هوای اتاق را با فرض $\varepsilon = 1$ بیابید.

حل:

$$\sigma \varepsilon (T_s^4 - T_w^4) = h (T_w - T_f) \Rightarrow (5/669 \times 10^{-8}) (1) (30.3^4 - 283^4) = (5) (T_w - 30.3)$$

$$T_w = 335/84 \text{ K} = 52/84^\circ\text{C}$$

۶۶- کانال تهویه مطبوع افقی با ابعاد $15 \times 30 \text{ cm}$ و دمای 70°F ، در هوای جو به دمای 120°F قرار دارد. انلاف گرما از واحد طول کانال را حساب کنید.

حل:

$$L = 30 + 15 = 45 \text{ cm}, \quad T_f = \frac{120 + 70}{2} = 95^\circ\text{C} = 30.8 \text{ K}, \quad k = 0.0268 \text{ W/m} \cdot \text{C}, \quad v = 16/5 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$Pr = 0.7, \quad Gr.Pr = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{3.0} \right) (50) \left(\frac{5}{9} \right) (0.045) (0.7)}{(16/5 \times 10^{-6})^2} = 2/0.7 \times 10^4$$

$$C = 0.52, \quad m = \frac{1}{4}, \quad h = \frac{1/0.0268}{1/0.52} (0.045) (2/0.7 \times 10^{-4})^{\frac{1}{4}} = 3/72 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}$$

$$\frac{q}{L} = h \frac{A}{L} (T_w - T_m) = (3/72) (2) (0.3 + 0.15) (50) \left(\frac{5}{9} \right) = 92/9 \text{ W/m}$$

۶۷- دو صفحه قائم مربعی به ضلع 30 cm به فاصله $1/25 \text{ cm}$ از هم قرار گرفته‌اند و فضای بین آن‌ها را آب پر می‌کند. بر روی این صفحات شار گرمایی ثابت اعمال می‌شود، به طوری که دمای متوسط یکی از آن‌ها 38°C و دمای دیگری 60°C است. آهنگ انتقال گرما را حساب کنید. خواص را در دمای متوسط بیابید.

حل:

$$T_m = \frac{28 + 60}{2} = 44^\circ\text{C} \quad , \quad k = 0.644 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} \quad , \quad Pr = 2.62$$

$$Gr_{\delta} Pr = (4/89 \times 10^{-6})(60 - 28)(0.0125)^3 = 2/1 \times 10^6$$

$$\frac{ke}{k} = (0.42)(2/1 \times 10^6)^{1/4} (2.62)^{1/4} \left(\frac{30}{1.125}\right)^{-1/4} = 6/26 \quad , \quad q = \frac{(6/26)(0.644)(60 - 28)(0.0125)^3}{0.0125} = 638/42 \text{ W}$$

۶۸- محفظه‌ای حاوی هلیوم به فشار $1/3 \text{ atm}$ بوده و دارای دو سطح گرمایش عمودی با دمای 80°C و 20°C است. صفحات عمودی به ابعاد $40 \times 40 \text{ cm}$ به فاصله 2 cm از هم قرار دارند. انتقال گرما به طریق جابه‌جایی آزاد بین دو سطح را حساب کنید.

حل:

$$T_m = \frac{80 + 20}{2} = 50^\circ\text{C} = 323 \text{ K} \quad , \quad k = 0.186 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} \quad , \quad \nu = 1/102 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \quad , \quad Pr = 0.17$$

$$Gr_{\delta} Pr = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{323}\right) (80 - 20) (0.02)^2 (0.17)}{(1/102 \times 10^{-6})^2} = 829$$

$$ke = k \quad , \quad q = \frac{(0.186)(0.02)^2 (80 - 20)}{0.02} = 74/88 \text{ W}$$

۶۹- حلقه‌ای افقی به قطر داخلی 8 cm و قطر خارجی 10 cm حاوی آب مایع است. دمای سطوح داخل و خارج به ترتیب 20°C و 40°C است. انتقال گرما در عرض فضای حلقوی را به‌ازای واحد طول آن حساب کنید.

حل:

$$T_m = 30^\circ\text{C} \quad , \quad k = 0.67 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} \quad , \quad Gr_{\delta} Pr = (2/25 \times 10^{-3})(40 - 20)(0.02)^3 = 2/6 \times 10^6$$

$$C = 0.4 \quad , \quad n = 0.7 \quad , \quad \frac{ke}{k} = (0.4)(2/6 \times 10^6)^{1/4} = 8/191$$

$$q = \frac{(2\pi)(8/191)(0.67)(1)(40 - 20)}{\ln\left(\frac{10}{8}\right)} = 2860 \text{ W}$$

۷۰- در کره داخلی دو کره هم مرکز آب نمک به دمای 10°C - نگهداری می‌شود. قطر کره داخلی 2 m و فاصله این دو کره 5 cm است. دمای کره بیرونی 30°C و فضای بین دو کره را تا فشار 0.5 atm از هوا تخلیه کرده‌اند. انتقال گرما به طریق جابه‌جایی را در فاصله بین دو کره بیابید.

حل:

$$T_m = \frac{30 + 10}{2} = 20^\circ\text{C} = 283 \text{ K} \quad , \quad \rho = \frac{(0.5)(1/10 \times 10^{-3})}{(283)(283)} = 0.674 \text{ kg/m}^3$$

$$k = 0.0249 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} \quad , \quad \mu = 1814 \times 10^{-6} \text{ Pa.s} \quad , \quad Pr = 0.71 \quad , \quad \beta = 3/53 \times 10^{-3}$$



$$Gr_0.Pr = \frac{(9/8)(0.0624)^3(3/53 \times 10^{-3})(40)(0.05)^2(0.71)}{(1/814 \times 10^{-6})^3} = 1454$$

$$\frac{ke}{k} = (0.728)(1454)^{1/4} = 1/182, \quad q = \frac{(4\pi)(1/182)(0.0239)(1)(1/0.5)(40)}{1/0.5 - 1} = 31.07 \text{ W}$$

۷۱- ظرف بزرگ فرآوری غذا محتوی روغن داغ به دمای 400°F است. اطراف این ظرف، روی وجود فائیم پوسته‌ای قرار گرفته که تا 140°F خنک می‌شود. فاصله ظرف تا پوسته ۳ cm و ارتفاع آن ۳۵ cm است. اتلاف گرما جابه‌جایی آزاد از هر متر مربع سطح را پیدا کنید.

حل:

$$T_m = \frac{400 + 140}{2} = 270^\circ\text{F} = 139^\circ\text{C} = 405 \text{ K}, \quad \nu = 26/2 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$k = 0.024 \text{ W/m}^\circ\text{C}, \quad \beta = 2/27 \times 10^{-3}, \quad Pr = 0.14$$

$$Gr_0.Pr = \frac{(9/8)(2/27 \times 10^{-3})(400 - 140)\left(\frac{0.03}{9}\right)(0.03)^2}{(26/2 \times 10^{-6})^3}(0.14) = 9/63 \times 10^3$$

$$C = 0.197, \quad n = \frac{1}{4}, \quad m = -\frac{1}{3}$$

$$\frac{ke}{k} = (0.197)(9/63 \times 10^3)^{\frac{1}{4}}\left(\frac{25}{9}\right)^{-\frac{1}{3}} = 2/64, \quad \frac{q}{A} = \frac{(2/64)(0.024)(400 - 140)\left(\frac{0.03}{9}\right)}{0.03} = 232 \text{ W/m}^2$$

۷۲- دو صفحه عمودی مربعی به ضلع ۳۰ cm به فاصله ۲/۵ cm از هم قرار گرفته و فضای بین آن‌ها را هوا با فشار ۱ atm پر کرده است. دمای دو صفحه به ترتیب 200°C و 90°C است. آهنگ انتقال گرما در عرض شکاف هوا را حساب کنید.

حل:

$$T_m = \frac{200 + 90}{2} = 145^\circ\text{C} = 418 \text{ K}, \quad \nu = 26/97 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}, \quad k = 0.0239 \text{ W/m}^\circ\text{C}, \quad \beta = 2/39 \times 10^{-3}$$

$$Pr = 0.685, \quad Gr_0.Pr = \frac{(9/8)(2/39 \times 10^{-3})(200 - 90)(0.025)^2(0.685)}{(26/97 \times 10^{-6})^3}$$

$$Gr_0.Pr = 2/79 \times 10^3, \quad C = 0.197, \quad n = \frac{1}{4}, \quad m = -\frac{1}{3}$$

$$\frac{ke}{k} = (0.197)(2/79 \times 10^3)^{\frac{1}{4}}\left(\frac{20}{0.5}\right)^{-\frac{1}{3}} = 2/0.86, \quad q = (2/0.86)(0.0239)(0.025)^2\left(\frac{200 - 90}{0.025}\right) = 28/83 \text{ W}$$

۷۳- بین دو صفحه به فاصله ۱/۶ mm را هوا پر کرده است. اگر اختلاف دما 165°C و دمای یک صفحه 90°C باشد، آهنگ انتقال گرما به ازای واحد سطح را پیدا کنید.

حل:

$$T_m = 9.0 + \frac{165}{9} = 172/5^\circ\text{C} = 445/5\text{ K}, \quad v = 28/59 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$k = 0.10368 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}, \quad \beta = 2/245 \times 10^{-5}, \quad Pr = 0.684$$

$$Gr_D.Pr = \frac{(9/8)(2/245 \times 10^{-5})(165)(0.10368)^2(0.684)}{(28/59 \times 10^{-9})^2}, \quad Gr_D.Pr = 12/45$$

$$k_e = k, \quad q = \frac{(0.10368)(165)}{0.1036} = 3795 \text{ W/m}^2$$

۷۴- مسأله (۷-۷۳) را برای فاصله افقی که با آب پر شده باشد، تکرار کنید.

حل:

$$T_m = 172/5^\circ\text{C}, \quad k = 0.669 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}, \quad Gr_D.Pr = (10/11 \times 10^{-11})(165)(0.10368)^2 = 6/83 \times 10^{-7}$$

$$C = 0.13, \quad n = 0.7, \quad m = 0$$

$$\frac{k_e}{k} = (0.13)(6/83 \times 10^{-7})^{1/4} = 3/67, \quad k_e = (3/67)(0.669) = 2/453$$

$$\frac{q}{A} = \frac{(2/453)(165)}{0.1036} = 2/53 \times 10^5 \text{ W/m}^2$$

۷۶- دو صفحه عمودی به ابعاد 50×50 cm به فاصله ۴ cm از هم قرار گرفته و فضای بین آن‌ها را آب پر کرده است. دمای دو صفحه 50°C و 20°C است. انتقال گرما در عرض این فضا را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{50+20}{2} = 35^\circ\text{C}, \quad \rho = 994 \text{ kg/m}^3, \quad \mu = 7/2 \times 10^{-4} \text{ Pa.s}$$

$$k = 0.626 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}, \quad Pr = 4/82, \quad \frac{g \beta \rho^* C_p}{\mu k} = 2/89 \times 10^{10}$$

$$Gr_D.Pr = (2/89 \times 10^{10})(0.104)^3(30) = 5/55 \times 10^7$$

$$\frac{k_e}{k} = (0.1046)(5/55 \times 10^7)^{1/4} = 17/55, \quad q = (17/55)(0.626)(0.104)^2 \frac{(50-20)}{0.104} = 2.60 \text{ W}$$

۷۷- مسأله (۷-۷۶) را برای صفحاتی که افقی قرار گرفته است و دمای سطح پایینی 50°C باشد، تکرار کنید.

حل:

$$\frac{k_e}{k} = (0.1057)(5/55 \times 10^7)^{1/4} = 21/74, \quad \frac{q}{A} = (21/74)(0.626)(0.104)^2 \frac{(50-20)}{0.104} = 2552 \text{ W}$$

۸۰- ضخامت فاصله هوایی در دیوار ساختمانی ۱۰ cm و ارتفاع آن ۲ cm است. انتقال گرما به طریق جابه‌جایی آزاد از این فاصله فضایی را به‌ازای اختلاف دمای 17°C پیدا کنید.



حل:

$$T_m = 20 + \frac{17}{7} = 24.43^\circ\text{C} = 297.6\text{ K}, \quad \nu = 15/68 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0.0262 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$$

$$\beta = 2.87 \times 10^{-5}, \quad Pr = 0.71, \quad Gr_D.Pr = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{297.6} \right) (17) \left(\frac{0.1}{1} \right)^3 (0.71)}{(15/68 \times 10^{-6})^2} = 15/598 \times 10^6$$

$$C = 0.73, \quad n = \frac{1}{4}, \quad m = -\frac{1}{4}, \quad \frac{ke}{k} = \left(\frac{0.73}{1} \right) (15/598 \times 10^6)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{2}{0.1} \right)^{-\frac{1}{4}} = 6/118$$

$$\frac{q}{A} = \frac{(6/118) (0.0262) (17)}{0.1} = 27/25 \text{ W/m}^2$$

۸۲- بین دو صفحه عمودی با دماهای 100°C و 20°C را هوا پر کرده است. صفحات مربعی به ضلع 1 m و فاصله آنها 8 cm است. انتقال گرمای جابه جایی در عرض فاصله هوایی را حساب کنید.

حل:

$$T_m = \frac{100 + 20}{2} = 60^\circ\text{C} = 333 \text{ K}, \quad \nu = 19/0.4 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0.0287 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}, \quad Pr = 0.7$$

$$Gr_D.Pr = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{333} \right) (100 - 20) \left(\frac{0.08}{1} \right)^3 (0.7)}{(19/0.4 \times 10^{-6})^2} = 2/33 \times 10^6$$

$$C = 0.73, \quad n = \frac{1}{4}, \quad m = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{ke}{k} = \left(\frac{0.73}{1} \right) (2/33 \times 10^6)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{2}{0.08} \right)^{-\frac{1}{4}} = 7/3.4, \quad q = \frac{(0.0287) (7/3.4) (1) (100 - 20)}{0.08} = 2.9/6 \text{ W}$$

۸۳- بخش خاصی از شیشه عایق بندی، از دو صفحه شیشه ای مربع به ضلع 30 cm و به فاصله 1 cm ساخته شده و فضای بین آنها را هوا پر کرده است. درصد کاهش انتقال گرما برای این افزایش را حساب کرده و با جابه جایی آزاد از صفحه ای عمود با اختلاف دمای 30°C مقایسه کنید.

حل:

$$\nu = 15/69 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}, \quad k = 0.02624 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot^\circ\text{C}}, \quad Pr = 0.7$$

$$Gr_D.Pr = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{300} \right) (30) \left(\frac{0.01}{1} \right)^3 (0.7)}{15/69 \times 10^{-6}} = 2787$$

$$C = 0.59, \quad n = 0.4, \quad m = 0, \quad \text{برای صفحه افقی:}$$

$$\frac{ke}{k} = \left(\frac{0.59}{1} \right) (2787) = 1/41, \quad q = \frac{(1/41) (0.02624) (0.7) (30)}{0.01} = 9/98 \text{ W}$$

برای صفحه عمودی:

$$Gr_D.Pr = (2787) \left(\frac{2}{1} \right)^{1/4} = 7/52 \times 10^3, \quad C = 0.59, \quad m = \frac{1}{4}$$

$$h = \frac{0.2624}{\sqrt{3}} (0.59) (7.52 \times 10^7)^{\frac{1}{4}} = 4/806 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}$$

$$q = h \cdot A (T_w - T_\infty) = (4/806) (0.3)^2 (30) = 129/8 \text{ W}$$

۸۴- یک طریق کاهش اتلاف گرما به طریق جابه‌جایی آزاد، در یک کلکتور آفتابی افقی آن است که فشار هوا در فاصله بین شیشه شفاف که به انرژی آفتابی اجازه عبور می‌دهد و صفحه جاذب سیاه زیرین را کم کنیم. به فرض دمای صفحه زیرین 120°C و دمای سطح بالایی 20°C باشد. به ازای چه فشارهایی در فواصل فضایی ۵، ۲، ۱ و ۱۰ سانتی‌متر جابه‌جایی وجود ندارد.

حل:

$$T_m = \frac{120 + 20}{2} = 70^\circ\text{C} = 323 \text{ K}, \quad \mu = 2/04 \times 10^{-4} \text{ Pa.s}, \quad k = 0.295 \text{ W/m} \cdot \text{C}$$

$$Pr = 0.7, \quad \delta = 1, \quad Gr_\delta \cdot Pr = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{323} \right) (120 - 20) (0.01)^2 (0.7)}{(2/04 \times 10^{-4})^2}, \quad \rho^* = 0.3537, \quad \rho = 0.595$$

در فشار ۱ atm: $\rho = 1/023$

$$\rho = \frac{0.595}{1/023} = 0.582 \text{ atm} (58.96 \text{ kPa}) \quad \delta = 1 \text{ cm}$$

δ	ρ^*	ρ	$P \text{ (atm, kPa)}$
۲	۰/۳۴۸۲	۰/۲۱۰۳	۰/۲۰۵۶, ۲۰/۸۳
۵	۰/۰۰۲۸۴	۰/۰۵۳۲	۰/۰۵۲۵/۳۷
۱۰	۰/۰۰۳۵۳۷	۰/۰۱۸۸	۰/۰۱۸۴, ۱/۸۶

۸۸- فاصله هوایی افقی بالای یک کلکتور خورشیدی ۲/۵ cm است. دمای صفحه پایینی 70°C و صفحه بالایی 30°C می‌باشد. جابه‌جایی آزاد در فضای خالی را برای هوا در ۱ atm حساب کنید. اگر فاصله به ۱ cm کاهش یابد، انتقال گرما چه قدر تغییر می‌کند؟

حل:

$$T_f = 50^\circ\text{C} = 323 \text{ K}, \quad \nu = 18 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0.2813 \text{ W/m} \cdot \text{C}, \quad \beta = \frac{1}{323} \quad (\text{الف})$$

$$Pr = 0.7, \quad Gr_\delta \cdot Pr = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{323} \right) (70 - 30) (0.025)^2 (0.7)}{(18 \times 10^{-6})^2} = 40.969$$

$$C = 0.212, \quad n = \frac{1}{4}, \quad m = 0$$

$$\frac{ke}{k} = (0.212) (40.969)^{-1/4} = 3/016, \quad \frac{q}{L} = (3/016) (0.2813) (0.025) \frac{(70 - 30)}{0.025} = 3/393 \text{ W}$$

$$Gr_\delta \cdot Pr = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{323} \right) (70 - 30) (0.01)^2 (0.7)}{(18 \times 10^{-6})^2} = 2622 \quad (\text{ب})$$

$$C = 0.212, \quad n = 0.6$$

$$\frac{ke}{k} = (0.212) (2622)^{-0.6} = 1/35, \quad \frac{q}{L} = (1/35) (0.2813) (0.01) \frac{(70 - 30)}{0.01} = 1/519 \text{ W/m}$$



۸۹- یکی از موضوعات کلکتور خورشیدی کاهش فشار شکاف هوایی تا حدی است که اثرات جابه‌جایی آزاد را حذف کند. برای شکاف هوایی مسأله (۷-۸۸)، در چه فشاری جابه‌جایی حذف می‌شود؟ ($Gr.Pr < 1700$)

حل:

$$Gr.Pr = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{333} \right) (70 - 30) (0.025)^2 (0.07)}{\nu^2} = 1700, \quad \nu^2 = 7/808 \times 10^{-6}$$

$$\mu = 1/96 \times 10^{-3} \text{ Pa.s}$$

اگر ویسکوزیته را تقریباً مستقل از فشار بدقییم:

$$\left(\frac{\mu}{\rho} \right)^2 = 7/808 \times 10^{-6}, \quad \rho = 0.721 = \frac{P}{(287)(333)}, \quad P = 20.562 \text{ Pa}$$

$$P = 0.15 \text{ atm}$$

حدقل فشار

۹۰- کره‌ای به قطر $2/5 \text{ cm}$ و دمای سطحی 120°F در سیالی به دمای 80°F قرار دارد. اتلاف گرما را در دو حالت (الف) هوا و (ب) آب مقایسه کنید.

حل:

$$T_f = \frac{120 + 80}{2} = 100^\circ\text{F} = 37.77^\circ\text{C} = 310.77 \text{ K}, \quad \nu = 17 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}, \quad \beta = 3/21 \times 10^{-3} \text{ (الف) هوا:}$$

$$k = 0.027 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}, \quad Pr = 0.704$$

$$Gr.Pr = \frac{(9/806) (3/21 \times 10^{-3}) (120 - 80) \left(\frac{0.005}{9} \right) (0.025)^2 (0.0704)}{(17 \times 10^{-6})^2} = 26622$$

$$h = \frac{0.027}{0.025} \left[2 + (0.43) (26622)^{1/4} \right] = 81.92 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$q = (81.92) (\pi) (0.025)^2 (120 - 80) \left(\frac{0.005}{9} \right) = 297.7 \text{ W}$$

(ب) آب:

$$k = 0.63 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}, \quad Gr.Pr = (3/21 \times 10^{-3}) (120 - 80) \left(\frac{0.005}{9} \right) (0.025)^2, \quad Gr.Pr = 1/145 \times 10^{-3}$$

$$h = \frac{0.63}{0.025} \left[2 + (0.43) (1/145 \times 10^{-3})^{1/4} \right] = 68.18 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$q = (68.18) (\pi) (0.025)^2 (120 - 80) \left(\frac{0.005}{9} \right) = 297.7 \text{ W}$$

۹۱- بین دو کره هم مرکز به قطرهای 10 cm و 8 cm و دماهای 300 K و 350 K هوا با فشار 1 atm قرار دارد. انتقال گرمای جابه‌جایی را در این فضا حساب کنید.

$$T_m = \frac{300 + 250}{2} = 275 \text{ K}, \quad \nu = 1/96.06 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad \beta = 2/0.77 \times 10^{-3}, \quad k = 0.02813 \text{ W/m} \cdot \text{C}$$

$$Pr = 0.7075, \quad Gr_{\beta} Pr = \frac{(9/8) (3/0.77 \times 10^{-3}) (50) (0.01)^2 (0.7075)}{(1/96.06 \times 10^{-6})^2} = 275 \times 10^6$$

$$C = 0.228, \quad n = 0.226, \quad m = 0$$

$$\frac{ke}{k} = (0.228) (275 \times 10^6)^{0.226} = 3/865, \quad q = \frac{(3/865) (4\pi) (0.02813) (0.05) (0.04) (50)}{0.05 - 0.04} = 13/665 \text{ W}$$

۹۴- وجه پائینی صفحه مربعی به ضلع ۱۰ cm در دمای ۴۰۰ K و در هوا با فشار ۱ atm و دمای ۳۰۰ K قرار دارد. صفحه با خط عمود زاویه ۴۵° می‌سازد. انتقال گرما از وجه پائینی صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_s = 400 - \frac{1}{4} (400 - 300) = 375 \text{ K}, \quad \nu = 22/33 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad \beta = 2/66 \times 10^{-3}$$

$$\theta = 45, \quad \cos 45 = 0.707, \quad k = 0.03184 \text{ W/m} \cdot \text{C}, \quad Pr = 0.693$$

$$Gr_{\beta} Pr = \frac{(9/8) (2/66 \times 10^{-3}) (100) (0.1)^2 (0.693)}{(22/33 \times 10^{-6})^2} = 3/33 \times 10^6$$

$$h_d = \frac{0.03184}{0.1} (-0.56) (3/33 \times 10^6 \times 0.707)^{\frac{1}{4}} = 6/979 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}$$

$$h_u = h_d \quad \text{چون } Gr_L < Gr_c \text{ داریم}$$

$$q = (6/979) (0.1)^2 (100) = 6/979 \text{ W}$$

۱۰۱- صفحه عمودی مربعی به ضلع ۲۰ cm را تا دمای ۳۰°C گرم کرده و در گلیسرین با دمای ۱۰°C فرو می‌برند. انتقال گرما از دو طرف صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{30 + 10}{2} = 20 \cdot \text{C}, \quad \nu = 0.000118 \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0.286 \text{ W/m} \cdot \text{C}, \quad Pr = 12/5$$

$$Gr_{\beta} Pr = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{286} \right) (30 - 10) (0.02)^2 (12/5)}{(0.000118)^2} = 48.4$$

$$\log (48.4) = 3/681 \Rightarrow \log Nu_f = 0.7 \Rightarrow Nu_f = 5/011$$

$$h = \frac{(5/011) (0.286)}{0.02} = 71/67 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}, \quad q = (2) (0.02)^2 (71/67) (30 - 10) = 1/146 \text{ W}$$

۱۰۴- استوانه عمودی به قطر ۳۰ cm، ارتفاع ۳۰ cm و دمای سطحی ۴۳/۳°C را در آب ۱۰°C فرو می‌برند. اتلاف گرمایی استوانه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = 26/65^\circ\text{C} = 299/65\text{ K}, \quad k = 0/614\text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}, \quad \frac{g\beta\rho^*C_p}{\mu k} = 1/91 \times 10^6$$

$$GrPr = (1/91 \times 10^6) (0/03)^3 (43/3 - 10) = 17/17 \times 10^2$$

$$C = 0/59, \quad m = \frac{1}{4}, \quad h = \frac{(0/614)}{0/03} (0/59) (17/17 \times 10^2)^{\frac{1}{4}} = 777/33\text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$$

$$q = (777/33)(\pi)(0/03)(0/03)(43/3 - 10) = 73/188\text{ W}$$

۱۰۵- فضای بین دو صفحه مربعی به ضلع ۲۰ cm و دمای ۳۵۰ K و ۴۰۰ K از هلیوم با فشار ۲ atm پر شده است. اگر این فضا ۲ cm باشد، انتقال گرما را در این فاصله حساب کنید.

حل:

$$T_m = 375\text{ K}, \quad \mu = 2/1805 \times 10^{-8}\text{ Pa}\cdot\text{s}, \quad \mu = \frac{(2)(101300)}{(2078/5)(375)} = 0/2599\text{ kg/m}^2$$

$$k = 0/03184\text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}, \quad \beta = 2/66 \times 10^{-5}, \quad Pr = 0/6925$$

$$Gr_0 Pr = \frac{(9/8) (2/66 \times 10^{-5}) (0/02)^3 (400 - 350) (0/02)^2 (0/6925)}{(2/1805 \times 10^{-8})^2} = 1028$$

$$k_e = k \quad \text{اگر صفحات عمودی باشند}$$

$$q = (0/0318) \frac{(400 - 350)}{0/02} (0/02)^2 = 0/03184\text{ W}$$

۱۰۶- صفحه مربعی افقی به ضلع ۳۰ cm در هوا با فشار ۱ atm و دمای ۲۵°C قرار دارد. دمای هر دو طرف صفحه ۱۲۵°C است. انتقال گرمای جابه‌جایی از صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{25 + 125}{2} = 75^\circ\text{C} = 348\text{ K}, \quad \nu = 20/7 \times 10^{-6}\text{ Pa}\cdot\text{s}, \quad k = 0/02\text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0/698, \quad GrPr = \frac{(9/8) \left(\frac{1}{348}\right) (125 - 25) (0/3)^3 (0/698)}{(20/7 \times 10^{-6})^2} = 1/228 \times 10^4$$

$$h_u = \frac{0/02}{0/03} (0/15) (1/228 \times 10^4)^{\frac{1}{4}} = 7/477\text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C} \quad \text{سطح بالا}$$

$$h_l = \frac{0/02}{0/03} (0/27) (1/228 \times 10^4)^{\frac{1}{4}} = 2/828\text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C} \quad \text{سطح پایین}$$

$$q = (7/477 + 2/828) (0/3) (125 - 25) = 92/92\text{ W}$$

۱۱۵- صفحه‌ای افقی به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۲۰ cm و دمای K ۴۰۰ در هوایی با فشار ۱ atm و دمای K ۳۰۰ قرار دارد. انتقال گرما از سطح بالایی این مثلث را حساب کنید.

حل:

$$A = \frac{1}{2} (0.2)^2 \sin 60 = 0.0173 \text{ m}^2, \quad P = (3)(0.2) = 0.6 \text{ m}, \quad L = \frac{A}{P} = \frac{0.0173}{0.6} = 0.0288 \text{ m}$$

$$T_f = 350 \text{ K}, \quad \nu = 2.076 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}, \quad \beta = 2/857 \times 10^{-5}, \quad k = 0.0303 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0.697, \quad GrPr = \frac{(9/8) (2/857 \times 10^{-5}) (400 - 300) (0.0288)^3 (0.697)}{(2.076 \times 10^{-5})^2} = 1.8171$$

$$h = \frac{0.0303}{0.0288} (0.52) (1.8171)^{\frac{1}{4}} = 9.833 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}, \quad q = (9.833) (0.0173) (400 - 300) = 17.11 \text{ W}$$